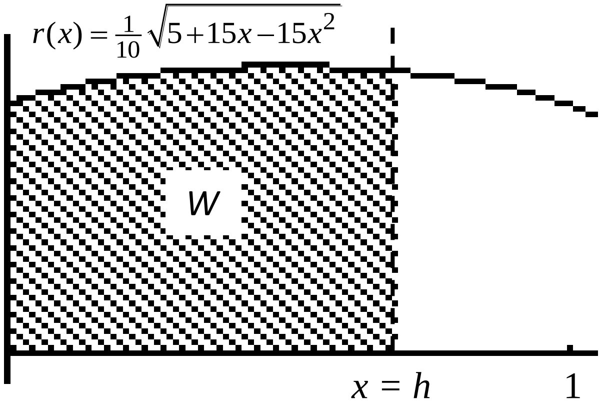
2012-II Een regenton

Gegeven is op [0, 1] de functie $r(x)=\frac{1}{10}\sqrt{5+15x-15x^2}$

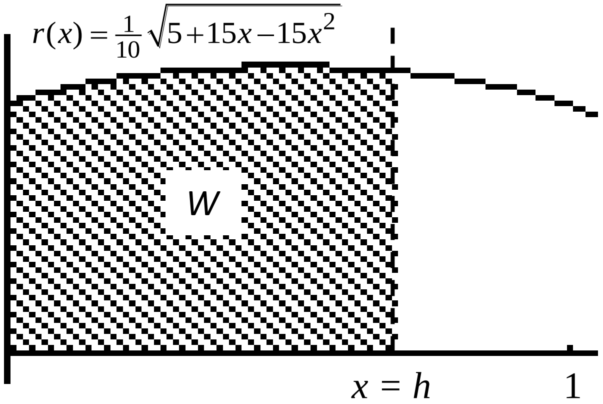


W is het vlakdeel dat wordt ingesloten door
de x-as, de y-as, de grafiek van r en de lijn $x = h$,
met $0 < h \leq 1$.

Voor het volume V van het omwentelingslichaam
dat onstaat door vlakdeel W om de x-as te wentelen, geldt: $V=\frac{\pi}{40}(2h+3h^2-2h^3)$

Vraag 1. Toon aan dat deze formule voor V juist is.

2012-II Een regenton



Gegeven is op [0, 1] de functie $r(x) = \frac{1}{10}\sqrt{5+15x-15x^2}$

W is het vlakdeel dat wordt ingesloten door
de *x*-as, de *y*-as, de grafiek van *r* en de lijn $x = h$,
met $0 < h \leq 1$.

Voor het volume *V* van het omwentelingslichaam
dat onstaat door vlakdeel *W* om de *x*-as te wentelen, geldt: $V = \frac{\pi}{40}(2h+3h^2-2h^3)$

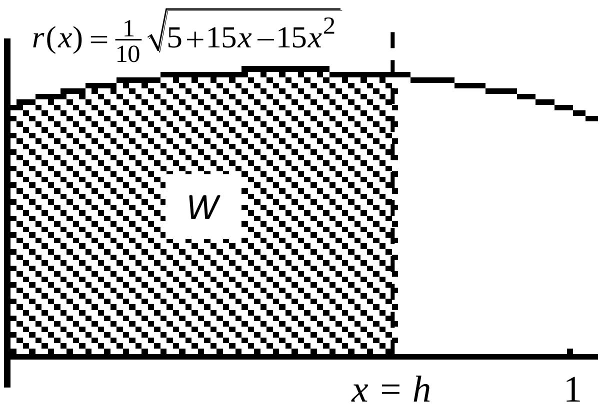
Vraag 1. Toon aan dat deze formule voor *V* juist is.

$V = \pi \cdot \int_0^h r^2(x)\,dx = \pi \cdot \int_0^h \frac{1}{100}(5+15x-15x^2)\,dx =$

2012-II Een regenton

Gegeven is op [0, 1] de functie $r(x) = \frac{1}{10}\sqrt{5 + 15x - 15x^2}$

W is het vlakdeel dat wordt ingesloten door
de x-as, de y-as, de grafiek van r en de lijn $x = h$,
met $0 < h \leq 1$.



Voor het volume V van het omwentelingslichaam
dat onstaat door vlakdeel W om de x-as te wentelen, geldt: $V = \frac{\pi}{40}(2h + 3h^2 - 2h^3)$

Vraag 1. Toon aan dat deze formule voor V juist is.

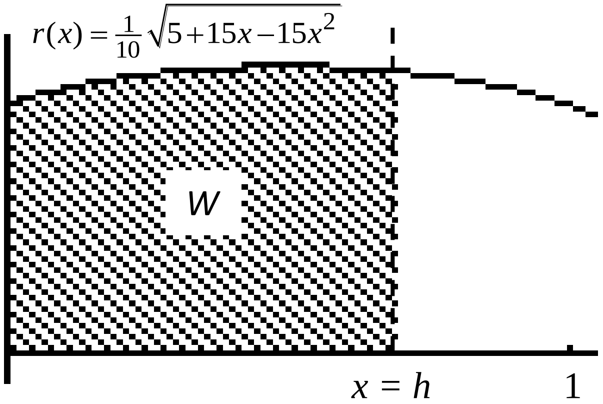
$$V = \pi \cdot \int_0^h r^2(x)\, dx = \pi \cdot \int_0^h \frac{1}{100}(5 + 15x - 15x^2)\, dx =$$

$$\frac{\pi}{100}\left[(5x + 7\tfrac{1}{2}x^2 - 5x^3)\right]_0^h =$$

2012-II Een regenton

Gegeven is op [0, 1] de functie $r(x) = \frac{1}{10}\sqrt{5+15x-15x^2}$

W is het vlakdeel dat wordt ingesloten door
de x-as, de y-as, de grafiek van r en de lijn $x = h$,
met $0 < h \leq 1$.



Voor het volume V van het omwentelingslichaam
dat onstaat door vlakdeel W om de x-as te wentelen, geldt: $V = \frac{\pi}{40}(2h+3h^2-2h^3)$

Vraag 1. Toon aan dat deze formule voor V juist is.

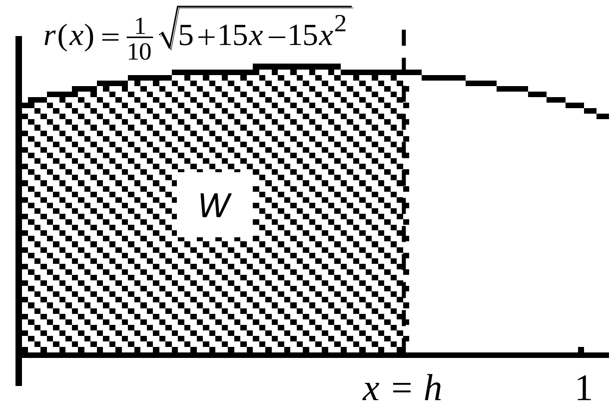
$$V = \pi \cdot \int_0^h r^2(x)\, dx = \pi \cdot \int_0^h \frac{1}{100}(5+15x-15x^2)\, dx =$$

$$\frac{\pi}{100}\left[(5x+7\tfrac{1}{2}x^2-5x^3)\right]_0^h = \quad \frac{\pi}{100}(5h+7\tfrac{1}{2}h^2-5h^3-0) =$$

2012-II Een regenton

Gegeven is op [0, 1] de functie $r(x) = \frac{1}{10}\sqrt{5+15x-15x^2}$

W is het vlakdeel dat wordt ingesloten door
de x-as, de y-as, de grafiek van r en de lijn $x = h$,
met $0 < h \leq 1$.



Voor het volume V van het omwentelingslichaam
dat onstaat door vlakdeel W om de x-as te wentelen, geldt: $V = \frac{\pi}{40}(2h+3h^2-2h^3)$

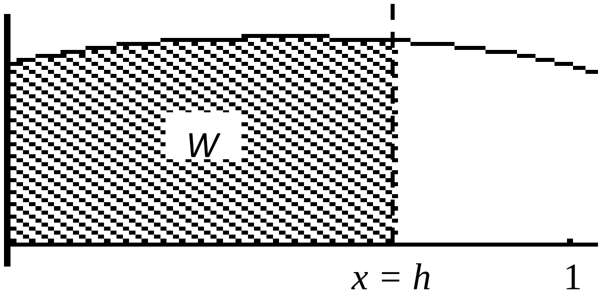
Vraag 1. Toon aan dat deze formule voor V juist is.

$$V = \pi \cdot \int_0^h r^2(x)\,dx = \pi \cdot \int_0^h \frac{1}{100}(5+15x-15x^2)\,dx =$$

$$\frac{\pi}{100}\left[(5x+7\tfrac{1}{2}x^2-5x^3)\right]_0^h = \frac{\pi}{100}(5h+7\tfrac{1}{2}h^2-5h^3-0) = \frac{\pi}{40}(2h+3h^2-2h^3)$$

teller en noemer delen door 2½

2012-II Een regenton

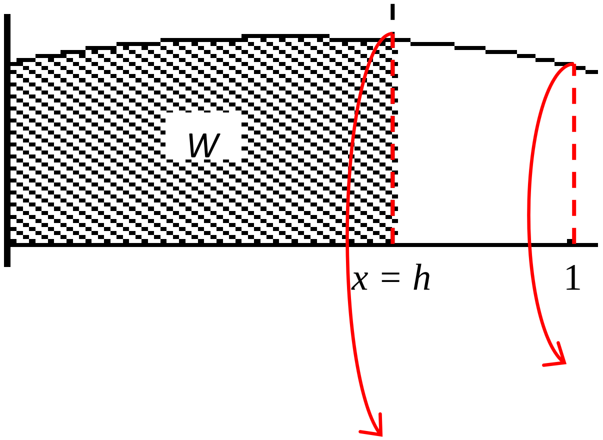


Als de grafiek om de x-as gewenteld wordt, ontstaat een figuur die lijkt op een regenton. Voor x, h en r nemen we de meter als eenheid, zodat de ton 1 meter hoog is.

V is dus het volume van het water in de ton als het water h meter hoog staat. $V = \frac{\pi}{40}(2h + 3h^2 - 2h^3)$

Vraag 2. Bereken de waterhoogte in de ton als deze voor drie vierde deel is gevuld. Rond je antwoord af op een geheel aantal cm.

2012-II Een regenton



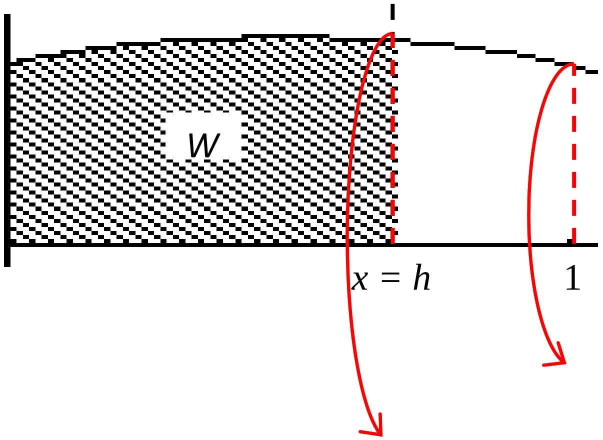
Als de grafiek om de x-as gewenteld wordt, ontstaat een figuur die lijkt op een regenton. Voor x, h en r nemen we de meter als eenheid, zodat de ton 1 meter hoog is.

V is dus het volume van het water in de ton als het water h meter hoog staat. $V = \frac{\pi}{40}(2h + 3h^2 - 2h^3)$

Vraag 2. Bereken de waterhoogte in de ton als deze voor drie vierde deel is gevuld. Rond je antwoord af op een geheel aantal cm.

Let op: niet de hoogte, maar de inhoud is drie vierde deel

2012-II Een regenton



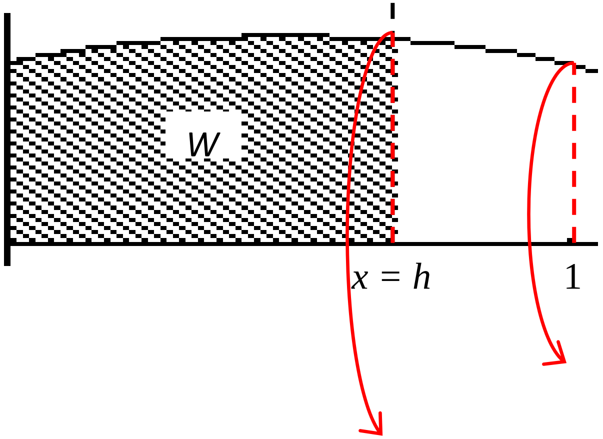
Als de grafiek om de x-as gewenteld wordt, ontstaat een figuur die lijkt op een regenton. Voor x, h en r nemen we de meter als eenheid, zodat de ton 1 meter hoog is.

V is dus het volume van het water in de ton als het water h meter hoog staat. $V = \frac{\pi}{40}(2h + 3h^2 - 2h^3)$

Vraag 2. Bereken de waterhoogte in de ton als deze voor drie vierde deel is gevuld. Rond je antwoord af op een geheel aantal cm.

Het volume van de volle ton krijg je door h = 1 in te vullen:

2012-II Een regenton



Als de grafiek om de x-as gewenteld wordt, ontstaat een figuur die lijkt op een regenton. Voor x, h en r nemen we de meter als eenheid, zodat de ton 1 meter hoog is.

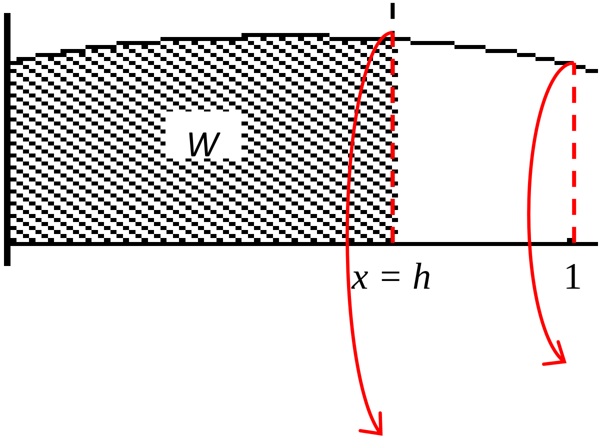
V is dus het volume van het water in de ton als het water h

meter hoog staat. $V = \frac{\pi}{40}(2h + 3h^2 - 2h^3)$

Vraag 2. Bereken de waterhoogte in de ton als deze voor drie vierde deel is gevuld. Rond je antwoord af op een geheel aantal cm.

Het volume van de volle ton krijg je door h = 1 in te vullen: $\frac{\pi}{40}(2+3-2) = \frac{3\pi}{40}$

2012-II Een regenton



Als de grafiek om de x-as gewenteld wordt, ontstaat een figuur die lijkt op een regenton. Voor x, h en r nemen we de meter als eenheid, zodat de ton 1 meter hoog is.

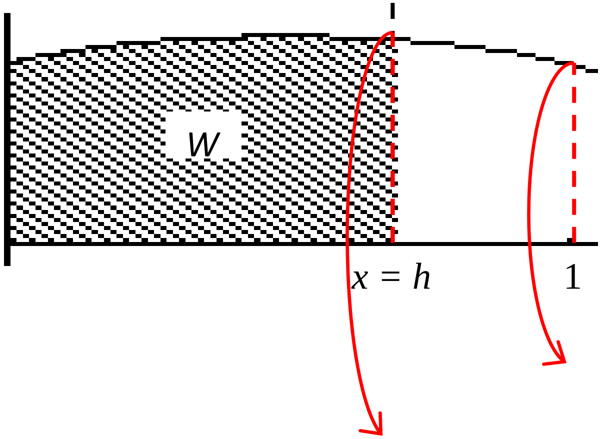
V is dus het volume van het water in de ton als het water h meter hoog staat. $V = \frac{\pi}{40}(2h + 3h^2 - 2h^3)$

Vraag 2. Bereken de waterhoogte in de ton als deze voor drie vierde deel is gevuld. Rond je antwoord af op een geheel aantal cm.

Het volume van de volle ton krijg je door $h = 1$ in te vullen: $\frac{\pi}{40}(2+3-2) = \frac{3\pi}{40}$

Driekwart deel hiervan is:

2012-II Een regenton



Als de grafiek om de *x*-as gewenteld wordt, ontstaat een figuur die lijkt op een regenton. Voor *x*, *h* en *r* nemen we de meter als eenheid, zodat de ton 1 meter hoog is.

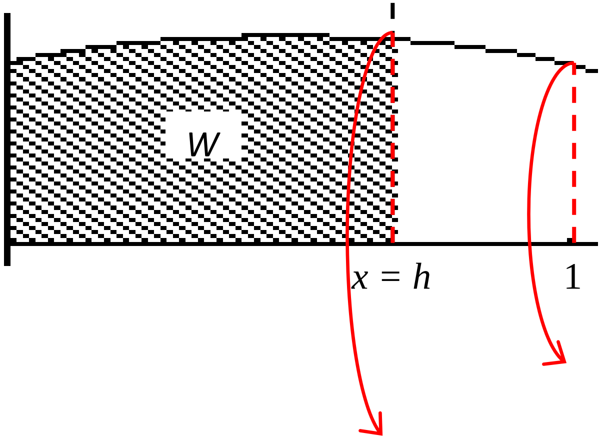
V is dus het volume van het water in de ton als het water *h* meter hoog staat. $V = \frac{\pi}{40}(2h + 3h^2 - 2h^3)$

Vraag 2. Bereken de waterhoogte in de ton als deze voor drie vierde deel is gevuld. Rond je antwoord af op een geheel aantal cm.

Het volume van de volle ton krijg je door $h = 1$ in te vullen: $\frac{\pi}{40}(2+3-2) = \frac{3\pi}{40}$

Driekwart deel hiervan is: $\frac{3}{4} \cdot \frac{3\pi}{40} \approx 0{,}177$

2012-II Een regenton



Als de grafiek om de x-as gewenteld wordt, ontstaat een figuur die lijkt op een regenton. Voor x, h en r nemen we de meter als eenheid, zodat de ton 1 meter hoog is.

V is dus het volume van het water in de ton als het water h meter hoog staat. $V = \frac{\pi}{40}(2h + 3h^2 - 2h^3)$

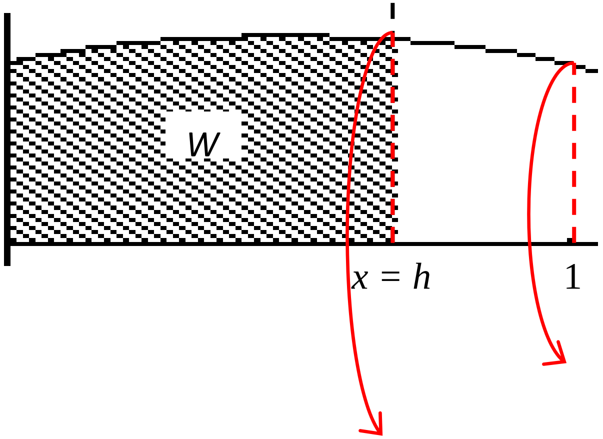
Vraag 2. Bereken de waterhoogte in de ton als deze voor drie vierde deel is gevuld. Rond je antwoord af op een geheel aantal cm.

Het volume van de volle ton krijg je door h = 1 in te vullen: $\frac{\pi}{40}(2+3-2) = \frac{3\pi}{40}$

Driekwart deel hiervan is: $\frac{3}{4} \cdot \frac{3\pi}{40} \approx 0{,}177$

Opgelost moet dus worden de vergelijking:

2012-II Een regenton



Als de grafiek om de *x*-as gewenteld wordt, ontstaat een figuur die lijkt op een regenton. Voor *x*, *h* en *r* nemen we de meter als eenheid, zodat de ton 1 meter hoog is.

V is dus het volume van het water in de ton als het water *h* meter hoog staat. $V = \frac{\pi}{40}(2h + 3h^2 - 2h^3)$

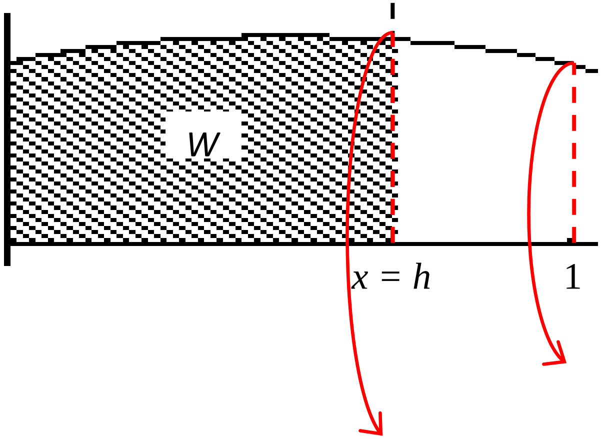
Vraag 2. Bereken de waterhoogte in de ton als deze voor drie vierde deel is gevuld. Rond je antwoord af op een geheel aantal cm.

Het volume van de volle ton krijg je door *h* = 1 in te vullen: $\frac{\pi}{40}(2+3-2) = \frac{3\pi}{40}$

Driekwart deel hiervan is: $\frac{3}{4} \cdot \frac{3\pi}{40} \approx 0{,}177$

Opgelost moet dus worden de vergelijking: $\frac{\pi}{40}(2h + 3h^2 - 2h^3) = 0{,}177$

2012-II Een regenton



Als de grafiek om de x-as gewenteld wordt, ontstaat een figuur die lijkt op een regenton. Voor x, h en r nemen we de meter als eenheid, zodat de ton 1 meter hoog is.

V is dus het volume van het water in de ton als het water h meter hoog staat. $V = \frac{\pi}{40}(2h + 3h^2 - 2h^3)$

Vraag 2. Bereken de waterhoogte in de ton als deze voor drie vierde deel is gevuld. Rond je antwoord af op een geheel aantal cm.

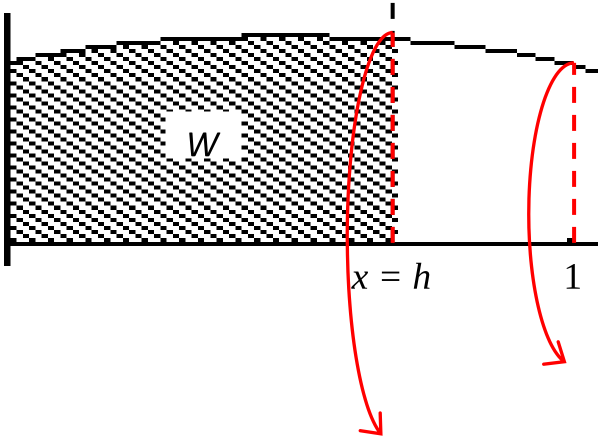
Het volume van de volle ton krijg je door $h = 1$ in te vullen: $\frac{\pi}{40}(2+3-2) = \frac{3\pi}{40}$

Driekwart deel hiervan is: $\frac{3}{4} \cdot \frac{3\pi}{40} \approx 0{,}177$

Opgelost moet dus worden de vergelijking: $\frac{\pi}{40}(2h + 3h^2 - 2h^3) = 0{,}177$

Met de GR, bijvoorbeeld intersect binnen window 0≤X≤1 en 0≤Y≤0.3 geeft opl. X=0.7215…(meter)
Dus oplossing afgerond 72 cm.

2012-II Een regenton



Als de grafiek om de x-as gewenteld wordt, ontstaat een figuur die lijkt op een regenton. Voor x, h en r nemen we de meter als eenheid, zodat de ton 1 meter hoog is.

V is dus het volume van het water in de ton als het water h meter hoog staat. $V = \frac{\pi}{40}(2h + 3h^2 - 2h^3)$

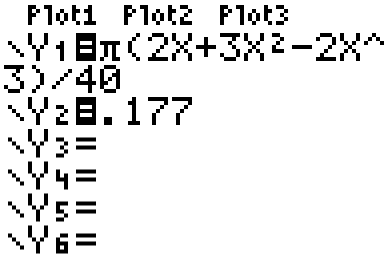
Vraag 2. Bereken de waterhoogte in de ton als deze voor drie vierde deel is gevuld. Rond je antwoord af op een geheel aantal cm.

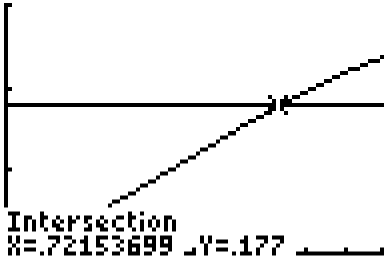
Het volume van de volle ton krijg je door $h = 1$ in te vullen: $\frac{\pi}{40}(2+3-2) = \frac{3\pi}{40}$

Driekwart deel hiervan is: $\frac{3}{4} \cdot \frac{3\pi}{40} \approx 0{,}177$

Opgelost moet dus worden de vergelijking: $\frac{\pi}{40}(2h + 3h^2 - 2h^3) = 0{,}177$

Met de GR, bijvoorbeeld intersect binnen window $0 \le X \le 1$ en $0 \le Y \le 0.3$ geeft opl. X=0.7215…(meter)
Dus oplossing afgerond 72 cm.

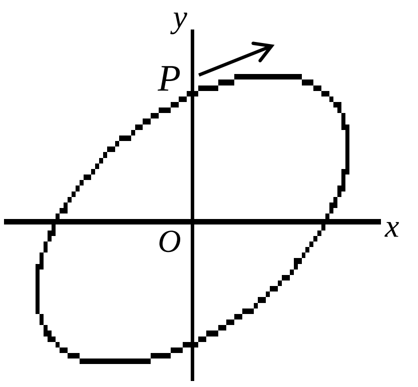




2012-II Ellipsvormige baan

Punt $P(x, y)$ doorloopt in het Oxy-vlak een ellipsvormige baan met volgens de hiernaast gegeven bewegingsvergelijkingen.

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}\sin t \\ y(t) = \sin(t + \frac{1}{3}\pi) \end{cases}$$



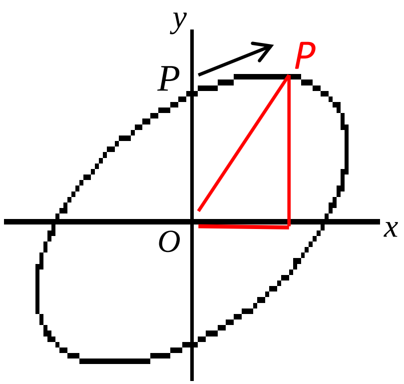
Gedurende de beweging verandert de afstand van P tot de oorsprong.

Vraag 3. Bereken de maximale afstand van P tot de oorsprong in 2 decimalen nauwkeurig.

2012-II Ellipsvormige baan

Punt $P(x, y)$ doorloopt in het Oxy-vlak een ellipsvormige baan met volgens de hiernaast gegeven bewegingsvergelijkingen.

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}\sin t \\ y(t) = \sin(t + \frac{1}{3}\pi) \end{cases}$$



Gedurende de beweging verandert de afstand van P tot de oorsprong.

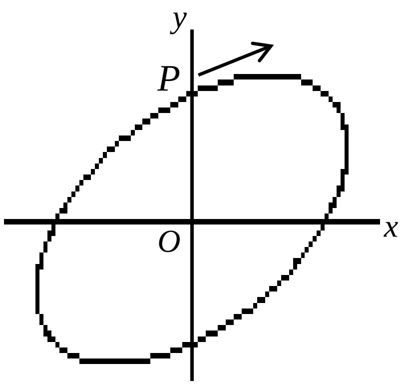
Vraag 3. Bereken de maximale afstand van P tot de oorsprong in 2 decimalen nauwkeurig.

OP is maximaal als OP^2 maximaal is, dus als $OP^2 = x^2 + y^2$ maximaal is.

2012-II Ellipsvormige baan

Punt $P(x, y)$ doorloopt in het Oxy-vlak een ellipsvormige baan met volgens de hiernaast gegeven bewegingsvergelijkingen.

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}\sin t \\ y(t) = \sin(t + \frac{1}{3}\pi) \end{cases}$$



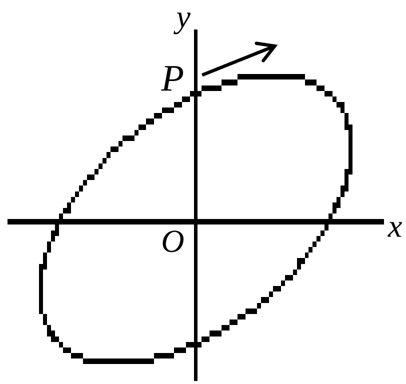
Gedurende de beweging verandert de afstand van P tot de oorsprong.

Vraag 3. Bereken de maximale afstand van P tot de oorsprong in 2 decimalen nauwkeurig.

OP is maximaal als OP^2 maximaal is, dus als $OP^2 = x^2 + y^2$ maximaal is.

Y1 = $\sqrt{(\,(0.5\sin(X))^2 + (\sin(X+\pi/3))^2\,)}$ en CALC maximum geeft maximum 1,037 (afgerond 1,04).

2012-II Ellipsvormige baan



Punt $P(x, y)$ doorloopt in het Oxy-vlak een ellipsvormige baan met volgens de hiernaast gegeven bewegingsvergelijkingen.

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}\sin t \\ y(t) = \sin(t + \frac{1}{3}\pi) \end{cases}$$

Gedurende de beweging verandert de afstand van P tot de oorsprong.

Vraag 3. Bereken de maximale afstand van P tot de oorsprong in 2 decimalen nauwkeurig.

OP is maximaal als OP^2 maximaal is, dus als $OP^2 = x^2 + y^2$ maximaal is.

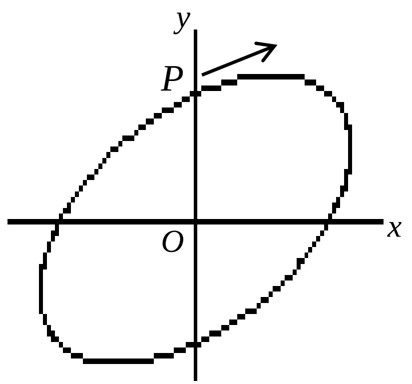
Y1 = √((0.5sin(X))^2 + (sin(X+π/3))^2) en CALC maximum geeft maximum 1,037 (afgerond 1,04).

Vraag 4. De snelheid op tijdstip t is $\sqrt{(\frac{dx}{dt})^2 + (\frac{dy}{dt})^2}$. Bereken exact de snelheid als $t = 0$.

2012-II   Ellipsvormige baan

Punt $P(x, y)$ doorloopt in het Oxy-vlak een ellipsvormige baan met volgens de hiernaast gegeven bewegingsvergelijkingen.

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}\sin t \\ y(t) = \sin(t + \frac{1}{3}\pi) \end{cases}$$



Gedurende de beweging verandert de afstand van P tot de oorsprong.

Vraag 3. Bereken de maximale afstand van P tot de oorsprong in 2 decimalen nauwkeurig.

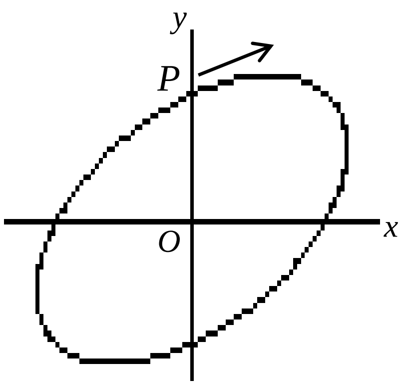
OP is maximaal als OP^2 maximaal is, dus als $OP^2 = x^2 + y^2$ maximaal is.

Y1 = √((0.5sin(X))^2 + (sin(X+π/3))^2) en CALC maximum geeft maximum 1,037 (afgerond 1,04).

Vraag 4. De snelheid op tijdstip t is $\sqrt{(\frac{dx}{dt})^2 + (\frac{dy}{dt})^2}$. Bereken exact de snelheid als $t = 0$.

- $\frac{dx}{dt} = \ldots$ $\qquad\qquad$ $\frac{dy}{dt} = \ldots$

2012-II Ellipsvormige baan



Punt $P(x, y)$ doorloopt in het Oxy-vlak een ellipsvormige baan met volgens de hiernaast gegeven bewegingsvergelijkingen.

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}\sin t \\ y(t) = \sin(t + \frac{1}{3}\pi) \end{cases}$$

Gedurende de beweging verandert de afstand van P tot de oorsprong.

Vraag 3. Bereken de maximale afstand van P tot de oorsprong in 2 decimalen nauwkeurig.

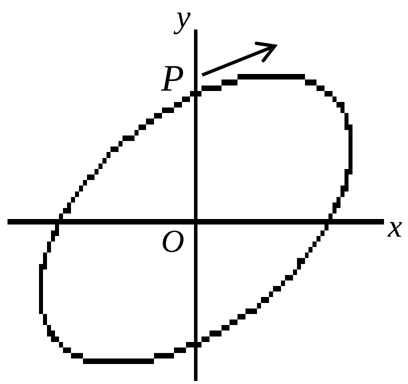
OP is maximaal als OP^2 maximaal is, dus als $OP^2 = x^2 + y^2$ maximaal is.

Y1 = √((0.5sin(X))^2 + (sin(X+π/3))^2) en CALC maximum geeft maximum 1,037 (afgerond 1,04).

Vraag 4. De snelheid op tijdstip t is $\sqrt{(\frac{dx}{dt})^2 + (\frac{dy}{dt})^2}$. Bereken exact de snelheid als $t = 0$.

- $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{2}\cos t \qquad \frac{dy}{dt} = \cos(t + \frac{1}{3}\pi)$

2012-II Ellipsvormige baan



Punt $P(x, y)$ doorloopt in het Oxy-vlak een ellipsvormige baan met volgens de hiernaast gegeven bewegingsvergelijkingen.

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}\sin t \\ y(t) = \sin(t + \frac{1}{3}\pi) \end{cases}$$

Gedurende de beweging verandert de afstand van P tot de oorsprong.

Vraag 3. Bereken de maximale afstand van P tot de oorsprong in 2 decimalen nauwkeurig.

OP is maximaal als OP^2 maximaal is, dus als $OP^2 = x^2 + y^2$ maximaal is.

Y1 = √((0.5sin(X))^2 + (sin(X+π/3))^2) en CALC maximum geeft maximum 1,037 (afgerond 1,04).

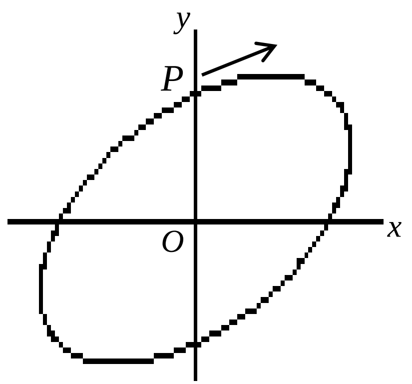
Vraag 4. De snelheid op tijdstip t is $\sqrt{(\frac{dx}{dt})^2 + (\frac{dy}{dt})^2}$. Bereken exact de snelheid als $t = 0$.

- $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{2}\cos t \qquad \frac{dy}{dt} = \cos(t + \frac{1}{3}\pi)$
- Op $t = 0$ geldt:

2012-II Ellipsvormige baan

Punt $P(x, y)$ doorloopt in het Oxy-vlak een ellipsvormige baan met volgens de hiernaast gegeven bewegingsvergelijkingen.

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}\sin t \\ y(t) = \sin(t + \frac{1}{3}\pi) \end{cases}$$



Gedurende de beweging verandert de afstand van P tot de oorsprong.

Vraag 3. Bereken de maximale afstand van P tot de oorsprong in 2 decimalen nauwkeurig.

OP is maximaal als OP^2 maximaal is, dus als $OP^2 = x^2 + y^2$ maximaal is.

Y1 = $\sqrt{(\,(0.5\sin(X))^2 + (\sin(X+\pi/3))^2\,)}$ en CALC maximum geeft maximum 1,037 (afgerond 1,04).

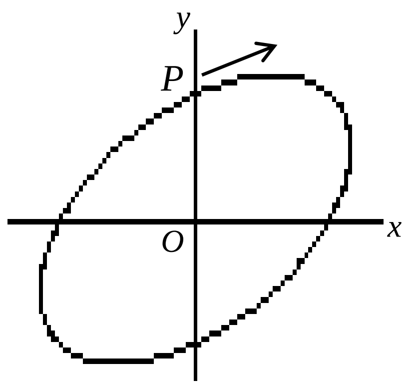
Vraag 4. De snelheid op tijdstip t is $\sqrt{(\frac{dx}{dt})^2 + (\frac{dy}{dt})^2}$. Bereken exact de snelheid als $t = 0$.

- $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{2}\cos t \qquad \frac{dy}{dt} = \cos(t + \frac{1}{3}\pi)$
- Op $t = 0$ geldt: $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \cos 0 = \frac{1}{2}$ *en* $\frac{dy}{dt} = \cos \frac{1}{3}\pi = \frac{1}{2}$

2012-II Ellipsvormige baan

Punt $P(x, y)$ doorloopt in het Oxy-vlak een ellipsvormige baan met volgens de hiernaast gegeven bewegingsvergelijkingen.

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}\sin t \\ y(t) = \sin(t + \frac{1}{3}\pi) \end{cases}$$



Gedurende de beweging verandert de afstand van P tot de oorsprong.

Vraag 3. Bereken de maximale afstand van P tot de oorsprong in 2 decimalen nauwkeurig.

OP is maximaal als OP^2 maximaal is, dus als $OP^2 = x^2 + y^2$ maximaal is.

Y1 = √((0.5sin(X))^2 + (sin(X+π/3))^2) en CALC maximum geeft maximum 1,037 (afgerond 1,04).

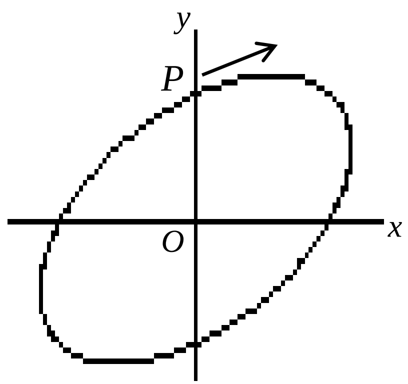
Vraag 4. De snelheid op tijdstip t is $\sqrt{(\frac{dx}{dt})^2 + (\frac{dy}{dt})^2}$. Bereken exact de snelheid als $t = 0$.

- $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{2}\cos t \qquad \frac{dy}{dt} = \cos(t + \frac{1}{3}\pi)$
- Op $t = 0$ geldt: $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \cos 0 = \frac{1}{2}$ *en* $\frac{dy}{dt} = \cos\frac{1}{3}\pi = \frac{1}{2}$
- De snelheid op $t = 0$ is dus:

2012-II Ellipsvormige baan

Punt $P(x, y)$ doorloopt in het Oxy-vlak een ellipsvormige baan met volgens de hiernaast gegeven bewegingsvergelijkingen.

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}\sin t \\ y(t) = \sin(t + \frac{1}{3}\pi) \end{cases}$$



Gedurende de beweging verandert de afstand van P tot de oorsprong.

Vraag 3. Bereken de maximale afstand van P tot de oorsprong in 2 decimalen nauwkeurig.

OP is maximaal als OP^2 maximaal is, dus als $OP^2 = x^2 + y^2$ maximaal is.

Y1 = √((0.5sin(X))^2 + (sin(X+π/3))^2) en CALC maximum geeft maximum 1,037 (afgerond 1,04).

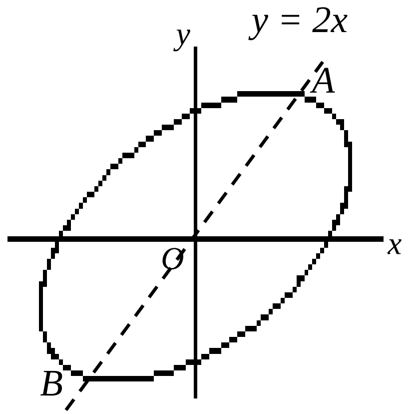
Vraag 4. De snelheid op tijdstip t is $\sqrt{(\frac{dx}{dt})^2 + (\frac{dy}{dt})^2}$. Bereken exact de snelheid als $t = 0$.

- $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{2}\cos t \qquad \frac{dy}{dt} = \cos(t + \frac{1}{3}\pi)$
- Op $t = 0$ geldt: $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \cos 0 = \frac{1}{2}$ *en* $\frac{dy}{dt} = \cos\frac{1}{3}\pi = \frac{1}{2}$
- De snelheid op $t = 0$ is dus: $\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \quad [= \frac{1}{2}\sqrt{2}\ ]$

2012-II Ellipsvormige baan

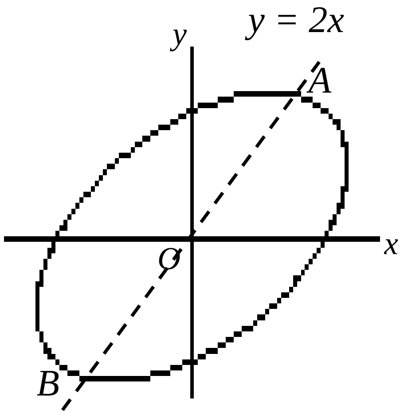
De baan van P snijdt de lijn met vergelijking $y = 2x$ in de punten A en B.

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}\sin t \\ y(t) = \sin(t + \frac{1}{3}\pi) \end{cases}$$



Vraag 5. Bereken exact de coördinaten van A en B.

2012-II Ellipsvormige baan



De baan van P snijdt de lijn met vergelijking $y = 2x$ in de punten A en B.

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}\sin t \\ y(t) = \sin(t + \frac{1}{3}\pi) \end{cases}$$

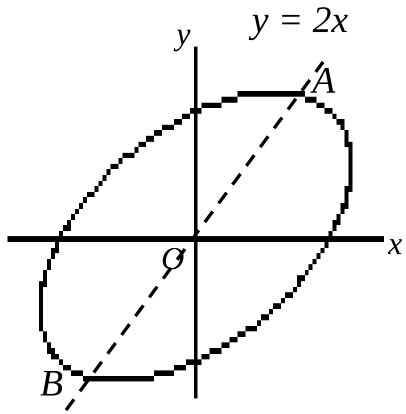
Vraag 5. Bereken exact de coördinaten van A en B.

- $y = 2x$ geeft: $\sin(t + \frac{1}{3}\pi) = \sin(t)$

2012-II   Ellipsvormige baan

De baan van P snijdt de lijn met vergelijking $y = 2x$ in de punten A en B.

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}\sin t \\ y(t) = \sin(t + \frac{1}{3}\pi) \end{cases}$$



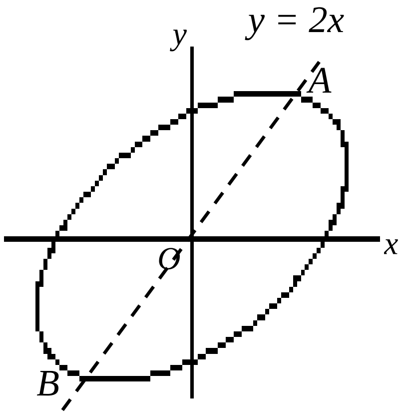
Vraag 5. Bereken exact de coördinaten van A en B.

- $y = 2x$ geeft: $\sin(t + \frac{1}{3}\pi) = \sin(t)$
- (1) $t + \frac{1}{3}\pi = t + 2k\pi$ vervalt

2012-II Ellipsvormige baan

De baan van P snijdt de lijn met vergelijking $y = 2x$ in de punten A en B.

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}\sin t \\ y(t) = \sin(t + \frac{1}{3}\pi) \end{cases}$$



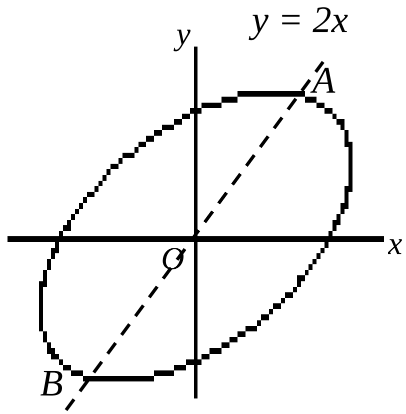
Vraag 5. Bereken exact de coördinaten van A en B.

- $y = 2x$ geeft: $\sin(t + \frac{1}{3}\pi) = \sin(t)$
- (1) $t + \frac{1}{3}\pi = t + 2k\pi$ vervalt
- (2) $t + \frac{1}{3}\pi = \pi - t + 2k\pi$ geeft:

2012-II Ellipsvormige baan

De baan van P snijdt de lijn met vergelijking $y = 2x$ in de punten A en B.

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}\sin t \\ y(t) = \sin(t + \frac{1}{3}\pi) \end{cases}$$



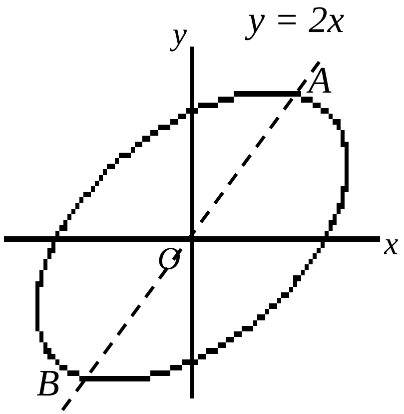
Vraag 5. Bereken exact de coördinaten van A en B.

- $y = 2x$ geeft: $\sin(t + \frac{1}{3}\pi) = \sin(t)$
- (1) $t + \frac{1}{3}\pi = t + 2k\pi$ vervalt
- (2) $t + \frac{1}{3}\pi = \pi - t + 2k\pi$ geeft:
- $2t = \frac{2}{3}\pi + 2k\pi$ met op $[0, 2\pi]$ de oplossingen:

2012-II Ellipsvormige baan

De baan van P snijdt de lijn met vergelijking $y = 2x$ in de punten A en B.

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}\sin t \\ y(t) = \sin(t + \frac{1}{3}\pi) \end{cases}$$



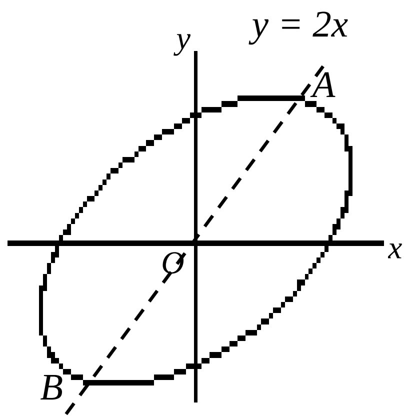
Vraag 5. Bereken exact de coördinaten van A en B.

- $y = 2x$ geeft: $\sin(t + \frac{1}{3}\pi) = \sin(t)$
- (1) $t + \frac{1}{3}\pi = t + 2k\pi$ vervalt
- (2) $t + \frac{1}{3}\pi = \pi - t + 2k\pi$ geeft:
- $2t = \frac{2}{3}\pi + 2k\pi$ met op $[0, 2\pi]$ de oplossingen: $t = \frac{1}{3}\pi + k\pi$

2012-II Ellipsvormige baan

De baan van P snijdt de lijn met vergelijking $y = 2x$ in de punten A en B.

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}\sin t \\ y(t) = \sin(t + \frac{1}{3}\pi) \end{cases}$$

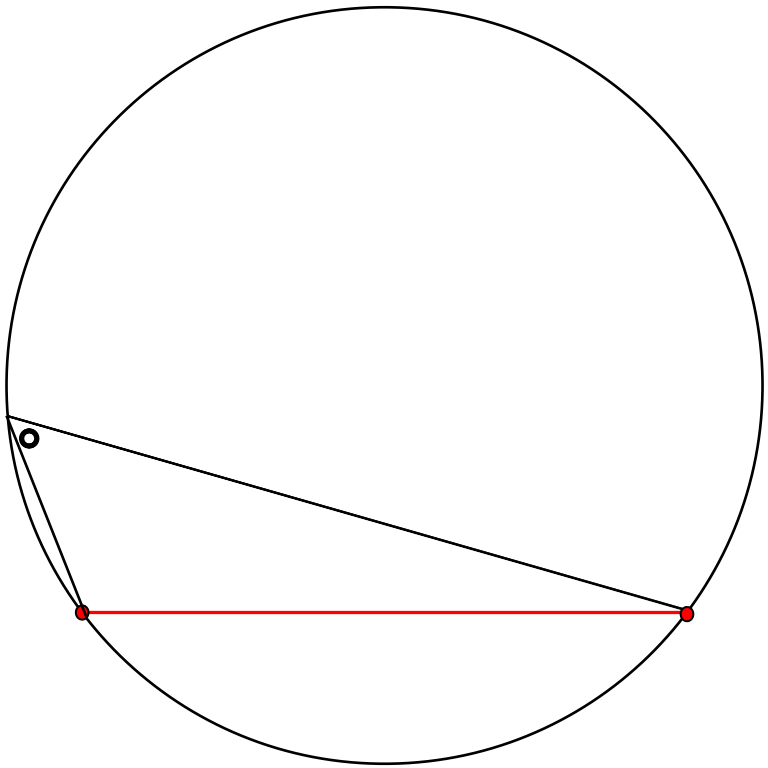


Vraag 5. Bereken exact de coördinaten van A en B.

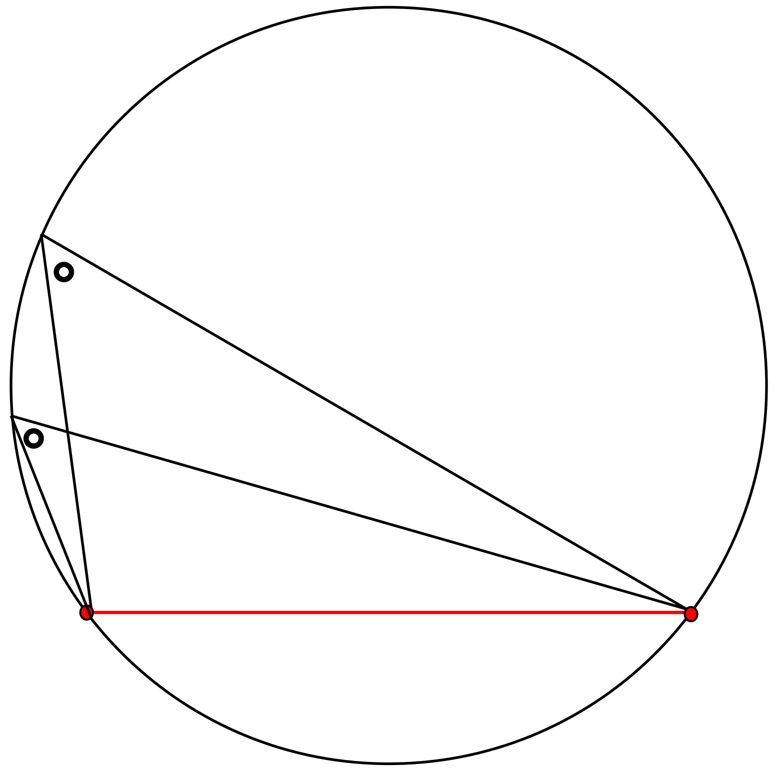
- $y = 2x$ geeft: $\sin(t + \frac{1}{3}\pi) = \sin(t)$
- (1) $t + \frac{1}{3}\pi = t + 2k\pi$ vervalt
- (2) $t + \frac{1}{3}\pi = \pi - t + 2k\pi$ geeft:
- $2t = \frac{2}{3}\pi + 2k\pi$ met op $[0, 2\pi]$ de oplossingen: $t = \frac{1}{3}\pi + k\pi$
- dus $A(\frac{1}{4}\sqrt{3}, \frac{1}{2}\sqrt{3})$ en $B(-\frac{1}{4}\sqrt{3}, -\frac{1}{2}\sqrt{3})$

De stelling van de constante omtrekshoek

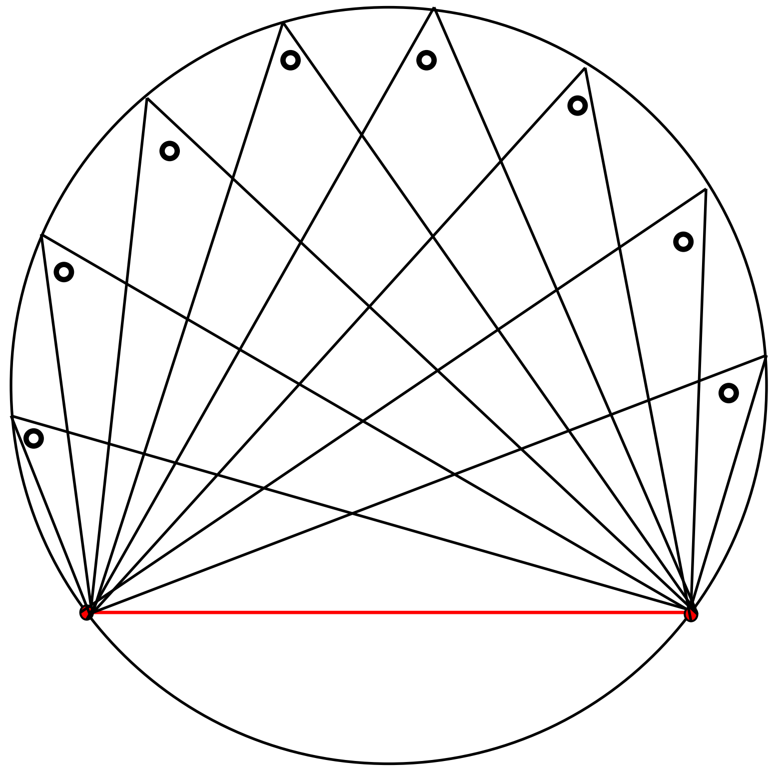
Voorafgaand aan vraag 6   2012-II



De stelling van de constante omtrekshoek

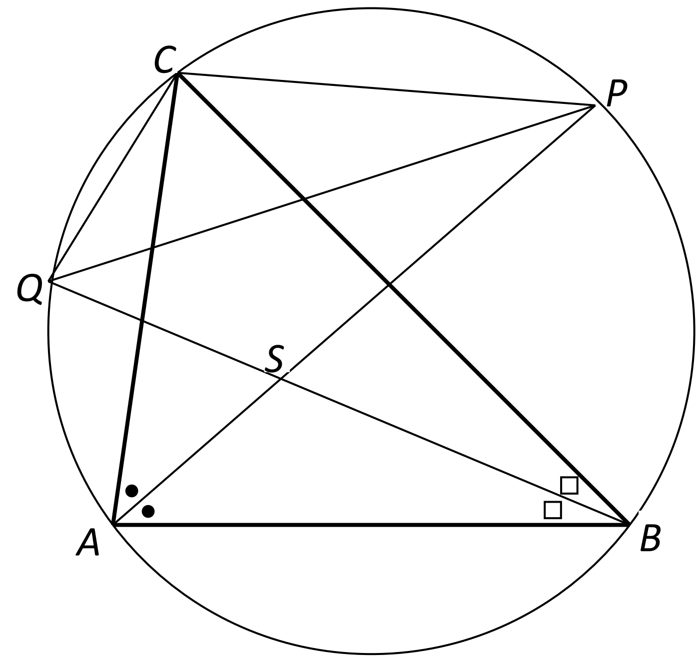


De stelling van de constante omtrekshoek



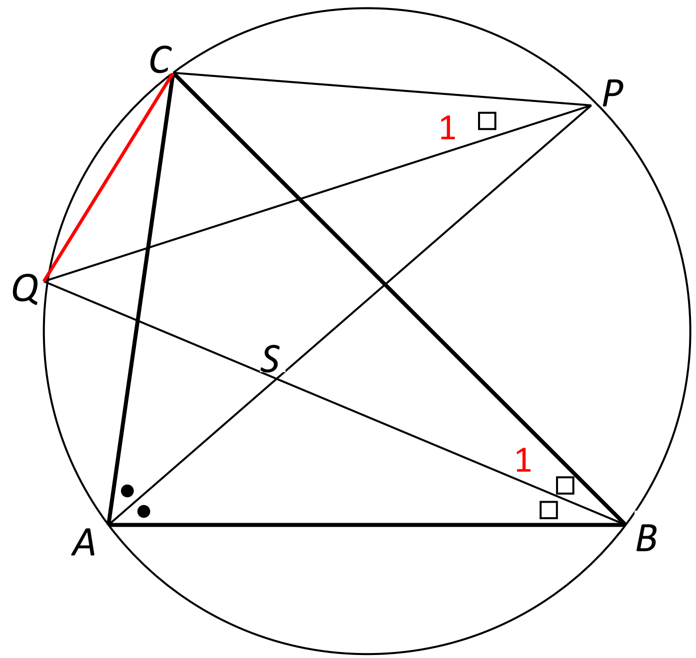
2012 – II   Bissectrices in cirkel

Gegeven is driehoek *ABC* met zijn omgeschreven cirkel. De bissectrice van hoek *A* snijdt deze cirkel in punt *P* en de bissectrice van hoek *B* snijdt de cirkel in punt *Q*. Het snijpunt van de bissectrices is S.



Vraag 6. Bewijs dat driehoek *CPQ* congruent is met driehoek *SPQ*.

2012 – II   Bissectrices in cirkel



Gegeven is driehoek *ABC* met zijn omgeschreven cirkel. De bissectrice van hoek *A* snijdt deze cirkel in punt *P* en de bissectrice van hoek *B* snijdt de cirkel in punt *Q*. Het snijpunt van de bissectrices is S.

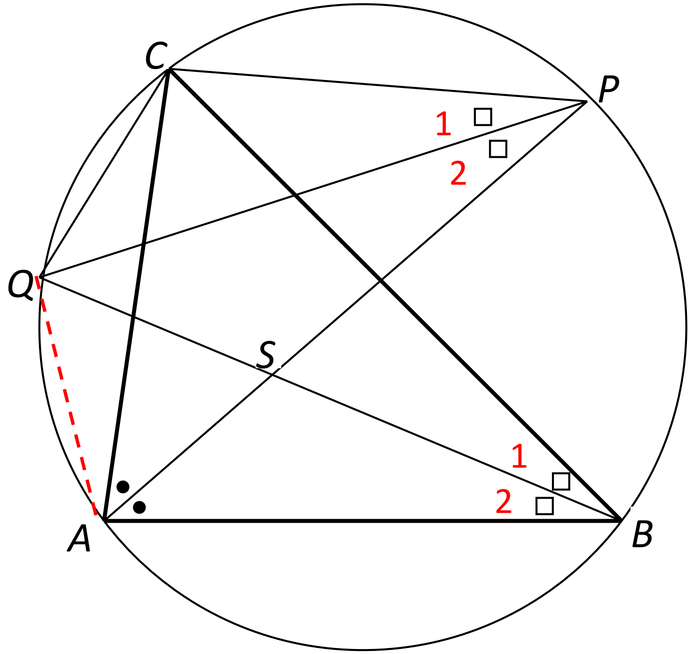
Vraag 6. Bewijs dat driehoek *CPQ* congruent is met driehoek *SPQ*.

- $\angle P1 = \angle B1$ (constante hoek op koorde *QC*)

2012 – II   Bissectrices in cirkel

Gegeven is driehoek *ABC* met zijn omgeschreven cirkel. De bissectrice van hoek *A* snijdt deze cirkel in punt *P* en de bissectrice van hoek *B* snijdt de cirkel in punt *Q*. Het snijpunt van de bissectrices is S.

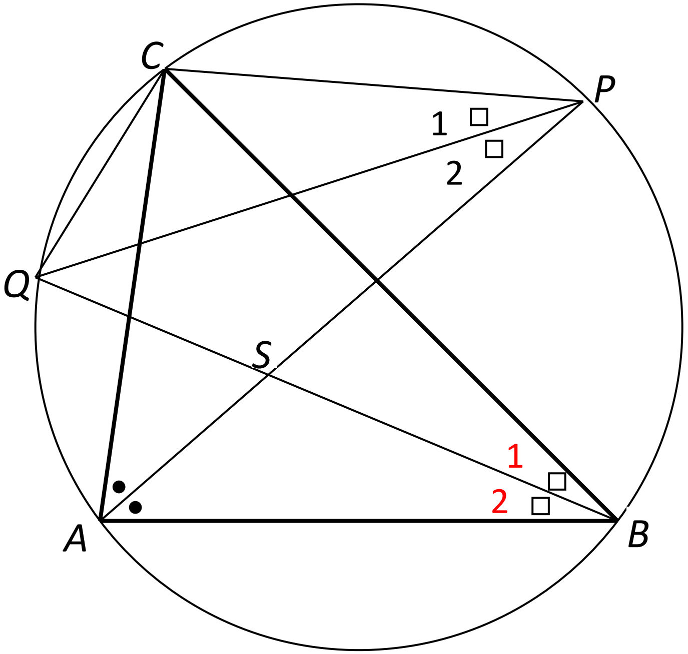
Vraag 6. Bewijs dat driehoek *CPQ* congruent is met driehoek *SPQ*.



- $\angle P1 = \angle B1$ (constante hoek op koorde *QC*)
- $\angle P2 = \angle B2$ (constante hoek op koorde *QA*)

2012 – II   Bissectrices in cirkel

Gegeven is driehoek *ABC* met zijn omgeschreven cirkel. De bissectrice van hoek *A* snijdt deze cirkel in punt *P* en de bissectrice van hoek *B* snijdt de cirkel in punt *Q*. Het snijpunt van de bissectrices is S.



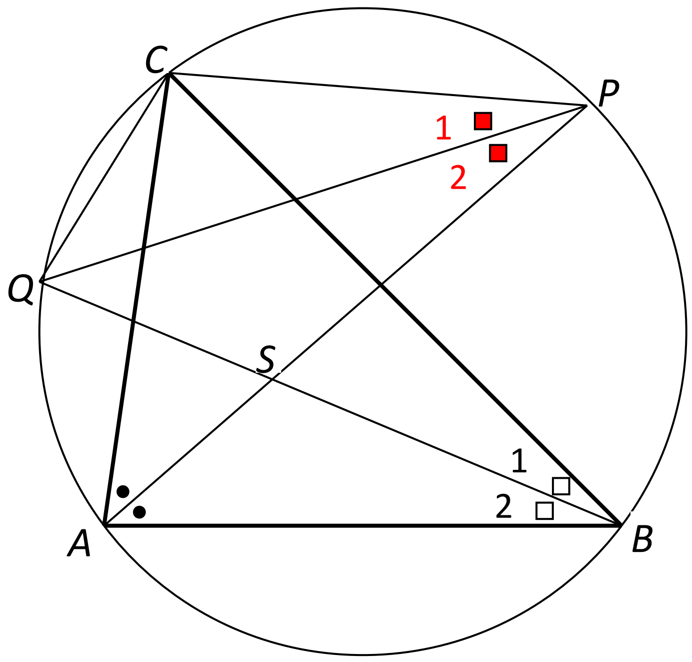
Vraag 6. Bewijs dat driehoek *CPQ* congruent is met driehoek *SPQ*.

- $\angle P1 = \angle B1$ (constante hoek op koorde *QC*)
- $\angle P2 = \angle B2$ (constante hoek op koorde *QA*)
- $\angle B1 = \angle B2$ (bissectrice)

  dus:

2012 - II   Bissectrices in cirkel

Gegeven is driehoek *ABC* met zijn omgeschreven cirkel. De bissectrice van hoek *A* snijdt deze cirkel in punt *P* en de bissectrice van hoek *B* snijdt de cirkel in punt *Q*. Het snijpunt van de bissectrices is S.



Vraag 6. Bewijs dat driehoek *CPQ* congruent is met driehoek *SPQ*.

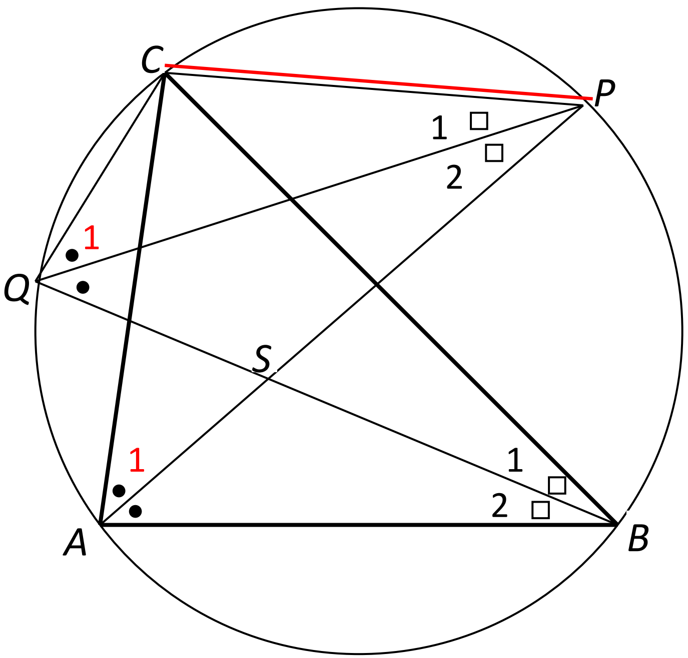
- $\angle P1 = \angle B1$ (constante hoek op koorde *QC*)
- $\angle P2 = \angle B2$ (constante hoek op koorde *QA*)
- $\angle B1 = \angle B2$ (bissectrice)

dus: $\angle P1 = \angle P2$

2012 – II   Bissectrices in cirkel

Gegeven is driehoek *ABC* met zijn omgeschreven cirkel. De bissectrice van hoek *A* snijdt deze cirkel in punt *P* en de bissectrice van hoek *B* snijdt de cirkel in punt *Q*. Het snijpunt van de bissectrices is S.

Vraag 6. Bewijs dat driehoek *CPQ* congruent is met driehoek *SPQ*.



- $\angle P1 = \angle B1$ (constante hoek op koorde *QC*)
- $\angle P2 = \angle B2$ (constante hoek op koorde *QA*)
- $\angle B1 = \angle B2$ (bissectrice)

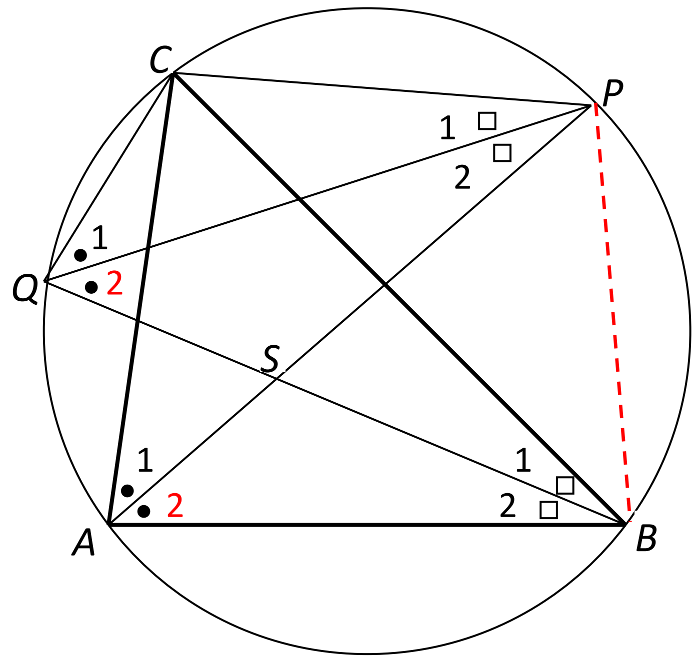
  dus: $\angle P1 = \angle P2$

- $\angle Q1 = \angle A1$ (constante hoek op koorde *CP*)

2012 - II Bissectrices in cirkel

Gegeven is driehoek *ABC* met zijn omgeschreven cirkel. De bissectrice van hoek *A* snijdt deze cirkel in punt *P* en de bissectrice van hoek *B* snijdt de cirkel in punt *Q*. Het snijpunt van de bissectrices is S.

Vraag 6. Bewijs dat driehoek *CPQ* congruent is met driehoek *SPQ*.



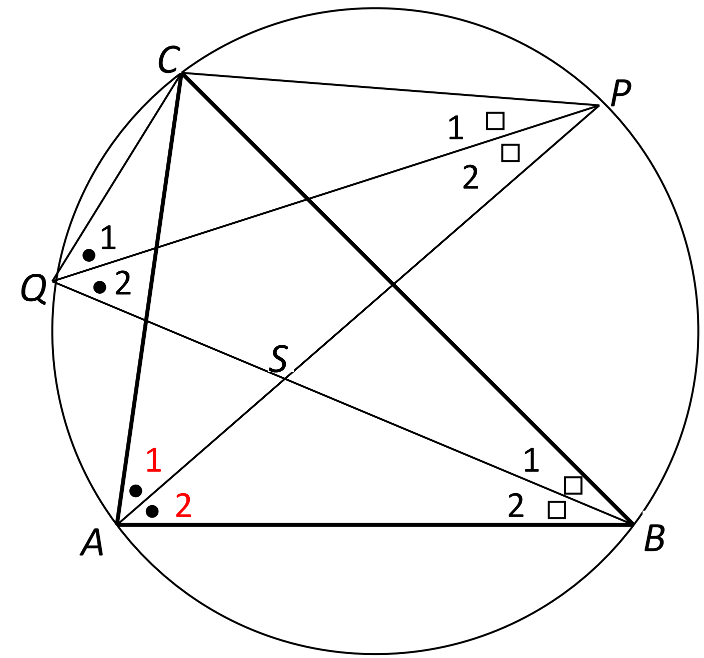
- $\angle P1 = \angle B1$ (constante hoek op koorde *QC*)
- $\angle P2 = \angle B2$ (constante hoek op koorde *QA*)
- $\angle B1 = \angle B2$ (bissectrice)

  dus: $\angle P1 = \angle P2$

- $\angle Q1 = \angle A1$ (constante hoek op koorde *CP*)
- $\angle Q2 = \angle A2$ (constante hoek op koorde *PB*)

2012 – II   Bissectrices in cirkel

Gegeven is driehoek *ABC* met zijn omgeschreven cirkel. De bissectrice van hoek *A* snijdt deze cirkel in punt *P* en de bissectrice van hoek *B* snijdt de cirkel in punt *Q*. Het snijpunt van de bissectrices is S.



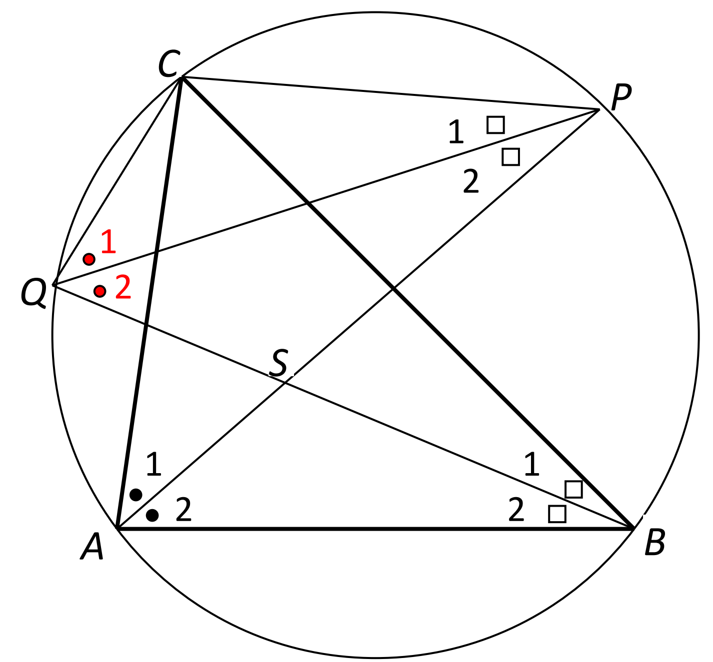
Vraag 6. Bewijs dat driehoek *CPQ* congruent is met driehoek *SPQ*.

- $\angle P1 = \angle B1$ (constante hoek op koorde *QC*)
- $\angle P2 = \angle B2$ (constante hoek op koorde *QA*)
- $\angle B1 = \angle B2$ (bissectrice)

  dus: $\angle P1 = \angle P2$

- $\angle Q1 = \angle A1$ (constante hoek op koorde *CP*)
- $\angle Q2 = \angle A2$ (constante hoek op koorde *QC*)
- $\angle A1 = \angle A2$ (bissectrice)

2012 - II Bissectrices in cirkel



Gegeven is driehoek *ABC* met zijn omgeschreven cirkel. De bissectrice van hoek *A* snijdt deze cirkel in punt *P* en de bissectrice van hoek *B* snijdt de cirkel in punt *Q*. Het snijpunt van de bissectrices is S.

Vraag 6. Bewijs dat driehoek *CPQ* congruent is met driehoek *SPQ*.

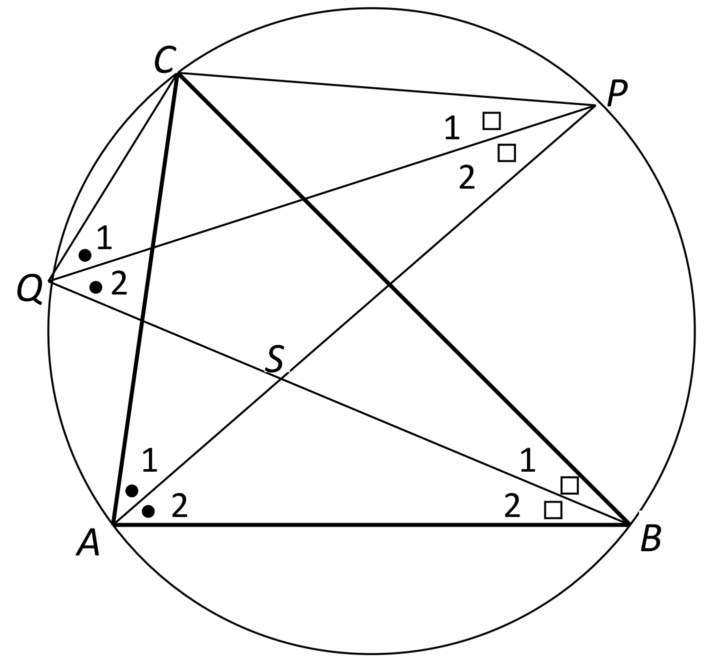
- $\angle P1 = \angle B1$ (constante hoek op koorde *QC*)
- $\angle P2 = \angle B2$ (constante hoek op koorde *QA*)
- $\angle B1 = \angle B2$ (bissectrice)

dus: $\angle P1 = \angle P2$

- $\angle Q1 = \angle A1$ (constante hoek op koorde *CP*)
- $\angle Q2 = \angle A2$ (constante hoek op koorde *QC*)
- $\angle A1 = \angle A2$ (bissectrice)

dus: $\angle Q1 = \angle Q2$

2012 – II   Bissectrices in cirkel



Gegeven is driehoek *ABC* met zijn omgeschreven cirkel. De bissectrice van hoek *A* snijdt deze cirkel in punt *P* en de bissectrice van hoek *B* snijdt de cirkel in punt *Q*. Het snijpunt van de bissectrices is S.

Vraag 6. Bewijs dat driehoek *CPQ* congruent is met driehoek *SPQ*.

- $\angle P1 = \angle B1$ (constante hoek op koorde *QC*)
- $\angle P2 = \angle B2$ (constante hoek op koorde *QA*)
- $\angle B1 = \angle B2$ (bissectrice)

  dus: $\angle P1 = \angle P2$

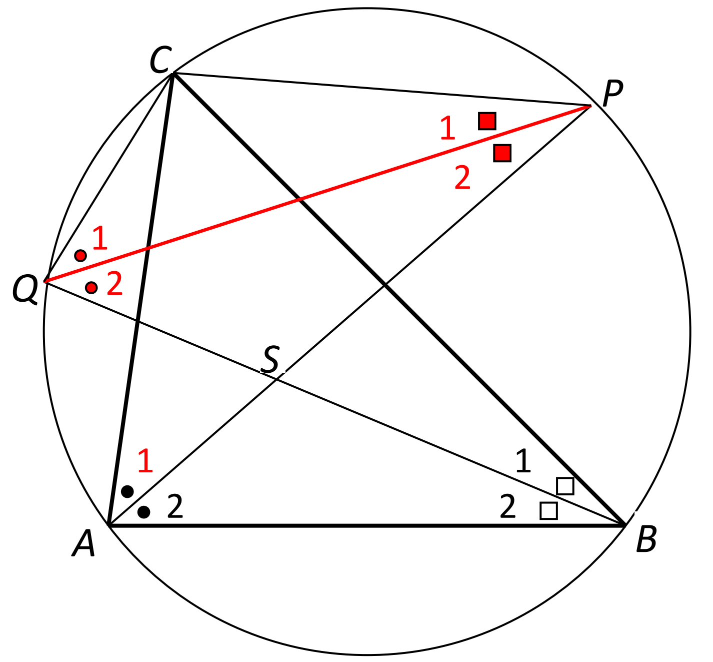
- $\angle Q1 = \angle A1$ (constante hoek op koorde *CP*)
- $\angle Q2 = \angle A2$ (constante hoek op koorde *QC*)
- $\angle A1 = \angle A2$ (bissectrice)

  dus: $\angle Q1 = \angle Q2$

dus:

2012 - II   Bissectrices in cirkel

Gegeven is driehoek *ABC* met zijn omgeschreven cirkel. De bissectrice van hoek *A* snijdt deze cirkel in punt *P* en de bissectrice van hoek *B* snijdt de cirkel in punt *Q*. Het snijpunt van de bissectrices is S.



Vraag 6. Bewijs dat driehoek *CPQ* congruent is met driehoek *SPQ*.

- $\angle P1 = \angle B1$ (constante hoek op koorde *QC*)
- $\angle P2 = \angle B2$ (constante hoek op koorde *QA*)
- $\angle B1 = \angle B2$ (bissectrice)

  dus: $\angle P1 = \angle P2$

- $\angle Q1 = \angle A1$ (constante hoek op koorde *CP*)
- $\angle Q2 = \angle A2$ (constante hoek op koorde *QC*)
- $\angle A1 = \angle A2$ (bissectrice)

  dus: $\angle Q1 = \angle Q2$

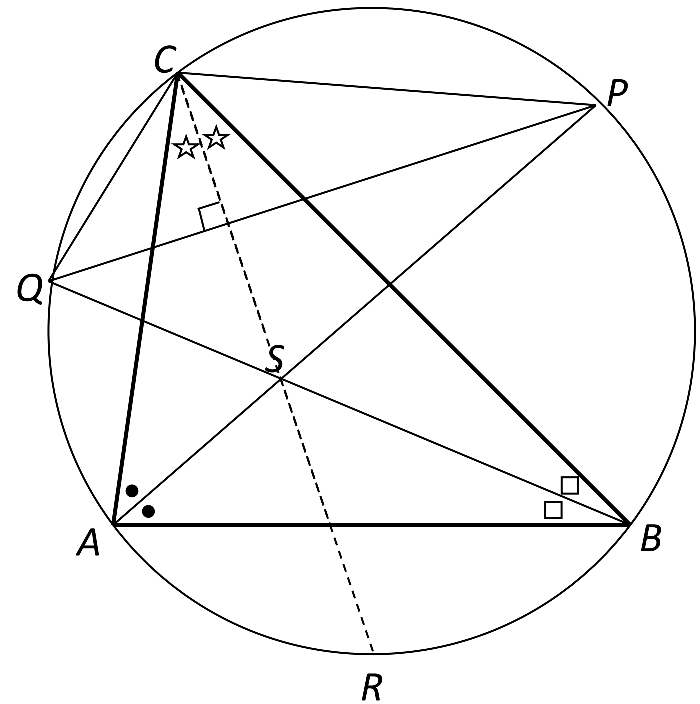
dus: $\Delta CPQ \cong \Delta SPQ$ (geval *HZH*)

want $\angle P1 = \angle P2$ en $\angle Q1 = \angle Q2$ en $QP = QP$

2012 – II   Bissectrices in cirkel

In de figuur is ook de bissectrice van hoek *C* getekend. Deze gaat door *S* en snijdt de omgeschreven cirkel van driehoek *ABC* in punt *R*. Met behulp van de congruentie van de driehoeken *CPQ* en *SPQ* volgt:

de lijnen *PQ* en *CR* staan loodrecht op elkaar.



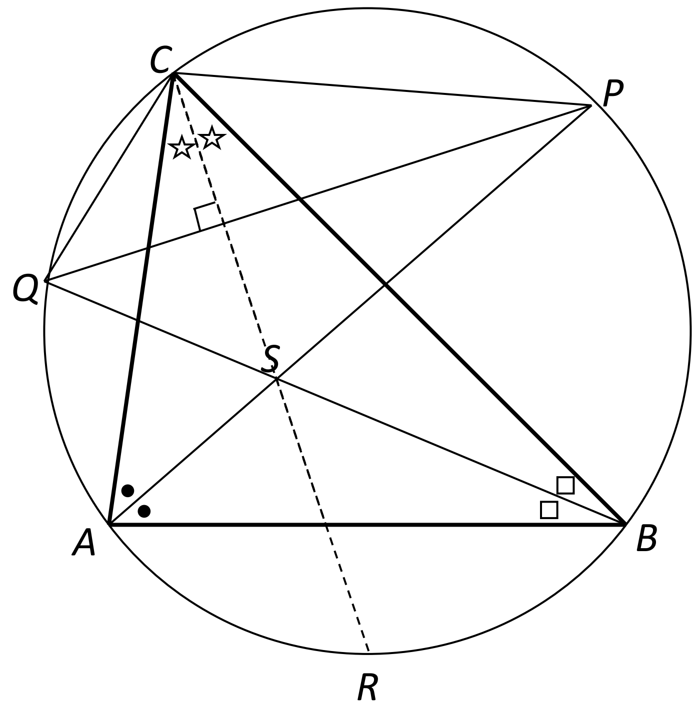
In de volgende figuur zie je alleen een cirkel waarop drie punten *P*, *Q* en *R* liggen. Bij deze punten *P*, *Q* en *R* is er een driehoek *ABC* waarvoor geldt: *A*, *B* en *C* liggen op de gegeven cirkel zó dat de lijnen *AP*, *BQ* en *CR* de bissectrices zijn van de hoeken van driehoek *ABC*.

Vraag 7. Teken deze driehoek *ABC*.

2012 - II   Bissectrices in cirkel

In de figuur is ook de bissectrice van hoek *C* getekend. Deze gaat door *S* en snijdt de omgeschreven cirkel van driehoek *ABC* in punt *R*. Met behulp van de congruentie van de driehoeken *CPQ* en *SPQ* volgt:

de lijnen *PQ* en *CR* staan loodrecht op elkaar. (gebruik dit als een gegeven)



In de volgende figuur zie je alleen een cirkel waarop drie punten *P*, *Q* en *R* liggen. Bij deze punten *P*, *Q* en *R* is er een driehoek *ABC* waarvoor geldt: *A*, *B* en *C* liggen op de gegeven cirkel zó dat de lijnen *AP*, *BQ* en *CR* de bissectrices zijn van de hoeken van driehoek *ABC*.

Vraag 7. Teken deze driehoek *ABC*.

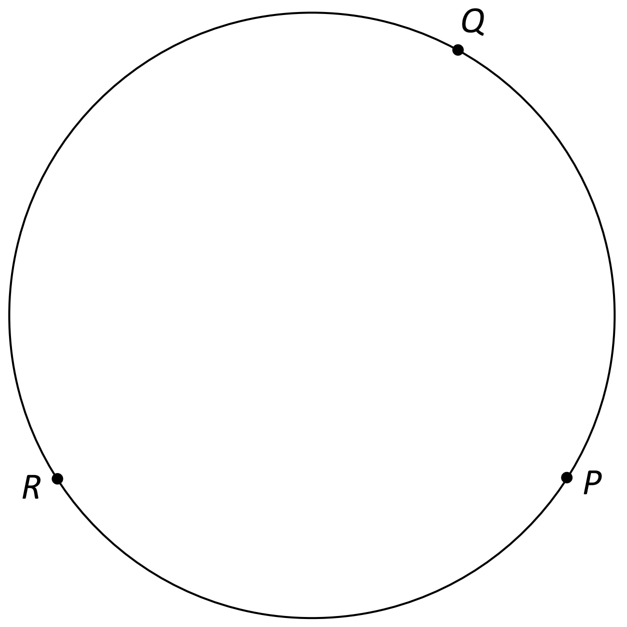
Gegeven dus *P*, *Q* en *R;*
Teken nu driehoek *ABC*.

2012 – II Bissectrices in cirkel

Gegeven *P*, *Q* en *R*.

Vraag 7. Teken de punten *A*, *B* en *C* zo, dat *AP*, *BQ* en *CR* bissectrices zijn in driehoek *ABC*.

Uit het voorgaande blijkt, dat de lijnen *AP*, *BQ* en *CR* loodrecht staan op de zijden van driehoek *ABC*.

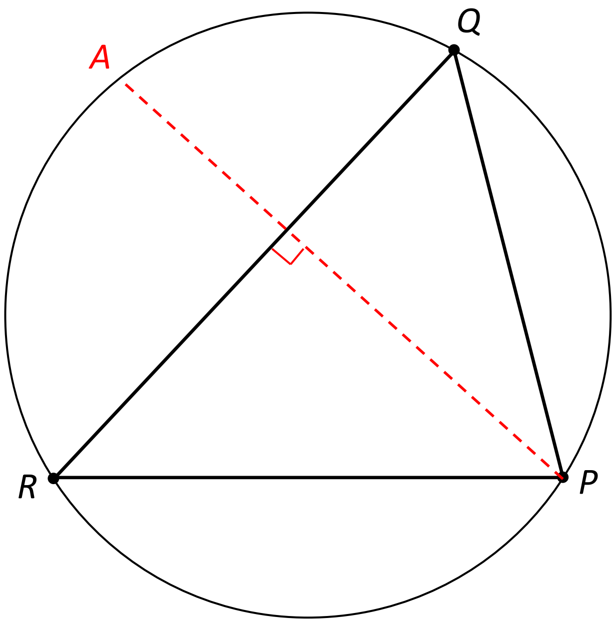


2012 – II   Bissectrices in cirkel

Gegeven *P*, *Q* en *R*.

Vraag 7. Teken de punten *A*, *B* en *C* zo, dat *AP*, *BQ* en *CR* bissectrices zijn in driehoek *ABC*.

Uit het voorgaande blijkt, dat de lijnen *AP*, *BQ* en *CR* loodrecht staan op de zijden van driehoek *ABC*.



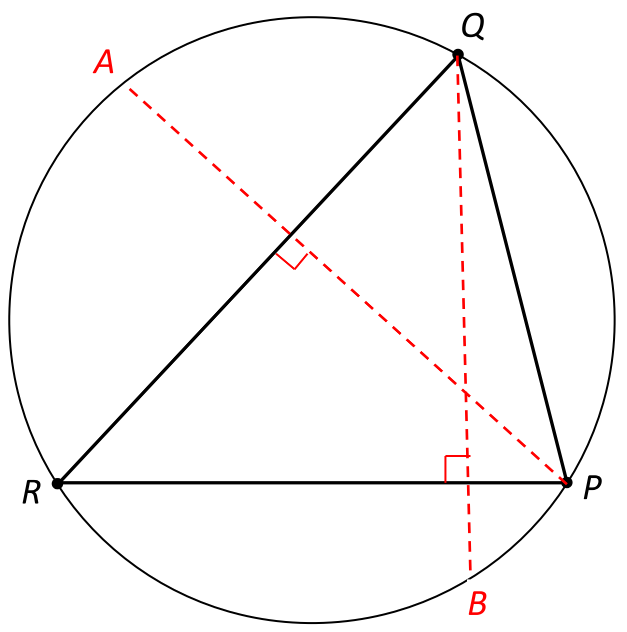
- Trek lijn door *P* loodrecht op *RQ* (rood gestippeld), deze snijdt de cirkel in *A*.

2012 – II   Bissectrices in cirkel

Gegeven *P*, *Q* en *R*.

Vraag 7. Teken de punten *A*, *B* en *C* zo, dat *AP*, *BQ* en *CR* bissectrices zijn in driehoek *ABC*.

Uit het voorgaande blijkt, dat de lijnen *AP*, *BQ* en *CR* loodrecht staan op de zijden van driehoek *ABC*.



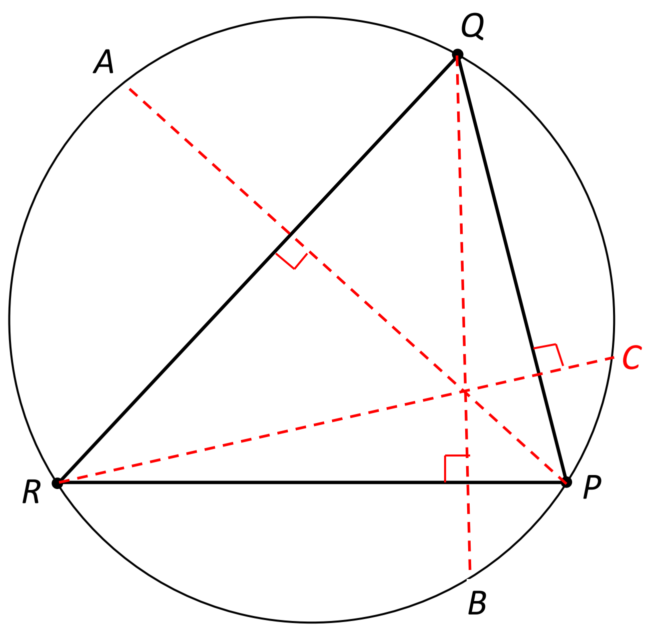
- Trek lijn door *P* loodrecht op *RQ* (rood gestippeld), deze snijdt de cirkel in *A*.
- Trek lijn door *Q* loodrecht op *RP* (rood gestippeld), deze snijdt de cirkel in *B*.

2012 – II Bissectrices in cirkel

Gegeven *P*, *Q* en *R*.

Vraag 7. Teken de punten *A*, *B* en *C* zo, dat *AP*, *BQ* en *CR* bissectrices zijn in driehoek *ABC*.

Uit het voorgaande blijkt, dat de lijnen *AP*, *BQ* en *CR* loodrecht staan op de zijden van driehoek *ABC*.



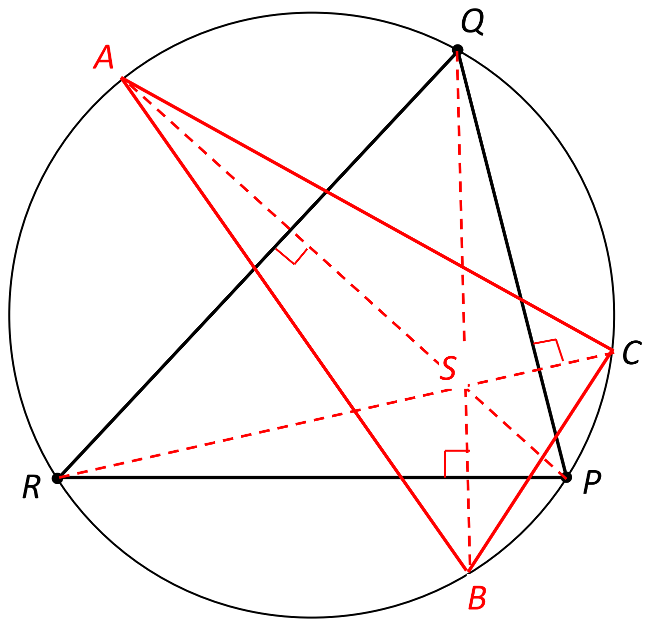
- Trek lijn door *P* loodrecht op *RQ* (rood gestippeld), deze snijdt de cirkel in *A*.
- Trek lijn door *Q* loodrecht op *RP* (rood gestippeld), deze snijdt de cirkel in *B*.
- Trek lijn door *R* loodrecht op *QP* (rood gestippeld), deze snijdt de cirkel in *C*.

2012 – II   Bissectrices in cirkel

Gegeven *P*, *Q* en *R*.

Vraag 7. Teken de punten *A*, *B* en *C* zo, dat *AP*, *BQ* en *CR* bissectrices zijn in driehoek *ABC*.

Uit het voorgaande blijkt, dat de lijnen *AP*, *BQ* en *CR* loodrecht staan op de zijden van driehoek *ABC*.



- Trek lijn door *P* loodrecht op *RQ* (rood gestippeld), deze snijdt de cirkel in *A*.
- Trek lijn door *Q* loodrecht op *RP* (rood gestippeld), deze snijdt de cirkel in *B*.
- Trek lijn door *R* loodrecht op *QP* (rood gestippeld), deze snijdt de cirkel in *C*.

De drie rode stippellijnen zijn de hoogtelijnen in ΔABC, gaan door één punt (*S*).

2012-II Medicijn in actieve vorm

Sommige medicijnen kennen een passieve en een actieve vorm. Ze worden in passieve vorm ingespoten en door het lichaam omgezet in actieve vorm. De hoeveelheid medicijn in passieve vorm, in milligram, die t uur na inspuiten nog niet is omgezet in actieve vorm, noemen we $p(t)$. Als 25 mg wordt ingespoten, geldt de volgende formule:

$$p(t) = 25e^{-kt}$$

Hierbij is k een positieve constante waarvan de waarde afhangt van het type medicijn. Hoe groter k, hoe sneller het medicijn in passieve vorm wordt omgezet in actieve vorm.

Om de werkzaamheid van het medicijn te onderzoeken, meet men hoe lang het duurt tot 99% van de hoeveelheid medicijn in passieve vorm is omgezet naar medicijn in actieve vorm. Deze tijdsduur t_{99} hangt af van k.

Vraag 8. Druk t_{99} uit in k.

2012-II Medicijn in actieve vorm

Sommige medicijnen kennen een passieve en een actieve vorm. Ze worden in passieve vorm ingespoten en door het lichaam omgezet in actieve vorm. De hoeveelheid medicijn in passieve vorm, in milligram, die t uur na inspuiten nog niet is omgezet in actieve vorm, noemen we $p(t)$. Als 25 mg wordt ingespoten, geldt de volgende formule:

$$p(t) = 25e^{-kt}$$

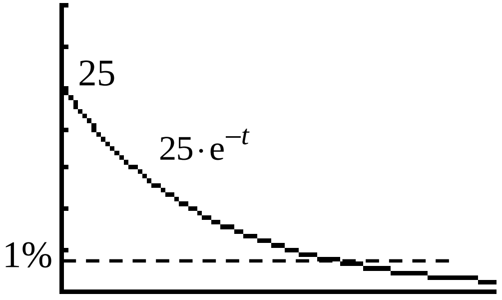
Hierbij is k een positieve constante waarvan de waarde afhangt van het type medicijn. Hoe groter k, hoe sneller het medicijn in passieve vorm wordt omgezet in actieve vorm.

Om de werkzaamheid van het medicijn te onderzoeken, meet men hoe lang het duurt tot 99% van de hoeveelheid medicijn in passieve vorm is omgezet naar medicijn in actieve vorm. Deze tijdsduur t_{99} hangt af van k.

Vraag 8. Druk t_{99} uit in k.

Passief betekent "nog niet werkend".
Probeer de (grafiek van de) formule te begrijpen:

Op $t = 0$ is er 0% actief en 100% passief: $p(0) = 25$.
Na een bepaalde tijd is 99% actief en 1% passief.



2012-II Medicijn in actieve vorm

Sommige medicijnen kennen een passieve en een actieve vorm. Ze worden in passieve vorm ingespoten en door het lichaam omgezet in actieve vorm. De hoeveelheid medicijn in passieve vorm, in milligram, die t uur na inspuiten nog niet is omgezet in actieve vorm, noemen we $p(t)$. Als 25 mg wordt ingespoten, geldt de volgende formule:

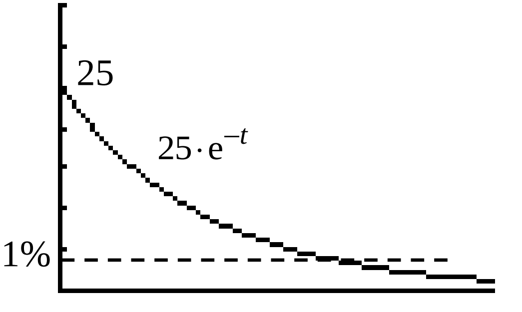
$$p(t) = 25e^{-kt}$$

Hierbij is k een positieve constante waarvan de waarde afhangt van het type medicijn. Hoe groter k, hoe sneller het medicijn in passieve vorm wordt omgezet in actieve vorm.

Om de werkzaamheid van het medicijn te onderzoeken, meet men hoe lang het duurt tot 99% van de hoeveelheid medicijn in passieve vorm is omgezet naar medicijn in actieve vorm. Deze tijdsduur t_{99} hangt af van k.

Vraag 8. Druk t_{99} uit in k.

- Als 99% actief is geldt dus:



2012-II Medicijn in actieve vorm

Sommige medicijnen kennen een passieve en een actieve vorm. Ze worden in passieve vorm ingespoten en door het lichaam omgezet in actieve vorm. De hoeveelheid medicijn in passieve vorm, in milligram, die t uur na inspuiten nog niet is omgezet in actieve vorm, noemen we $p(t)$. Als 25 mg wordt ingespoten, geldt de volgende formule:

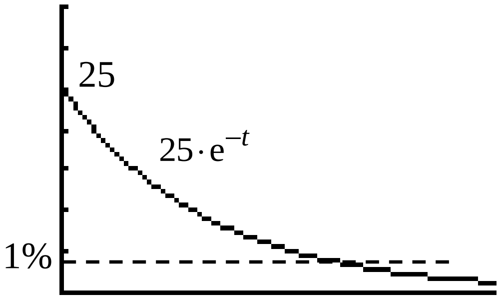
$$p(t) = 25e^{-kt}$$

Hierbij is k een positieve constante waarvan de waarde afhangt van het type medicijn. Hoe groter k, hoe sneller het medicijn in passieve vorm wordt omgezet in actieve vorm.

Om de werkzaamheid van het medicijn te onderzoeken, meet men hoe lang het duurt tot 99% van de hoeveelheid medicijn in passieve vorm is omgezet naar medicijn in actieve vorm. Deze tijdsduur t_{99} hangt af van k.

Vraag 8. Druk t_{99} uit in k.

- Als 99% actief is geldt dus: $p(t) = 25 \cdot \mathrm{e}^{-k \cdot t_{99}} = 0,25$



2012-II Medicijn in actieve vorm

Sommige medicijnen kennen een passieve en een actieve vorm. Ze worden in passieve vorm ingespoten en door het lichaam omgezet in actieve vorm. De hoeveelheid medicijn in passieve vorm, in milligram, die *t* uur na inspuiten nog niet is omgezet in actieve vorm, noemen we $p(t)$. Als 25 mg wordt ingespoten, geldt de volgende formule:

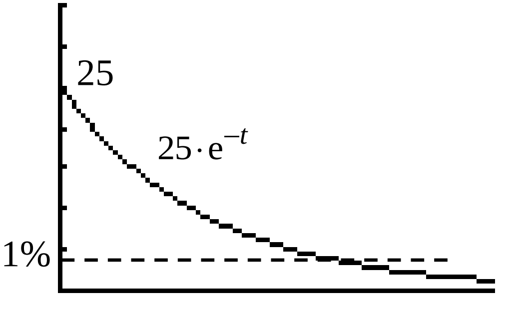
$$p(t) = 25e^{-kt}$$

Hierbij is *k* een positieve constante waarvan de waarde afhangt van het type medicijn. Hoe groter *k*, hoe sneller het medicijn in passieve vorm wordt omgezet in actieve vorm.

Om de werkzaamheid van het medicijn te onderzoeken, meet men hoe lang het duurt tot 99% van de hoeveelheid medicijn in passieve vorm is omgezet naar medicijn in actieve vorm. Deze tijdsduur t_{99} hangt af van *k*.

Vraag 8. Druk t_{99} uit in *k*.

- Als 99% actief is geldt dus: $p(t) = 25 \cdot \mathrm{e}^{-k \cdot t_{99}} = 0,25$
- Dus: $\mathrm{e}^{-k \cdot t_{99}} = 0,01$



2012-II Medicijn in actieve vorm

Sommige medicijnen kennen een passieve en een actieve vorm. Ze worden in passieve vorm ingespoten en door het lichaam omgezet in actieve vorm. De hoeveelheid medicijn in passieve vorm, in milligram, die t uur na inspuiten nog niet is omgezet in actieve vorm, noemen we $p(t)$. Als 25 mg wordt ingespoten, geldt de volgende formule:

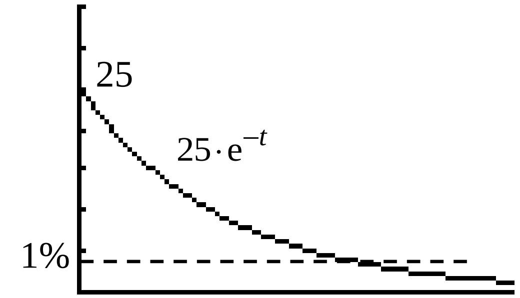
$$p(t) = 25e^{-kt}$$

Hierbij is k een positieve constante waarvan de waarde afhangt van het type medicijn. Hoe groter k, hoe sneller het medicijn in passieve vorm wordt omgezet in actieve vorm.

Om de werkzaamheid van het medicijn te onderzoeken, meet men hoe lang het duurt tot 99% van de hoeveelheid medicijn in passieve vorm is omgezet naar medicijn in actieve vorm. Deze tijdsduur t_{99} hangt af van k.

Vraag 8. Druk t_{99} uit in k.

- Als 99% actief is geldt dus: $p(t) = 25 \cdot \mathrm{e}^{-k \cdot t_{99}} = 0,25$
- Dus: $\mathrm{e}^{-k \cdot t_{99}} = 0,01$ en: $-k \cdot t_{99} = \ln 0,01$



2012-II Medicijn in actieve vorm

Sommige medicijnen kennen een passieve en een actieve vorm. Ze worden in passieve vorm ingespoten en door het lichaam omgezet in actieve vorm. De hoeveelheid medicijn in passieve vorm, in milligram, die t uur na inspuiten nog niet is omgezet in actieve vorm, noemen we $p(t)$. Als 25 mg wordt ingespoten, geldt de volgende formule:

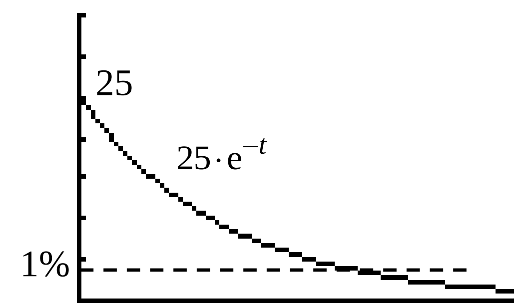
$$p(t) = 25e^{-kt}$$

Hierbij is k een positieve constante waarvan de waarde afhangt van het type medicijn. Hoe groter k, hoe sneller het medicijn in passieve vorm wordt omgezet in actieve vorm.

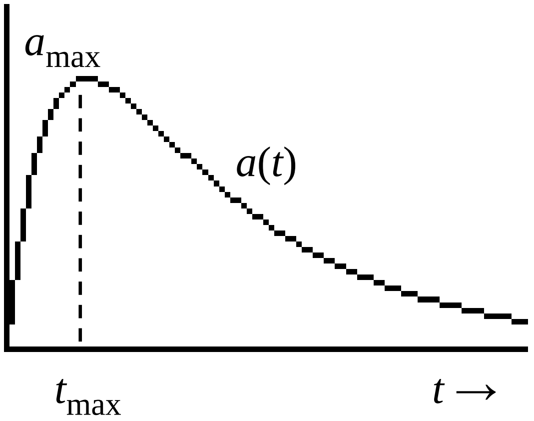
Om de werkzaamheid van het medicijn te onderzoeken, meet men hoe lang het duurt tot 99% van de hoeveelheid medicijn in passieve vorm is omgezet naar medicijn in actieve vorm. Deze tijdsduur t_{99} hangt af van k.

Vraag 8. Druk t_{99} uit in k.

- Als 99% actief is geldt dus: $p(t) = 25 \cdot \mathrm{e}^{-k \cdot t_{99}} = 0,25$
- Dus: $\mathrm{e}^{-k \cdot t_{99}} = 0,01$ en: $-k \cdot t_{99} = \ln 0,01$
- Tenslotte: $t_{99} = \dfrac{\ln 0,01}{-k} = \dfrac{\ln 100^{-1}}{-k} = \dfrac{\ln 100}{k}$



2012-II Medicijn in actieve vorm



Het medicijn in actieve vorm wordt door de lever afgebroken. De omzetting van medicijn in passieve vorm naar medicijn in actieve vorm en de afbraak van medicijn in actieve vorm vinden gelijktijdig plaats. Een patiënt krijgt een injectie met een dergelijk medicijn. De hoeveelheid medicijn in actieve vorm, in milligram, die t uur na inspuiten in het lichaam zit, is $a(t)$.

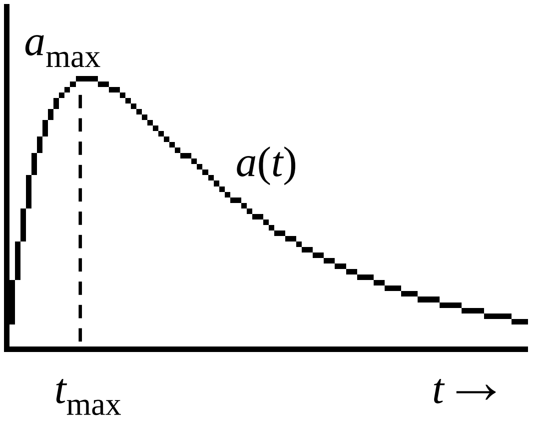
Er geldt: $a(t) = 25(e^{-0,1 \cdot t} - e^{-0,4 \cdot t})$

Het maximum van a noemen we a_{max}. Dit maximum wordt aangenomen op tijdstip t_{max}.

Vraag 9. Bereken t_{max} via differentiëren.

2012-II Medicijn in actieve vorm

Het medicijn in actieve vorm wordt door de lever afgebroken. De omzetting van medicijn in passieve vorm naar medicijn in actieve vorm en de afbraak van medicijn in actieve vorm vinden gelijktijdig plaats. Een patiënt krijgt een injectie met een dergelijk medicijn. De hoeveelheid medicijn in actieve vorm, in milligram, die t uur na inspuiten in het lichaam zit, is $a(t)$.



Er geldt: $a(t) = 25(e^{-0{,}1 \cdot t} - e^{-0{,}4 \cdot t})$

Het maximum van a noemen we a_{max}. Dit maximum wordt aangenomen op tijdstip t_{max}.

Vraag 9. Bereken t_{max} via differentiëren.

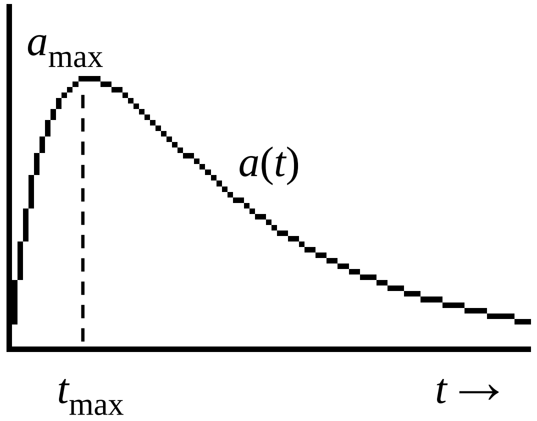
$a'(t) = 25(-0{,}1 \cdot e^{-0{,}1 \cdot t} - -0{,}4 \cdot e^{-0{,}4 \cdot t}) = 0$

$(-0{,}1 \cdot e^{-0{,}1 \cdot t} + 0{,}4 \cdot e^{-0{,}4 \cdot t}) = 0$

Delen door 25

2012-II Medicijn in actieve vorm

Het medicijn in actieve vorm wordt door de lever afgebroken. De omzetting van medicijn in passieve vorm naar medicijn in actieve vorm en de afbraak van medicijn in actieve vorm vinden gelijktijdig plaats. Een patiënt krijgt een injectie met een dergelijk medicijn. De hoeveelheid medicijn in actieve vorm, in milligram, die t uur na inspuiten in het lichaam zit, is $a(t)$.



Er geldt: $a(t) = 25(e^{-0,1 \cdot t} - e^{-0,4 \cdot t})$

Het maximum van a noemen we a_{max}. Dit maximum wordt aangenomen op tijdstip t_{max}.

Vraag 9. Bereken t_{max} via differentiëren.

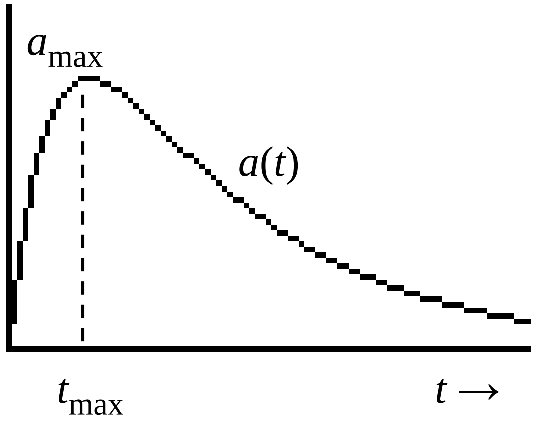
$a'(t) = 25(-0,1 \cdot e^{-0,1 \cdot t} - -0,4 \cdot e^{-0,4 \cdot t}) = 0$

$(-0,1 \cdot e^{-0,1 \cdot t} + 0,4 \cdot e^{-0,4 \cdot t}) = 0$

$0,1 \cdot e^{-0,1 \cdot t} = 0,4 \cdot e^{-0,4 \cdot t}$

2012-II   Medicijn in actieve vorm

Het medicijn in actieve vorm wordt door de lever afgebroken. De omzetting van medicijn in passieve vorm naar medicijn in actieve vorm en de afbraak van medicijn in actieve vorm vinden gelijktijdig plaats. Een patiënt krijgt een injectie met een dergelijk medicijn. De hoeveelheid medicijn in actieve vorm, in milligram, die t uur na inspuiten in het lichaam zit, is $a(t)$.



Er geldt: $a(t) = 25(\mathrm{e}^{-0,1 \cdot t} - \mathrm{e}^{-0,4 \cdot t})$

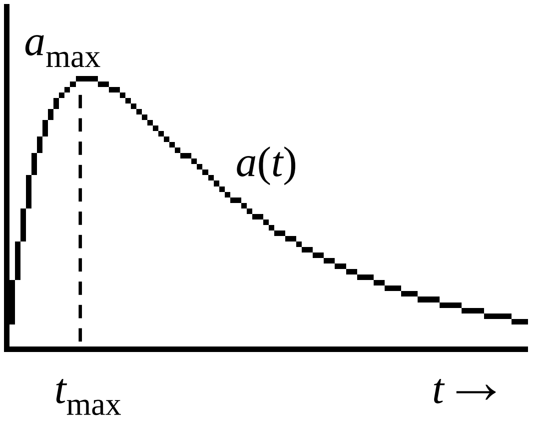
Het maximum van a noemen we a_{max}. Dit maximum wordt aangenomen op tijdstip t_{max}.

Vraag 9. Bereken t_{max} via differentiëren.

$a'(t) = 25(-0,1 \cdot \mathrm{e}^{-0,1 \cdot t} - -0,4 \cdot \mathrm{e}^{-0,4 \cdot t}) = 0$ $(-0,1 \cdot \mathrm{e}^{-0,1 \cdot t} + 0,4 \cdot \mathrm{e}^{-0,4 \cdot t}) = 0$

$0,1 \cdot \mathrm{e}^{-0,1 \cdot t} = 0,4 \cdot \mathrm{e}^{-0,4 \cdot t}$ $\mathrm{e}^{-0,1 \cdot t} = 4 \cdot \mathrm{e}^{-0,4 \cdot t}$

2012-II Medicijn in actieve vorm



Het medicijn in actieve vorm wordt door de lever afgebroken. De omzetting van medicijn in passieve vorm naar medicijn in actieve vorm en de afbraak van medicijn in actieve vorm vinden gelijktijdig plaats. Een patiënt krijgt een injectie met een dergelijk medicijn. De hoeveelheid medicijn in actieve vorm, in milligram, die t uur na inspuiten in het lichaam zit, is $a(t)$.

Er geldt: $a(t) = 25(e^{-0,1 \cdot t} - e^{-0,4 \cdot t})$

Het maximum van a noemen we a_{max}. Dit maximum wordt aangenomen op tijdstip t_{max}.

Vraag 9. Bereken t_{max} via differentiëren.

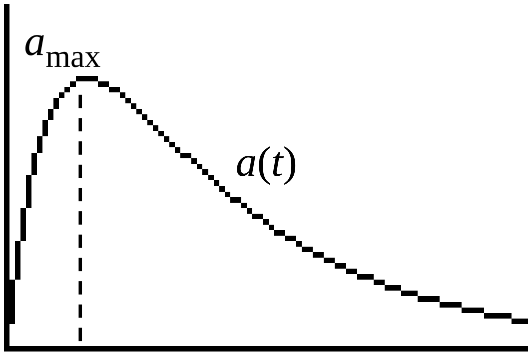
$a'(t) = 25(-0,1 \cdot e^{-0,1 \cdot t} - -0,4 \cdot e^{-0,4 \cdot t}) = 0$ $\qquad$ $(-0,1 \cdot e^{-0,1 \cdot t} + 0,4 \cdot e^{-0,4 \cdot t}) = 0$

$0,1 \cdot e^{-0,1 \cdot t} = 0,4 \cdot e^{-0,4 \cdot t}$ $\qquad$ $e^{-0,1 \cdot t} = 4 \cdot e^{-0,4 \cdot t}$

$$\frac{e^{-0,1 \cdot t}}{e^{-0,4 \cdot t}} = 4$$

2012-II Medicijn in actieve vorm

Het medicijn in actieve vorm wordt door de lever afgebroken. De omzetting van medicijn in passieve vorm naar medicijn in actieve vorm en de afbraak van medicijn in actieve vorm vinden gelijktijdig plaats. Een patiënt krijgt een injectie met een dergelijk medicijn. De hoeveelheid medicijn in actieve vorm, in milligram, die t uur na inspuiten in het lichaam zit, is $a(t)$.



Er geldt: $a(t) = 25(e^{-0{,}1 \cdot t} - e^{-0{,}4 \cdot t})$

Het maximum van a noemen we a_{max}. Dit maximum wordt aangenomen op tijdstip t_{max}.

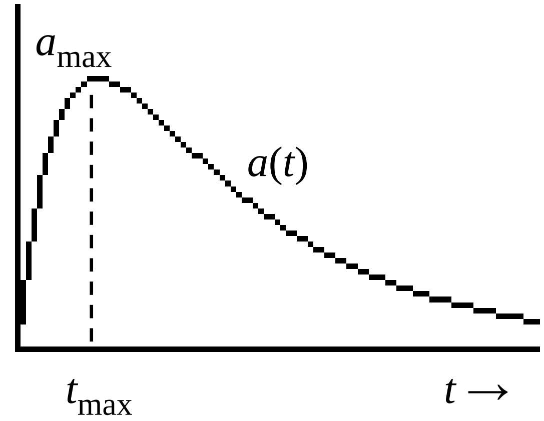
Vraag 9. Bereken t_{max} via differentiëren.

$a'(t) = 25(-0{,}1 \cdot e^{-0{,}1 \cdot t} - -0{,}4 \cdot e^{-0{,}4 \cdot t}) = 0$ $\qquad$ $(-0{,}1 \cdot e^{-0{,}1 \cdot t} + 0{,}4 \cdot e^{-0{,}4 \cdot t}) = 0$

$0{,}1 \cdot e^{-0{,}1 \cdot t} = 0{,}4 \cdot e^{-0{,}4 \cdot t}$ $\qquad$ $e^{-0{,}1 \cdot t} = 4 \cdot e^{-0{,}4 \cdot t}$

$\dfrac{e^{-0{,}1 \cdot t}}{e^{-0{,}4 \cdot t}} = 4$ $\qquad$ $e^{-0{,}1 \cdot t + 0{,}4 \cdot t} = 4$ $\qquad$ $e^{0{,}3 \cdot t} = 4$

2012-II Medicijn in actieve vorm



Het medicijn in actieve vorm wordt door de lever afgebroken. De omzetting van medicijn in passieve vorm naar medicijn in actieve vorm en de afbraak van medicijn in actieve vorm vinden gelijktijdig plaats. Een patiënt krijgt een injectie met een dergelijk medicijn. De hoeveelheid medicijn in actieve vorm, in milligram, die t uur na inspuiten in het lichaam zit, is $a(t)$.

Er geldt: $a(t) = 25(\mathrm{e}^{-0{,}1 \cdot t} - \mathrm{e}^{-0{,}4 \cdot t})$

Het maximum van a noemen we a_{max}. Dit maximum wordt aangenomen op tijdstip t_{max}.

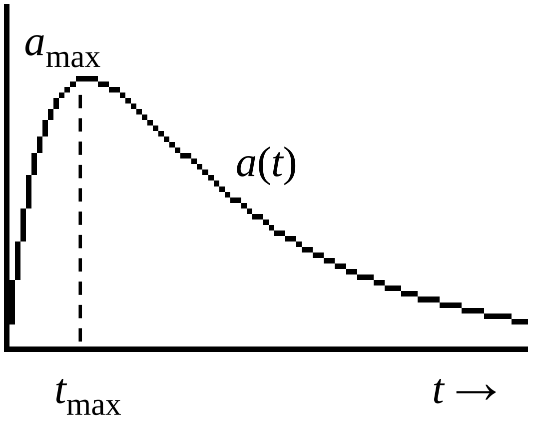
Vraag 9. Bereken t_{max} via differentiëren.

$a'(t) = 25(-0{,}1 \cdot \mathrm{e}^{-0{,}1 \cdot t} - -0{,}4 \cdot \mathrm{e}^{-0{,}4 \cdot t}) = 0$ $\quad$ $(-0{,}1 \cdot \mathrm{e}^{-0{,}1 \cdot t} + 0{,}4 \cdot \mathrm{e}^{-0{,}4 \cdot t}) = 0$

$0{,}1 \cdot \mathrm{e}^{-0{,}1 \cdot t} = 0{,}4 \cdot \mathrm{e}^{-0{,}4 \cdot t}$ $\quad$ $\mathrm{e}^{-0{,}1 \cdot t} = 4 \cdot \mathrm{e}^{-0{,}4 \cdot t}$

$\dfrac{\mathrm{e}^{-0{,}1 \cdot t}}{\mathrm{e}^{-0{,}4 \cdot t}} = 4$ $\quad$ $\mathrm{e}^{-0{,}1 \cdot t + 0{,}4 \cdot t} = 4$ $\quad$ $\mathrm{e}^{0{,}3 \cdot t} = 4$ $\quad$ $0{,}3t = \ln 4$

2012-II Medicijn in actieve vorm



Het medicijn in actieve vorm wordt door de lever afgebroken. De omzetting van medicijn in passieve vorm naar medicijn in actieve vorm en de afbraak van medicijn in actieve vorm vinden gelijktijdig plaats. Een patiënt krijgt een injectie met een dergelijk medicijn. De hoeveelheid medicijn in actieve vorm, in milligram, die t uur na inspuiten in het lichaam zit, is $a(t)$.

Er geldt: $a(t) = 25(e^{-0,1 \cdot t} - e^{-0,4 \cdot t})$

Het maximum van a noemen we a_{max}. Dit maximum wordt aangenomen op tijdstip t_{max}.

Vraag 9. Bereken t_{max} via differentiëren.

$a'(t) = 25(-0,1 \cdot e^{-0,1 \cdot t} - -0,4 \cdot e^{-0,4 \cdot t}) = 0$ $(-0,1 \cdot e^{-0,1 \cdot t} + 0,4 \cdot e^{-0,4 \cdot t}) = 0$

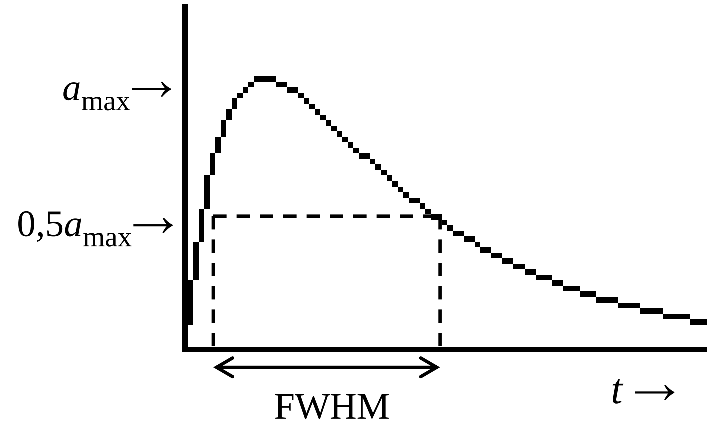
$0,1 \cdot e^{-0,1 \cdot t} = 0,4 \cdot e^{-0,4 \cdot t}$ $e^{-0,1 \cdot t} = 4 \cdot e^{-0,4 \cdot t}$

$\frac{e^{-0,1 \cdot t}}{e^{-0,4 \cdot t}} = 4$ $e^{-0,1 \cdot t + 0,4 \cdot t} = 4$ $e^{0,3 \cdot t} = 4$ $0,3t = \ln 4$ $t = \frac{\ln 4}{0,3}$ $t_{max} \approx 4,62$

2012-II Medicijn in actieve vorm

Als maat voor de tijdsduur die een medicijn werkzaam is, wordt gekeken naar de zogenoemde FWHM (*Full Width at Half Maximum*). Dat is de breedte van de piek in de grafiek van a ter hoogte van $0{,}5 \cdot a_{max}$. Anders gezegd: de FWHM geeft aan hoe lang de hoeveelheid medicijn in actieve vorm in het lichaam minstens 50% is van de maximale hoeveelheid a_{max}.

$$a(t) = 25(e^{-0{,}1 \cdot t} - e^{-0{,}4 \cdot t})$$



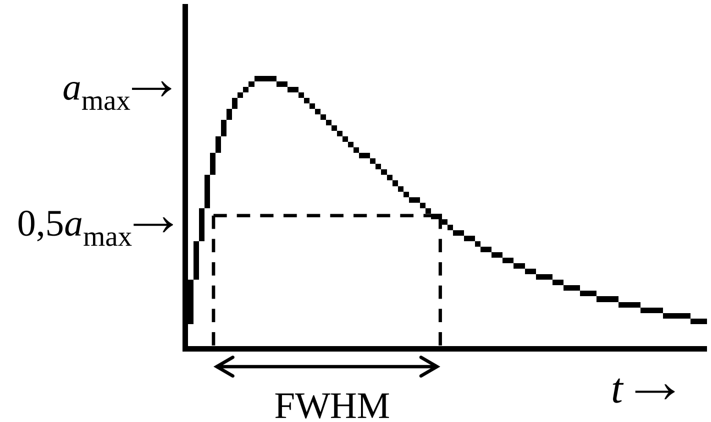
Vraag 10. Bereken de FWHM in uren nauwkeurig.

Opmerking: een typische rekenmachinevraag. Zet eerst a in Y1 ($0 \leq X \leq 30$ en $0 \leq Y \leq 15$).

2012-II   Medicijn in actieve vorm

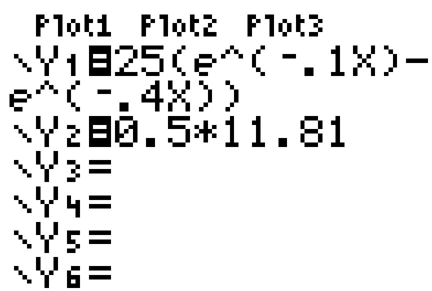
$$a(t) = 25(e^{-0,1 \cdot t} - e^{-0,4 \cdot t})$$

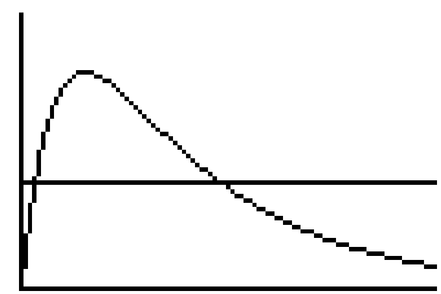
Als maat voor de tijdsduur die een medicijn werkzaam is, wordt gekeken naar de zogenoemde FWHM (*Full Width at Half Maximum*). Dat is de breedte van de piek in de grafiek van a ter hoogte van $0{,}5 \cdot a_{\text{max}}$. Anders gezegd: de FWHM geeft aan hoe lang de hoeveelheid medicijn in actieve vorm in het lichaam minstens 50% is van de maximale hoeveelheid a_{max}.



Vraag 10. Bereken de FWHM in uren nauwkeurig.

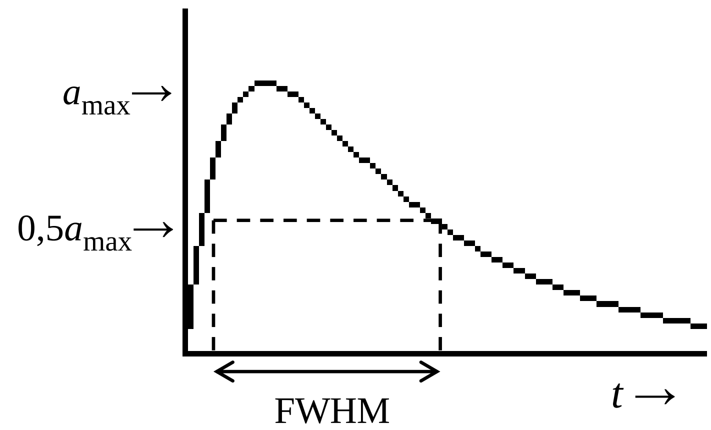
Opmerking: een typische rekenmachinevraag. Zet eerst a in Y1 (0≤X≤30 en 0≤Y≤15).
Bepaal max Y1 (= 11.81) en zet 0.5*11.81 in Y2.





2012-II Medicijn in actieve vorm

$$a(t) = 25(e^{-0,1\cdot t} - e^{-0,4\cdot t})$$

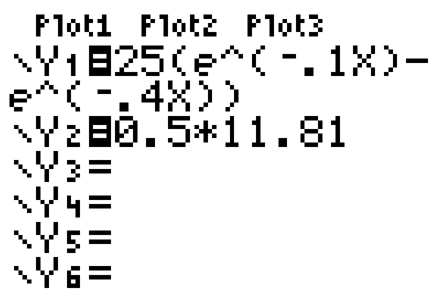


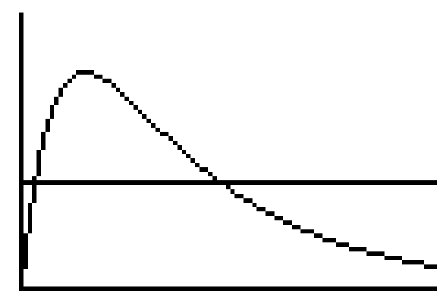
Als maat voor de tijdsduur die een medicijn werkzaam is, wordt gekeken naar de zogenoemde FWHM (*Full Width at Half Maximum*). Dat is de breedte van de piek in de grafiek van a ter hoogte van $0,5\cdot a_{max}$. Anders gezegd: de FWHM geeft aan hoe lang de hoeveelheid medicijn in actieve vorm in het lichaam minstens 50% is van de maximale hoeveelheid a_{max}.

Vraag 10. Bereken de FWHM in uren nauwkeurig.

Opmerking: een typische rekenmachinevraag. Zet eerst a in Y1 ($0 \le X \le 30$ en $0 \le Y \le 15$).
Bepaal max Y1 (= 11.81) en zet 0.5*11.81 in Y2.

Daarna intersect voor de snijpunten:
X1 = 1.01
X2 = 14.29

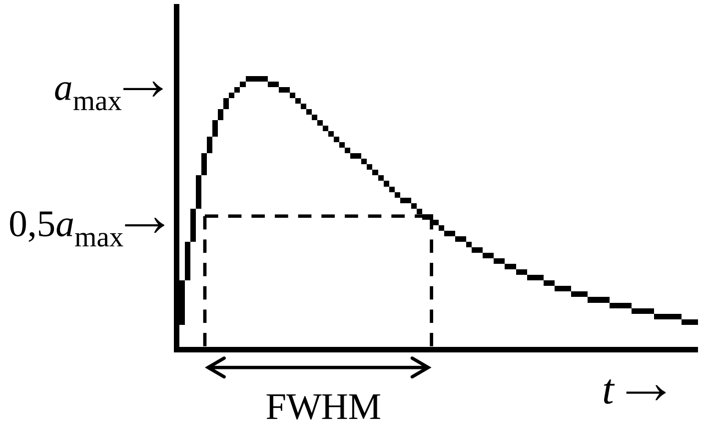




2012-II Medicijn in actieve vorm

$$a(t) = 25(\mathrm{e}^{-0{,}1 \cdot t} - \mathrm{e}^{-0{,}4 \cdot t})$$

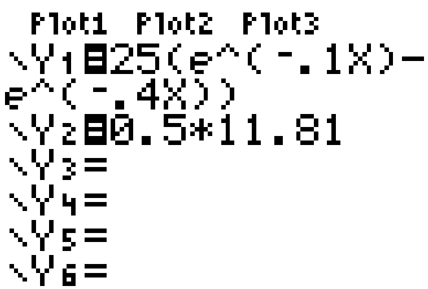
Als maat voor de tijdsduur die een medicijn werkzaam is, wordt gekeken naar de zogenoemde FWHM (*Full Width at Half Maximum*). Dat is de breedte van de piek in de grafiek van a ter hoogte van $0{,}5 \cdot a_{\max}$. Anders gezegd: de FWHM geeft aan hoe lang de hoeveelheid medicijn in actieve vorm in het lichaam minstens 50% is van de maximale hoeveelheid $a_{\max}$.

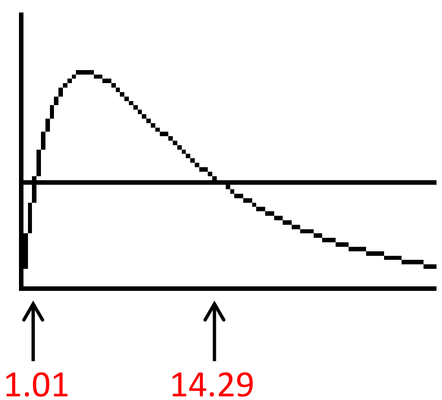


Vraag 10. Bereken de FWHM in uren nauwkeurig.

Opmerking: een typische rekenmachinevraag. Zet eerst a in Y1 (0≤X≤30 en 0≤Y≤15).
Bepaal max Y1 (= 11.81) en zet 0.5*11.81 in Y2.

Daarna intersect voor de snijpunten:
X1 = 1.01
X2 = 14.29
Dus: X2 – X1 = 13.28 afgerond 13 uur.

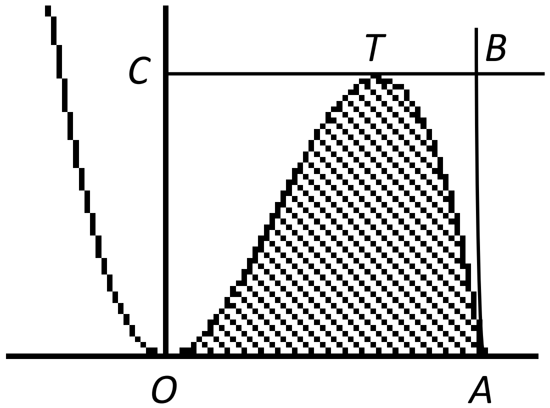




2012-II   Medicijn in actieve vorm

Voor elke positieve waarde van p is een functie f gegeven door
$f(x) = -x^3 + 3px^2$

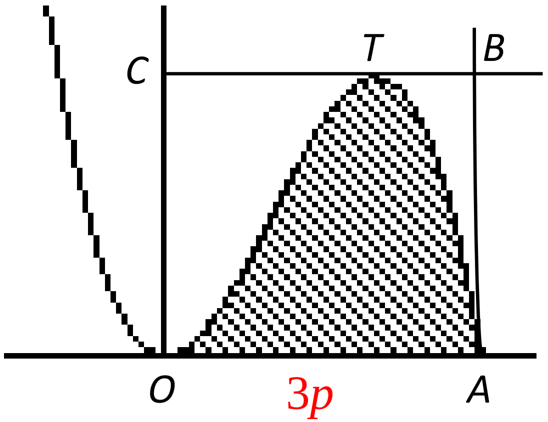
De grafiek van f heeft twee punten met de x-as gemeen: O(0, 0) en punt A. De top van de grafiek van f die rechts van de y-as ligt, noemen we T. De horizontale lijn door T snijdt de y-as in punt C en snijdt de verticale lijn door A in punt B. De oppervlakte van het gebied onder de grafiek van f binnen rechthoek $OABC$ is in de figuur gearceerd.



Vraag 11. Toon aan dat de verhouding van de oppervlakte van het grijze gebied en de oppervlakte van rechthoek $OABC$ onafhankelijk is van p.

2012-II Medicijn in actieve vorm

Voor elke positieve waarde van p is een functie f gegeven door
$f(x) = -x^3 + 3px^2$



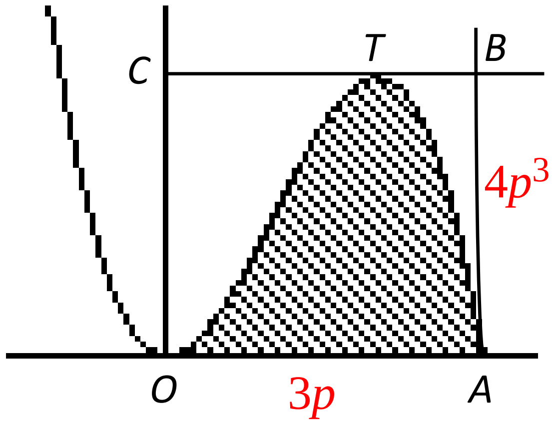
De grafiek van f heeft twee punten met de x-as gemeen: O(0, 0) en punt A. De top van de grafiek van f die rechts van de y-as ligt, noemen we T. De horizontale lijn door T snijdt de y-as in punt C en snijdt de verticale lijn door A in punt B. De oppervlakte van het gebied onder de grafiek van f binnen rechthoek $OABC$ is in de figuur gearceerd.

Vraag 11. Toon aan dat de verhouding van de oppervlakte van het grijze gebied en de oppervlakte van rechthoek $OABC$ onafhankelijk is van p.

- A is snijpunt met x-as: $x^2(-x + 3p) = 0$ geeft $A(3p, 0)$

2012-II Medicijn in actieve vorm

Voor elke positieve waarde van p is een functie f gegeven door
$f(x) = -x^3 + 3px^2$



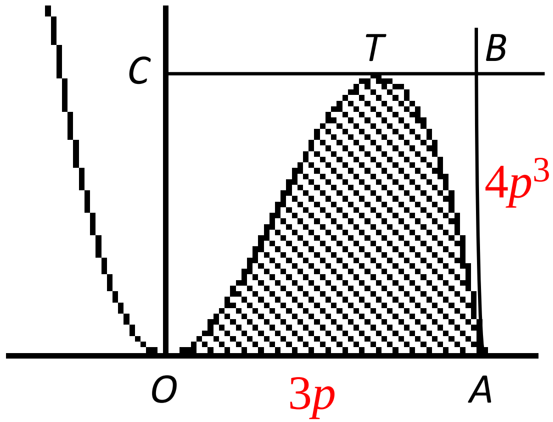
De grafiek van f heeft twee punten met de x-as gemeen: O(0, 0) en punt A. De top van de grafiek van f die rechts van de y-as ligt, noemen we T. De horizontale lijn door T snijdt de y-as in punt C en snijdt de verticale lijn door A in punt B. De oppervlakte van het gebied onder de grafiek van f binnen rechthoek $OABC$ is in de figuur gearceerd.

Vraag 11. Toon aan dat de verhouding van de oppervlakte van het grijze gebied en de oppervlakte van rechthoek $OABC$ onafhankelijk is van p.

- A is snijpunt met x-as: $x^2(-x + 3p) = 0$ geeft $A(3p, 0)$
- Top via: $f'(x) = -3x^2 + 6px = 0$ geeft: $3x(-x + 2p) = 0$ dus top $T(2p, 4p^3)$

2012-II Medicijn in actieve vorm

Voor elke positieve waarde van p is een functie f gegeven door
$f(x) = -x^3 + 3px^2$



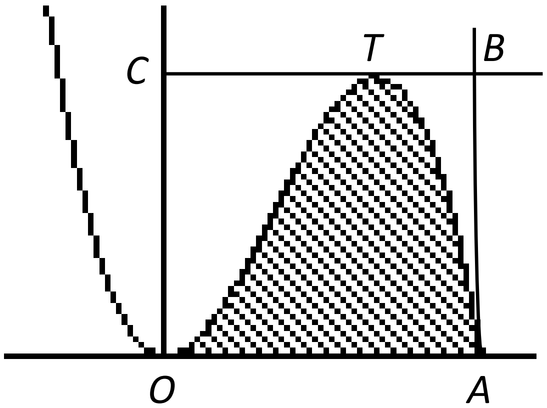
De grafiek van f heeft twee punten met de x-as gemeen: O(0, 0) en punt A. De top van de grafiek van f die rechts van de y-as ligt, noemen we T. De horizontale lijn door T snijdt de y-as in punt C en snijdt de verticale lijn door A in punt B. De oppervlakte van het gebied onder de grafiek van f binnen rechthoek $OABC$ is in de figuur gearceerd.

Vraag 11. Toon aan dat de verhouding van de oppervlakte van het grijze gebied en de oppervlakte van rechthoek $OABC$ onafhankelijk is van p.

- A is snijpunt met x-as: $x^2(-x + 3p) = 0$ geeft $A(3p, 0)$
- Top via: $f'(x) = -3x^2 + 6px = 0$ geeft: $3x(-x + 2p) = 0$ dus top $T(2p, 4p^3)$
- Opp. rechthoek $OABC$ is dus: $3p \cdot 4p^3 = 12p^4$

2012-II Medicijn in actieve vorm

Voor elke positieve waarde van p is een functie f gegeven door
$f(x) = -x^3 + 3px^2$



De grafiek van f heeft twee punten met de x-as gemeen: O(0, 0) en punt A. De top van de grafiek van f die rechts van de y-as ligt, noemen we T. De horizontale lijn door T snijdt de y-as in punt C en snijdt de verticale lijn door A in punt B. De oppervlakte van het gebied onder de grafiek van f binnen rechthoek $OABC$ is in de figuur gearceerd.

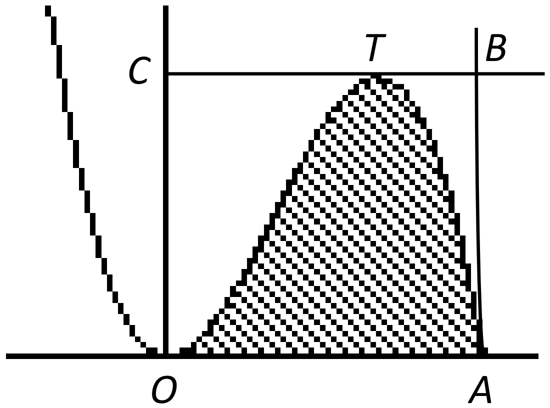
Vraag 11. Toon aan dat de verhouding van de oppervlakte van het grijze gebied en de oppervlakte van rechthoek $OABC$ onafhankelijk is van p.

- A is snijpunt met x-as: $x^2(-x + 3p) = 0$ geeft $A(3p, 0)$
- Top via: $f'(x) = -3x^2 + 6px = 0$ geeft: $3x(-x + 2p) = 0$ dus top $T(2p, 4p^3)$
- Opp. rechthoek $OABC$ is dus: $3p \cdot 4p^3 = 12p^4$

- Opp. gearceerde gebied is:

2012-II Medicijn in actieve vorm

Voor elke positieve waarde van p is een functie f gegeven door
$f(x) = -x^3 + 3px^2$



De grafiek van f heeft twee punten met de x-as gemeen: O(0, 0) en punt A. De top van de grafiek van f die rechts van de y-as ligt, noemen we T. De horizontale lijn door T snijdt de y-as in punt C en snijdt de verticale lijn door A in punt B. De oppervlakte van het gebied onder de grafiek van f binnen rechthoek $OABC$ is in de figuur gearceerd.

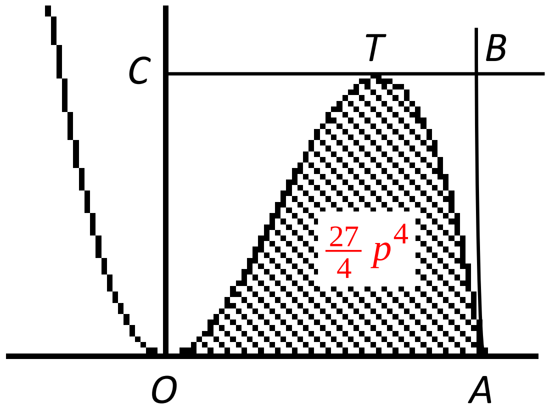
Vraag 11. Toon aan dat de verhouding van de oppervlakte van het grijze gebied en de oppervlakte van rechthoek $OABC$ onafhankelijk is van p.

- A is snijpunt met x-as: $x^2(-x + 3p) = 0$ geeft $A(3p, 0)$
- Top via: $f'(x) = -3x^2 + 6px = 0$ geeft: $3x(-x + 2p) = 0$ dus top $T(2p, 4p^3)$
- Opp. rechthoek $OABC$ is dus: $3p \cdot 4p^3 = 12p^4$
- Opp. gearceerde gebied is: $\int_0^{3p} (-x^3 + 3px^2)dx =$

2012-II Medicijn in actieve vorm

Voor elke positieve waarde van p is een functie f gegeven door $f(x) = -x^3 + 3px^2$

De grafiek van f heeft twee punten met de x-as gemeen: O(0, 0) en punt A. De top van de grafiek van f die rechts van de y-as ligt, noemen we T. De horizontale lijn door T snijdt de y-as in punt C en snijdt de verticale lijn door A in punt B. De oppervlakte van het gebied onder de grafiek van f binnen rechthoek $OABC$ is in de figuur gearceerd.



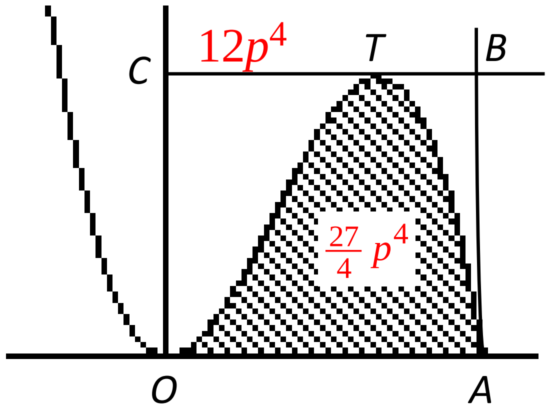
Vraag 11. Toon aan dat de verhouding van de oppervlakte van het grijze gebied en de oppervlakte van rechthoek $OABC$ onafhankelijk is van p.

- A is snijpunt met x-as: $x^2(-x + 3p) = 0$ geeft $A(3p, 0)$
- Top via: $f'(x) = -3x^2 + 6px = 0$ geeft: $3x(-x + 2p) = 0$ dus top $T(2p, 4p^3)$
- Opp. rechthoek $OABC$ is dus: $3p \cdot 4p^3 = 12p^4$
- Opp. gearceerde gebied is: $\int_0^{3p}(-x^3 + 3px^2)dx = \left[-\frac{1}{4}x^4 + px^3\right]_0^{3p} = \frac{27}{4}p^4$

$$-\frac{1}{4}(3p)^4 + p(3p)^3 = -\frac{81}{4}p^4 + 27p^4 = \frac{27}{4}p^4$$

2012-II Medicijn in actieve vorm

Voor elke positieve waarde van p is een functie f gegeven door
$f(x) = -x^3 + 3px^2$



De grafiek van f heeft twee punten met de x-as gemeen: O(0, 0) en punt A. De top van de grafiek van f die rechts van de y-as ligt, noemen we T. De horizontale lijn door T snijdt de y-as in punt C en snijdt de verticale lijn door A in punt B. De oppervlakte van het gebied onder de grafiek van f binnen rechthoek $OABC$ is in de figuur gearceerd.

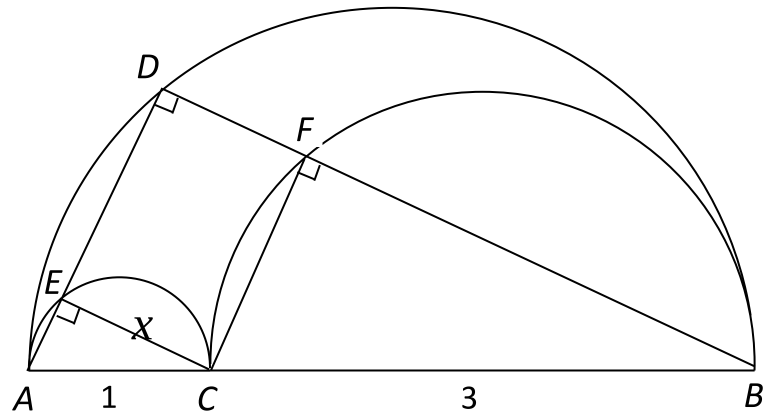
Vraag 11. Toon aan dat de verhouding van de oppervlakte van het grijze gebied en de oppervlakte van rechthoek $OABC$ onafhankelijk is van p.

- A is snijpunt met x-as: $x^2(-x + 3p) = 0$ geeft $A(3p, 0)$
- Top via: $f'(x) = -3x^2 + 6px = 0$ geeft: $3x(-x + 2p) = 0$ dus top $T(2p, 4p^3)$
- Opp. rechthoek $OABC$ is dus: $3p \cdot 4p^3 = 12p^4$
- Opp. gearceerde gebied is: $\int_0^{3p} (-x^3 + 3px^2)\,dx = \left[-\frac{1}{4}x^4 + px^3\right]_0^{3p} = \frac{27}{4}p^4$
- Verhouding $\frac{27}{4}p^4 : 12p^4 = \frac{27}{4} : 12 \; (= 9 : 16)$ is onafhankelijk van p

$$-\frac{1}{4}(3p)^4 + p(3p)^3 = -\frac{81}{4}p^4 + 27p^4 = \frac{27}{4}p^4$$

2012-II Drie halve cirkels

Zie de figuur. De hoeken bij *E*, *D* en *F* zijn recht, op grond van de stelling van Thales. *ECFD* is dus een rechthoek. $AC = 1$; $CB = 3$.



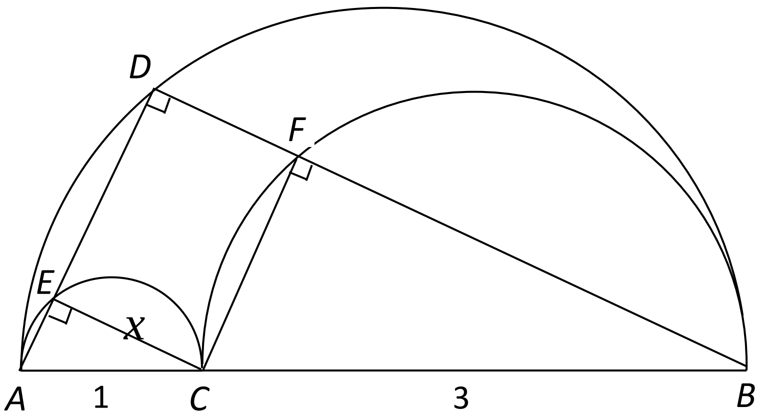
De driehoeken *ACE*, *CBF* en *ABD* zijn gelijkvormig.

De oppervlakte van *CFDE* is $3\sqrt{x^2 - x^4}$.

Vraag 12. Toon dit aan.

2012-II   Drie halve cirkels

Zie de figuur. De hoeken bij *E*, *D* en *F* zijn recht, op grond van de stelling van Thales. *ECFD* is dus een rechthoek. $AC = 1$; $CB = 3$.



De driehoeken *ACE*, *CBF* en *ABD* zijn gelijkvormig.

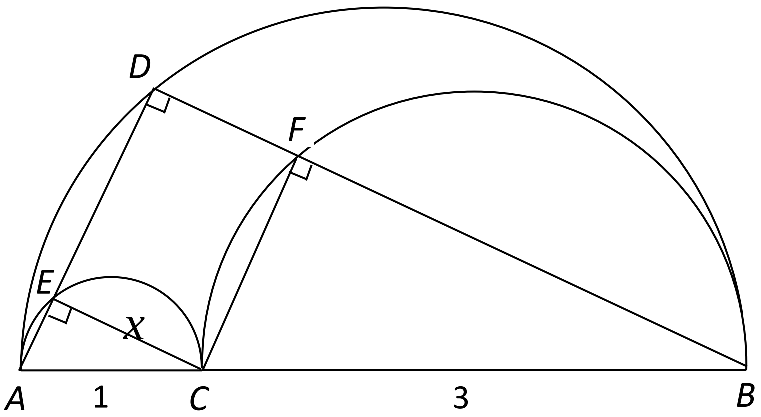
De oppervlakte van *CFDE* is $3\sqrt{x^2 - x^4}$.

Vraag 12. Toon dit aan.

- De opp. van *CFDE* is $EC \times CF$.
- Uit de gelijkvormigheid volgt:

2012-II Drie halve cirkels

Zie de figuur. De hoeken bij *E*, *D* en *F* zijn recht, op grond van de stelling van Thales. *ECFD* is dus een rechthoek. $AC = 1$; $CB = 3$.



De driehoeken *ACE*, *CBF* en *ABD* zijn gelijkvormig.

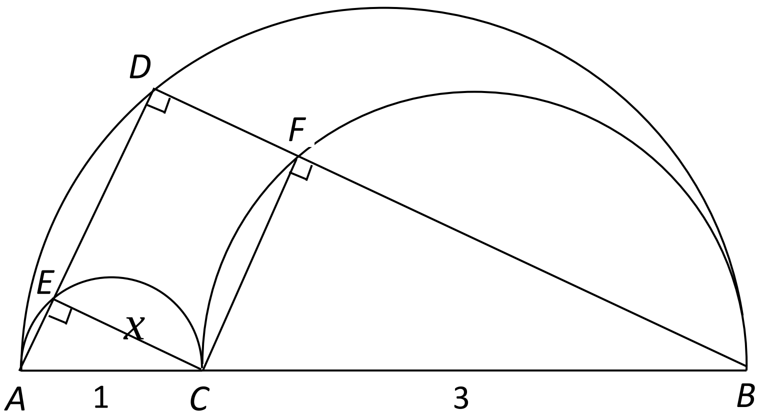
De oppervlakte van *CFDE* is $3\sqrt{x^2 - x^4}$.

Vraag 12. Toon dit aan.

- De opp. van *CFDE* is $EC \times CF$.
- Uit de gelijkvormigheid volgt: de zijden van ΔCFB zijn 3 keer zo groot als die van ΔAEC.

2012-II Drie halve cirkels

Zie de figuur. De hoeken bij E, D en F zijn recht, op grond van de stelling van Thales. $ECFD$ is dus een rechthoek. $AC = 1$; $CB = 3$.



De driehoeken ACE, CBF en ABD zijn gelijkvormig.

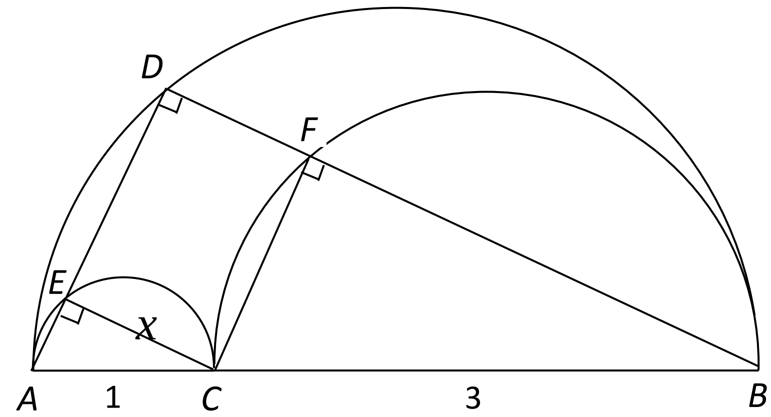
De oppervlakte van $CFDE$ is $3\sqrt{x^2 - x^4}$.

Vraag 12. Toon dit aan.

- De opp. van $CFDE$ is $EC \times CF$.
- Uit de gelijkvormigheid volgt: de zijden van ΔCFB zijn 3 keer zo groot als die van ΔAEC.
- Dus $CF = 3 \times AE$

2012-II Drie halve cirkels

Zie de figuur. De hoeken bij *E*, *D* en *F* zijn recht, op grond van de stelling van Thales. *ECFD* is dus een rechthoek. $AC = 1$; $CB = 3$.



De driehoeken *ACE*, *CBF* en *ABD* zijn gelijkvormig.

De oppervlakte van *CFDE* is $3\sqrt{x^2 - x^4}$.

Vraag 12. Toon dit aan.

- De opp. van *CFDE* is $EC \times CF$.
- Uit de gelijkvormigheid volgt: de zijden van ΔCFB zijn 3 keer zo groot als die van ΔAEC.
- Dus $CF = 3 \times AE$
- Volgens Pythagoras is $AE =$

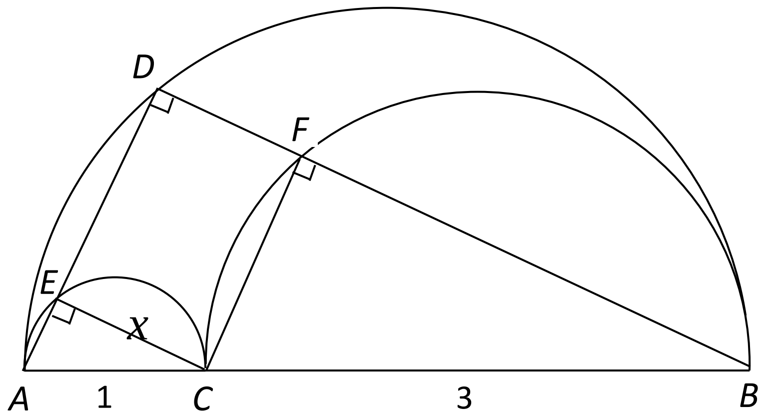
2012-II Drie halve cirkels

Zie de figuur. De hoeken bij *E*, *D* en *F* zijn recht, op grond van de stelling van Thales. *ECFD* is dus een rechthoek. $AC = 1$; $CB = 3$.

De driehoeken *ACE*, *CBF* en *ABD* zijn gelijkvormig.

De oppervlakte van *CFDE* is $3\sqrt{x^2 - x^4}$.

Vraag 12. Toon dit aan.



- De opp. van *CFDE* is $EC \times CF$.
- Uit de gelijkvormigheid volgt: de zijden van ΔCFB zijn 3 keer zo groot als die van ΔAEC.
- Dus $CF = 3 \times AE$
- Volgens Pythagoras is $AE = \sqrt{1-x^2}$ dus: $CF = 3 \times AE = 3 \cdot \sqrt{1-x^2}$

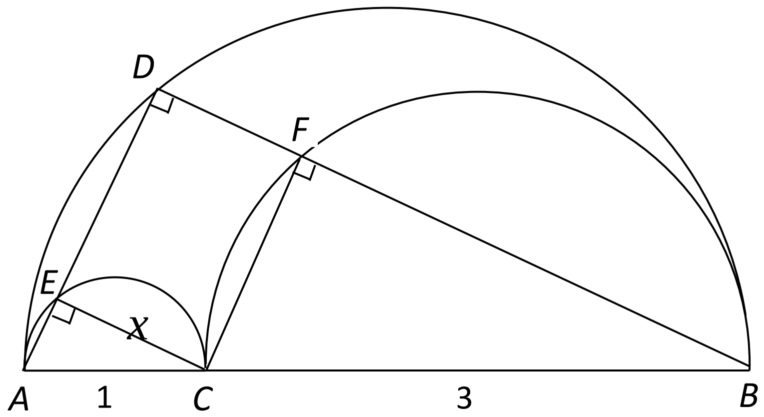
2012-II Drie halve cirkels

Zie de figuur. De hoeken bij *E*, *D* en *F* zijn recht, op grond van de stelling van Thales. *ECFD* is dus een rechthoek. $AC = 1$; $CB = 3$.

De driehoeken *ACE*, *CBF* en *ABD* zijn gelijkvormig.

De oppervlakte van *CFDE* is $3\sqrt{x^2 - x^4}$.

Vraag 12. Toon dit aan.

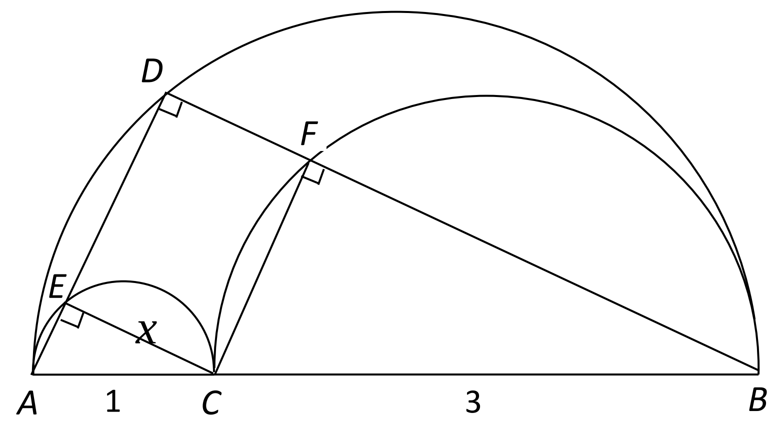


- De opp. van *CFDE* is $EC \times CF$.
- Uit de gelijkvormigheid volgt: de zijden van ΔCFB zijn 3 keer zo groot als die van ΔAEC.
- Dus $CF = 3 \times AE$
- Volgens Pythagoras is $AE = \sqrt{1-x^2}$ dus: $CF = 3 \times AE = 3 \cdot \sqrt{1-x^2}$
- De oppervlakte van *CFDE* is dus: $x \cdot 3\sqrt{1-x^2} = 3 \cdot \sqrt{x^2 \cdot (1-x^2)} = 3\sqrt{x^2 - x^4}$

$x = \sqrt{x^2}$

2012-II Drie halve cirkels

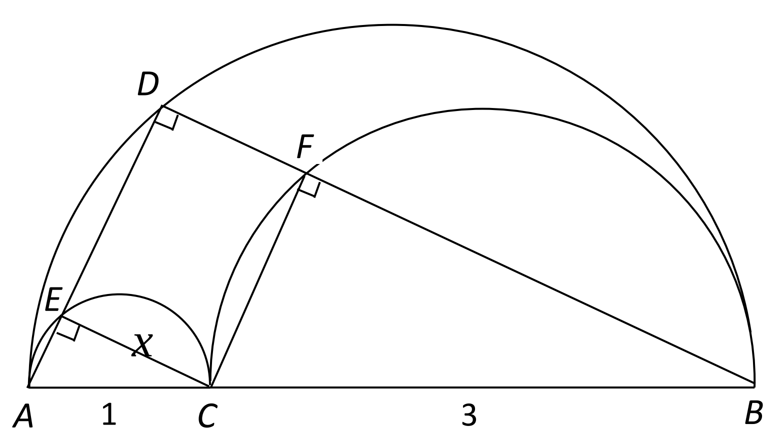
De oppervlakte van rechthoek *CFDE* is $3\sqrt{x^2 - x^4}$.
Als *D* over de grootste halve cirkel beweegt verandert de oppervlakte. Er zijn twee situaties waarin de oppervlakte van *CFDE* gelijk is aan $\sqrt{2}$.
Voor één van deze situaties geldt dat *E* op de linker helft van de boog *AC* ligt.



Vraag 13.
Bereken exact de lengte van *CE* in deze situatie.

2012-II Drie halve cirkels

De oppervlakte van rechthoek *CFDE* is $3\sqrt{x^2 - x^4}$.
Als *D* over de grootste halve cirkel beweegt verandert de oppervlakte. Er zijn twee situaties waarin de oppervlakte van *CFDE* gelijk is aan $\sqrt{2}$.
Voor één van deze situaties geldt dat *E* op de linker helft van de boog *AC* ligt.

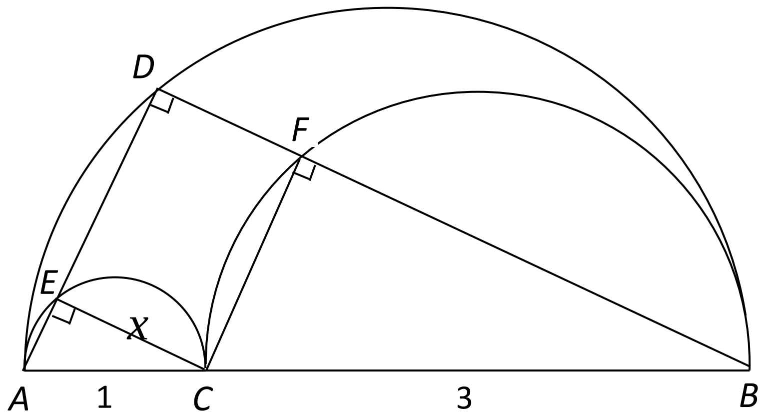


Vraag 13.
Bereken exact de lengte van *CE* in deze situatie.

- De vergelijking hierbij is:

2012-II Drie halve cirkels

De oppervlakte van rechthoek *CFDE* is $3\sqrt{x^2 - x^4}$.
Als *D* over de grootste halve cirkel beweegt verandert de oppervlakte. Er zijn twee situaties waarin de oppervlakte van *CFDE* gelijk is aan √2.
Voor één van deze situaties geldt dat *E* op de linker helft van de boog *AC* ligt.

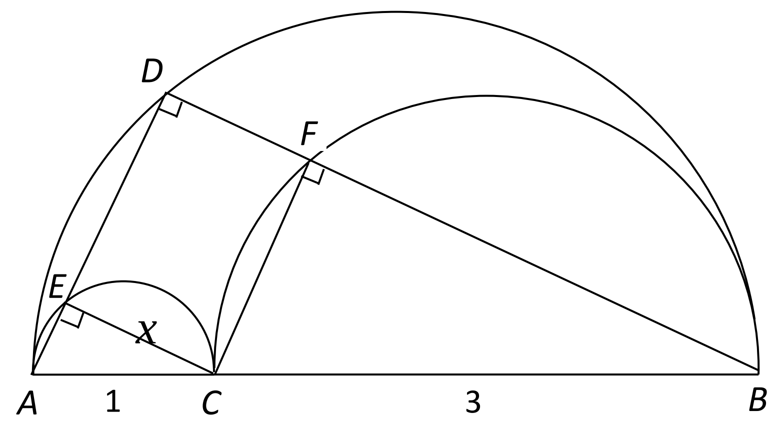


Vraag 13.
Bereken exact de lengte van *CE* in deze situatie.

- De vergelijking hierbij is: $3\sqrt{x^2 - x^4} = \sqrt{2}$

2012-II Drie halve cirkels

De oppervlakte van rechthoek *CFDE* is $3\sqrt{x^2 - x^4}$. Als *D* over de grootste halve cirkel beweegt verandert de oppervlakte. Er zijn twee situaties waarin de oppervlakte van *CFDE* gelijk is aan √2. Voor één van deze situaties geldt dat *E* op de linker helft van de boog *AC* ligt.



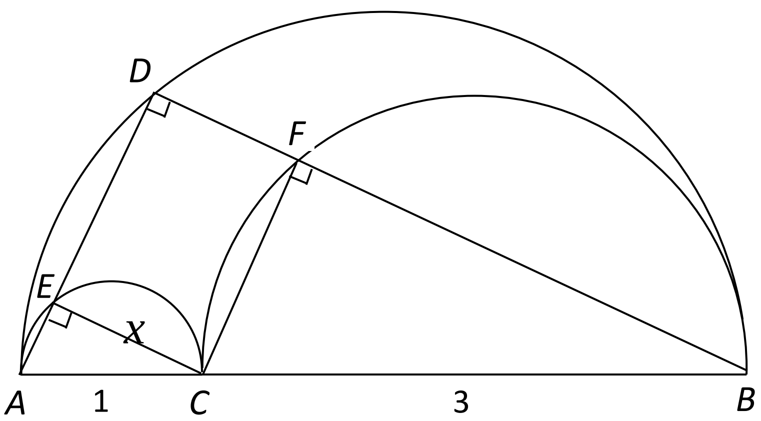
Vraag 13.

Bereken exact de lengte van *CE* in deze situatie.

- De vergelijking hierbij is: $3\sqrt{x^2 - x^4} = \sqrt{2}$
- Kwadrateren geeft:

2012-II Drie halve cirkels

De oppervlakte van rechthoek *CFDE* is $3\sqrt{x^2 - x^4}$.
Als *D* over de grootste halve cirkel beweegt verandert de oppervlakte. Er zijn twee situaties waarin de oppervlakte van *CFDE* gelijk is aan √2.
Voor één van deze situaties geldt dat *E* op de linker helft van de boog *AC* ligt.

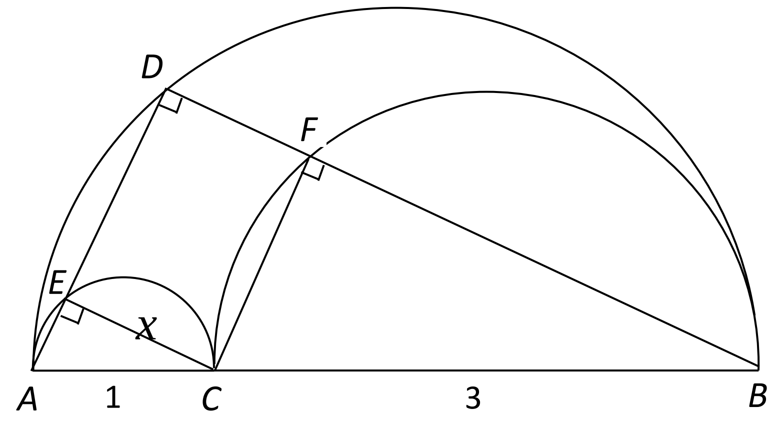


Vraag 13.
Bereken exact de lengte van *CE* in deze situatie.

- De vergelijking hierbij is: $3\sqrt{x^2 - x^4} = \sqrt{2}$
- Kwadrateren geeft: $9(x^2 - x^4) = 2 \quad \Leftrightarrow \quad 9x^4 - 9x^2 + 2 = 0$
-

2012-II Drie halve cirkels

De oppervlakte van rechthoek *CFDE* is $3\sqrt{x^2 - x^4}$.
Als *D* over de grootste halve cirkel beweegt verandert de oppervlakte. Er zijn twee situaties waarin de oppervlakte van *CFDE* gelijk is aan √2.
Voor één van deze situaties geldt dat *E* op de linker helft van de boog *AC* ligt.

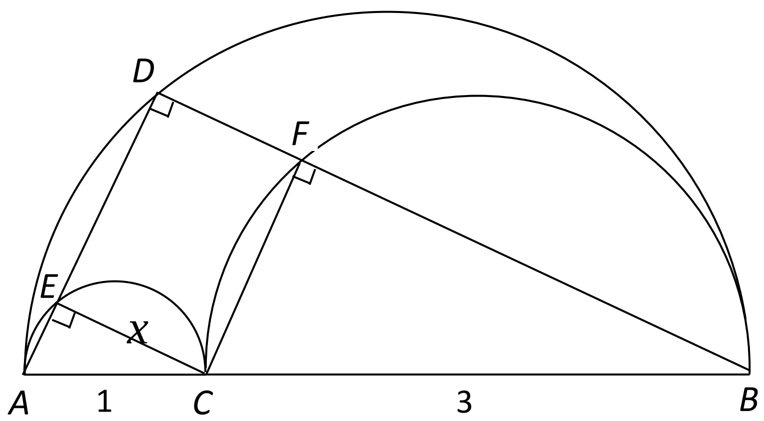


Vraag 13.
Bereken exact de lengte van *CE* in deze situatie.

- De vergelijking hierbij is: $3\sqrt{x^2 - x^4} = \sqrt{2}$
- Kwadrateren geeft: $9(x^2 - x^4) = 2 \quad \Leftrightarrow \quad 9x^4 - 9x^2 + 2 = 0$
- Dit is een kwadratische vergelijking in x^2 met als discriminant $D = 81 – 72 = 9$

2012-II Drie halve cirkels

De oppervlakte van rechthoek *CFDE* is $3\sqrt{x^2 - x^4}$.
Als *D* over de grootste halve cirkel beweegt verandert de oppervlakte. Er zijn twee situaties waarin de oppervlakte van *CFDE* gelijk is aan √2.
Voor één van deze situaties geldt dat *E* op de linker helft van de boog *AC* ligt.

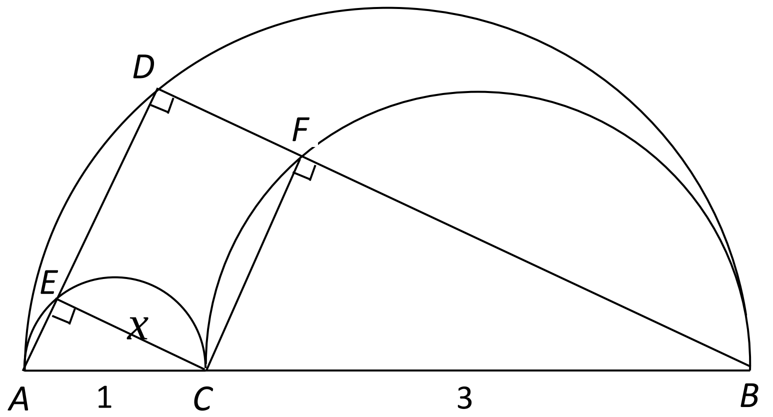


Vraag 13.
Bereken exact de lengte van *CE* in deze situatie.

- De vergelijking hierbij is: $3\sqrt{x^2 - x^4} = \sqrt{2}$
- Kwadrateren geeft: $9(x^2 - x^4) = 2 \quad \Leftrightarrow \quad 9x^4 - 9x^2 + 2 = 0$
- Dit is een kwadratische vergelijking in x^2 met als discriminant $D = 81 - 72 = 9$
- en oplossingen:

2012-II Drie halve cirkels

De oppervlakte van rechthoek *CFDE* is $3\sqrt{x^2 - x^4}$.
Als *D* over de grootste halve cirkel beweegt verandert de oppervlakte. Er zijn twee situaties waarin de oppervlakte van *CFDE* gelijk is aan √2.
Voor één van deze situaties geldt dat *E* op de linker helft van de boog *AC* ligt.

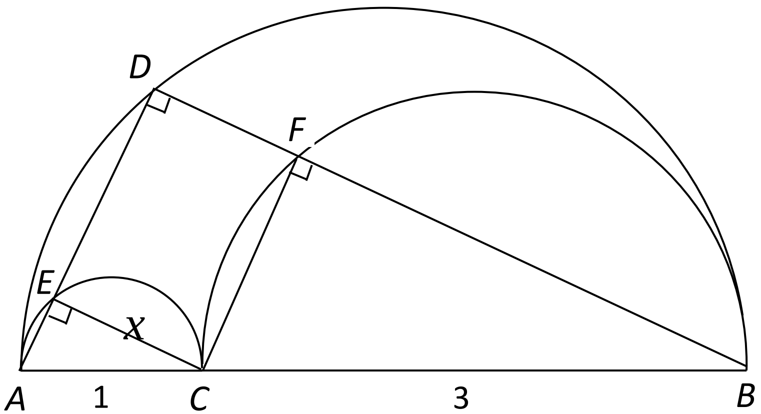


Vraag 13.
Bereken exact de lengte van *CE* in deze situatie.

- De vergelijking hierbij is: $3\sqrt{x^2 - x^4} = \sqrt{2}$
- Kwadrateren geeft: $9(x^2 - x^4) = 2 \quad \Leftrightarrow \quad 9x^4 - 9x^2 + 2 = 0$
- Dit is een kwadratische vergelijking in x^2 met als discriminant $D = 81 - 72 = 9$
- en oplossingen: $x^2_{1,2} = \frac{9 \pm 3}{18}$ dus $x^2 = \frac{1}{3}$ of $x^2 = \frac{2}{3}$

2012-II Drie halve cirkels

De oppervlakte van rechthoek *CFDE* is $3\sqrt{x^2 - x^4}$.
Als *D* over de grootste halve cirkel beweegt verandert de oppervlakte. Er zijn twee situaties waarin de oppervlakte van *CFDE* gelijk is aan √2.
Voor één van deze situaties geldt dat *E* op de linker helft van de boog *AC* ligt.

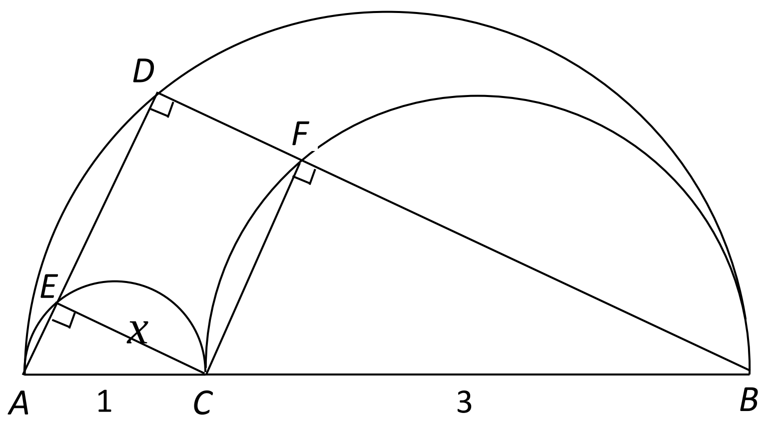


Vraag 13.
Bereken exact de lengte van *CE* in deze situatie.

- De vergelijking hierbij is: $3\sqrt{x^2 - x^4} = \sqrt{2}$
- Kwadrateren geeft: $9(x^2 - x^4) = 2 \quad \Leftrightarrow \quad 9x^4 - 9x^2 + 2 = 0$
- Dit is een kwadratische vergelijking in x^2 met als discriminant $D = 81 - 72 = 9$
- en oplossingen: $x^2_{1,2} = \dfrac{9 \pm 3}{18}$ dus $x^2 = \dfrac{1}{3}$ of $x^2 = \dfrac{2}{3}$
- Als *E* links ligt, moet je de grootste oplossing voor *x* (= *CE*) hebben.

2012-II   Drie halve cirkels

De oppervlakte van rechthoek *CFDE* is $3\sqrt{x^2 - x^4}$.
Als *D* over de grootste halve cirkel beweegt verandert de oppervlakte. Er zijn twee situaties waarin de oppervlakte van *CFDE* gelijk is aan √2.
Voor één van deze situaties geldt dat *E* op de linker helft van de boog *AC* ligt.



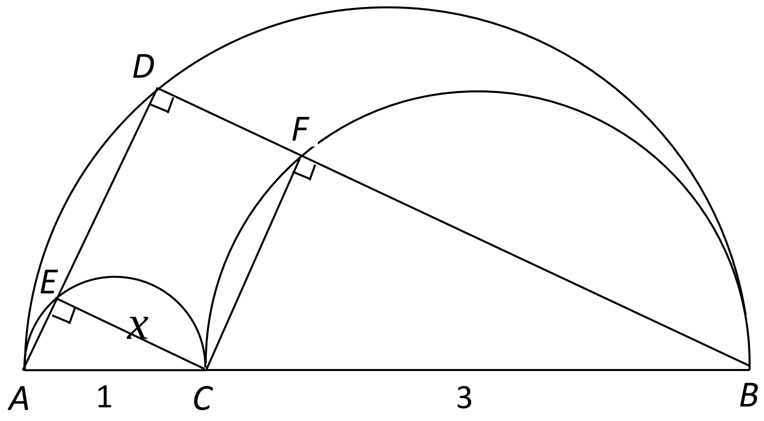
Vraag 13.
Bereken exact de lengte van *CE* in deze situatie.

- De vergelijking hierbij is: $3\sqrt{x^2 - x^4} = \sqrt{2}$
- Kwadrateren geeft: $9(x^2 - x^4) = 2 \Leftrightarrow 9x^4 - 9x^2 + 2 = 0$
- Dit is een kwadratische vergelijking in x^2 met als discriminant $D = 81 - 72 = 9$
- en oplossingen: $x^2_{1,2} = \frac{9 \pm 3}{18}$ dus $x^2 = \frac{1}{3}$ of $x^2 = \frac{2}{3}$
- Als *E* links ligt, moet je de grootste oplossing voor *x* (= *CE*) hebben.
- Die grootste oplossing is: $x = \sqrt{\frac{2}{3}}$

2012-II   Drie halve cirkels

Als D over de grootste halve cirkel beweegt, is er een situatie waarin de oppervlakte van $CFDE$ maximaal is.

(opp. = $3\sqrt{x^2 - x^4}$)

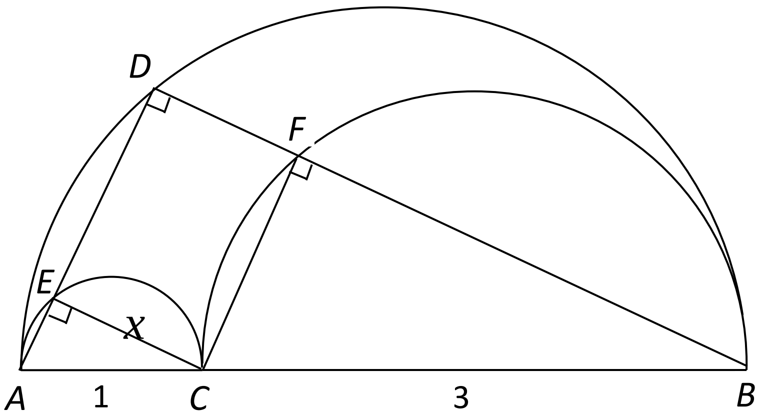


Vraag 14. Ga op algebraïsche wijze na of rechthoek $CFDE$ in deze situatie een vierkant is.

2012-II Drie halve cirkels

Als *D* over de grootste halve cirkel beweegt, is er een situatie waarin de oppervlakte van *CFDE* maximaal is.

(opp. = $3\sqrt{x^2 - x^4}$) ($CF = 3 \cdot \sqrt{1-x^2}$)



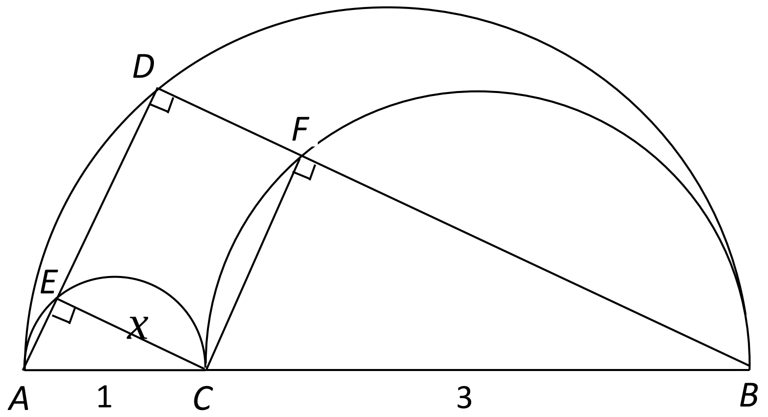
Vraag 14. Ga op algebraïsche wijze na of rechthoek *CFDE* in deze situatie een vierkant is.

Merk op dat dit een typische optimaliseringsvraag is (het woord maximaal).
Je moet de oppervlaktefunctie dus differentiëren:

2012-II Drie halve cirkels

Als D over de grootste halve cirkel beweegt, is er een situatie waarin de oppervlakte van $CFDE$ maximaal is.

(opp. = $3\sqrt{x^2 - x^4}$) ($CF = 3 \cdot \sqrt{1 - x^2}$)



Vraag 14. Ga op algebraïsche wijze na of rechthoek $CFDE$ in deze situatie een vierkant is.

Merk op dat dit een typische optimaliseringsvraag is (het woord maximaal).
Je moet de oppervlaktefunctie dus differentiëren:

$$f'(x) = 3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^2 - x^4}} \cdot (2x - 4x^3) = 0$$ geeft:

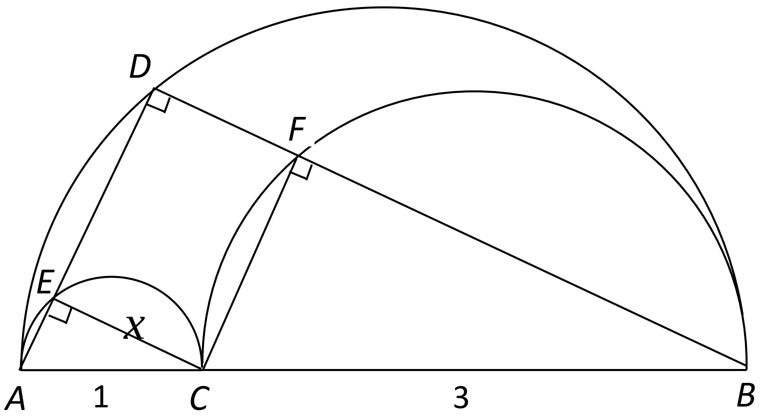
coëfficiëntregel

kettingregel

2012-II Drie halve cirkels

Als D over de grootste halve cirkel beweegt, is er een situatie waarin de oppervlakte van $CFDE$ maximaal is.

(opp. = $3\sqrt{x^2 - x^4}$) ($CF = 3 \cdot \sqrt{1 - x^2}$)

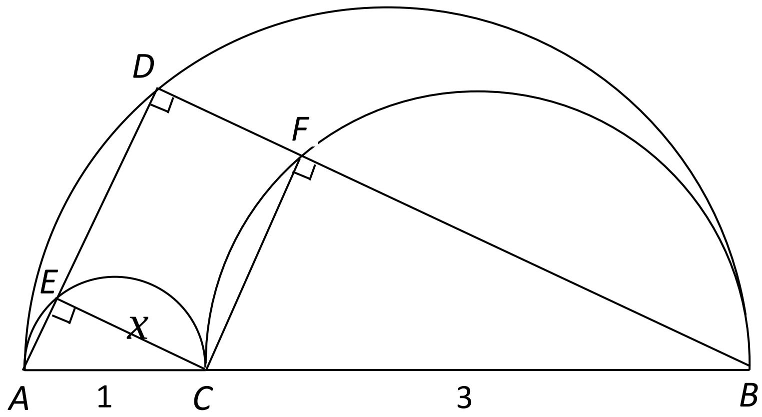


Vraag 14. Ga op algebraïsche wijze na of rechthoek $CFDE$ in deze situatie een vierkant is.

Merk op dat dit een typische optimaliseringsvraag is (het woord maximaal).
Je moet de oppervlaktefunctie dus differentiëren:

$f'(x) = 3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^2 - x^4}} \cdot (2x - 4x^3) = 0$ geeft: $2x - 4x^3 = 0 \Leftrightarrow 2x(1 - 2x^2) = 0$

2012-II Drie halve cirkels



Als D over de grootste halve cirkel beweegt, is er een situatie waarin de oppervlakte van $CFDE$ maximaal is.

(opp. = $3\sqrt{x^2 - x^4}$) ($CF = 3 \cdot \sqrt{1 - x^2}$)

Vraag 14. Ga op algebraïsche wijze na of rechthoek $CFDE$ in deze situatie een vierkant is.

Merk op dat dit een typische optimaliseringsvraag is (het woord maximaal).
Je moet de oppervlaktefunctie dus differentiëren:

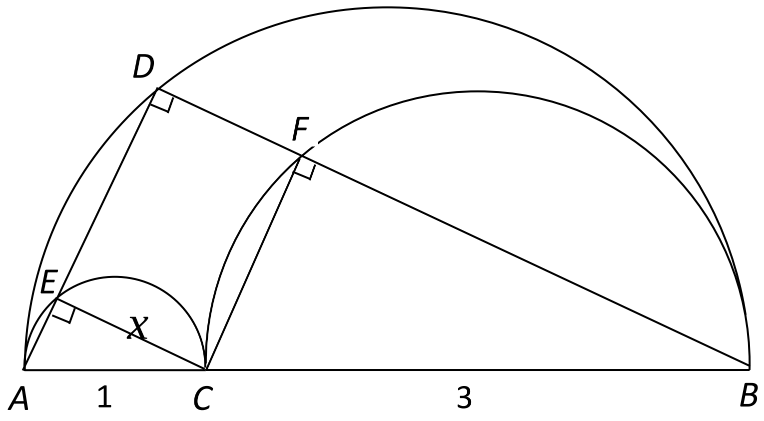
$$f'(x) = 3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^2 - x^4}} \cdot (2x - 4x^3) = 0 \quad \text{geeft:} \quad 2x - 4x^3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2x(1 - 2x^2) = 0$$

$$x = CE = \sqrt{\tfrac{1}{2}}$$

2012-II Drie halve cirkels

Als D over de grootste halve cirkel beweegt, is er een situatie waarin de oppervlakte van $CFDE$ maximaal is.

(opp. = $3\sqrt{x^2 - x^4}$) ($CF = 3\cdot\sqrt{1-x^2}$)



Vraag 14. Ga op algebraïsche wijze na of rechthoek $CFDE$ in deze situatie een vierkant is.

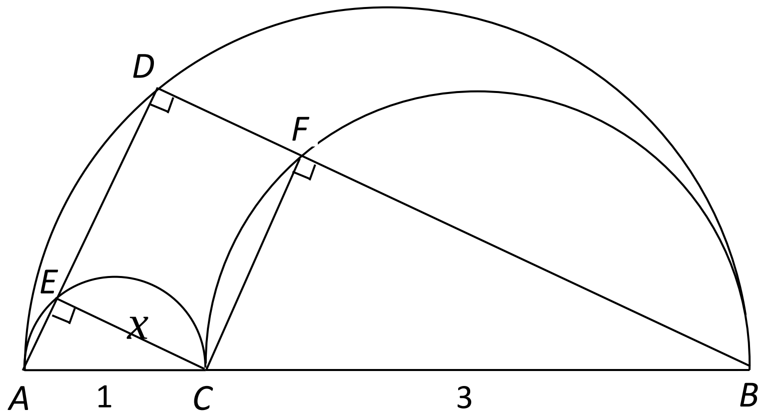
Merk op dat dit een typische optimaliseringsvraag is (het woord maximaal).
Je moet de oppervlaktefunctie dus differentiëren:

$$f'(x) = 3\cdot\frac{1}{2\sqrt{x^2 - x^4}}\cdot(2x - 4x^3) = 0 \quad \text{geeft:} \quad 2x - 4x^3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2x(1-2x^2) = 0$$

$$x = CE = \sqrt{\tfrac{1}{2}}$$

$$CF = 3\cdot\sqrt{1-\tfrac{1}{2}} = 3\sqrt{\tfrac{1}{2}}$$

2012-II Drie halve cirkels



Als D over de grootste halve cirkel beweegt, is er een situatie waarin de oppervlakte van $CFDE$ maximaal is.

(opp. = $3\sqrt{x^2 - x^4}$) ($CF = 3 \cdot \sqrt{1 - x^2}$)

Vraag 14. Ga op algebraïsche wijze na of rechthoek $CFDE$ in deze situatie een vierkant is.

Merk op dat dit een typische optimaliseringsvraag is (het woord maximaal).
Je moet de oppervlaktefunctie dus differentiëren:

$$f'(x) = 3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^2 - x^4}} \cdot (2x - 4x^3) = 0 \quad \text{geeft:} \quad 2x - 4x^3 = 0 \iff 2x(1 - 2x^2) = 0$$

$$x = CE = \sqrt{\tfrac{1}{2}}$$

$$CF = 3 \cdot \sqrt{1 - \tfrac{1}{2}} = 3\sqrt{\tfrac{1}{2}}$$

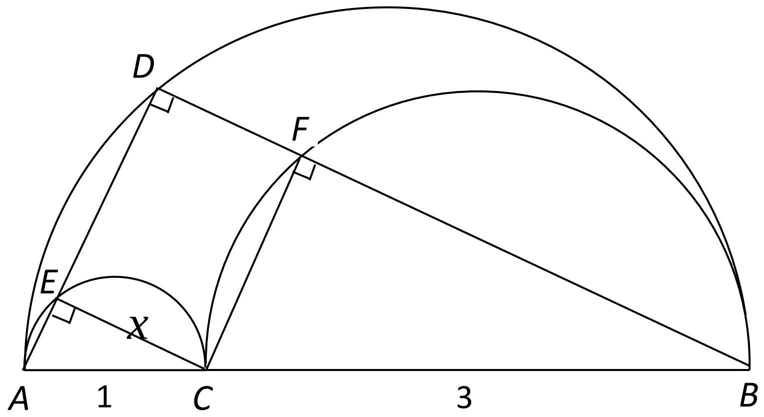
Conclusie:

2012-II Drie halve cirkels

Als *D* over de grootste halve cirkel beweegt, is er een situatie waarin de oppervlakte van *CFDE* maximaal is.

(opp. = $3\sqrt{x^2 - x^4}$) ($CF = 3 \cdot \sqrt{1 - x^2}$)

Vraag 14. Ga op algebraïsche wijze na of rechthoek *CFDE* in deze situatie een vierkant is.



Merk op dat dit een typische optimaliseringsvraag is (het woord maximaal).
Je moet de oppervlaktefunctie dus differentiëren:

$$f'(x) = 3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^2 - x^4}} \cdot (2x - 4x^3) = 0 \quad \text{geeft:} \quad 2x - 4x^3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2x(1 - 2x^2) = 0$$

$$x = CE = \sqrt{\tfrac{1}{2}}$$

$$CF = 3 \cdot \sqrt{1 - \tfrac{1}{2}} = 3\sqrt{\tfrac{1}{2}}$$

Conclusie: *CE* is niet gelijk aan *CF* dus *CFDE* is geen vierkant.

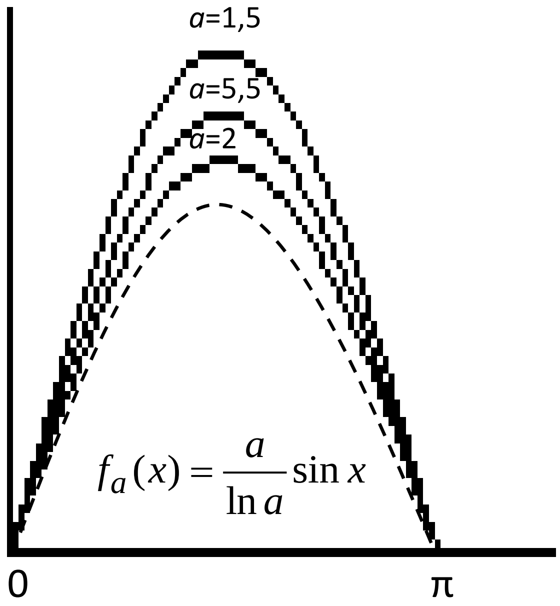
2012-II Kleinste amplitude

Voor elke waarde van $a > 1$ is op het domein $[0, \pi]$ gegeven:

$$f_a(x) = \frac{a}{\ln a}\sin x$$

Voor elke a is de grafiek een sinusoïde.
Er is een waarde van a waarvoor de amplitude minimaal is.

Vraag 15. Bereken exact de oppervlakte van het gebied ingesloten door de x-as en de grafiek van f_a met de kleinste amplitude.



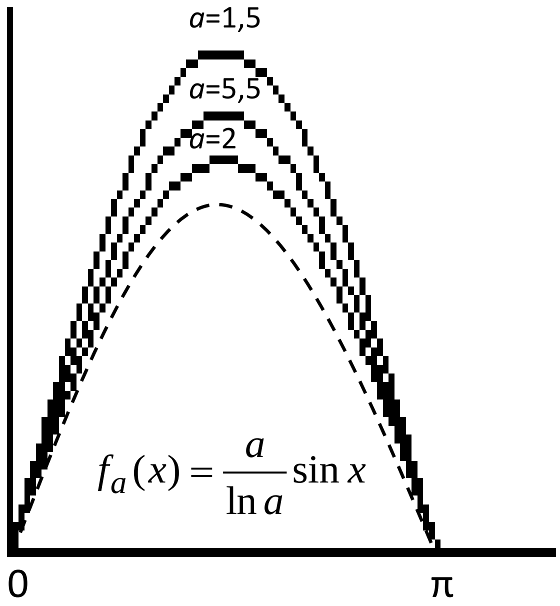
2012-II   Kleinste amplitude

Voor elke waarde van $a > 1$ is op het domein $[0, \pi]$ gegeven:

$$f_a(x) = \frac{a}{\ln a} \sin x$$

Voor elke a is de grafiek een sinusoïde.
Er is een waarde van a waarvoor de amplitude minimaal is.

Vraag 15. Bereken exact de oppervlakte van het gebied ingesloten door de x-as en de grafiek van f_a met de kleinste amplitude.



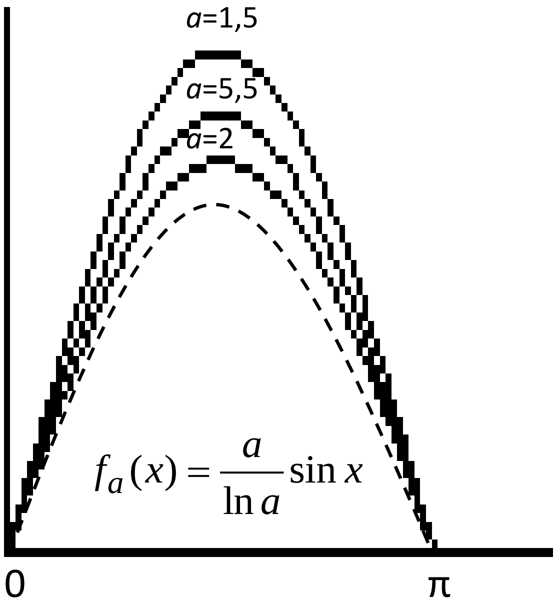
- De amplitude van de sinusoïde is:

2012-II Kleinste amplitude

Voor elke waarde van $a > 1$ is op het domein $[0, \pi]$ gegeven:

$$f_a(x) = \frac{a}{\ln a} \sin x$$

Voor elke a is de grafiek een sinusoïde.
Er is een waarde van a waarvoor de amplitude minimaal is.



Vraag 15. Bereken exact de oppervlakte van het gebied ingesloten door de x-as en de grafiek van f_a met de kleinste amplitude.

- De amplitude van de sinusoïde is: $\frac{a}{\ln a}$ Deze is minimaal, als:

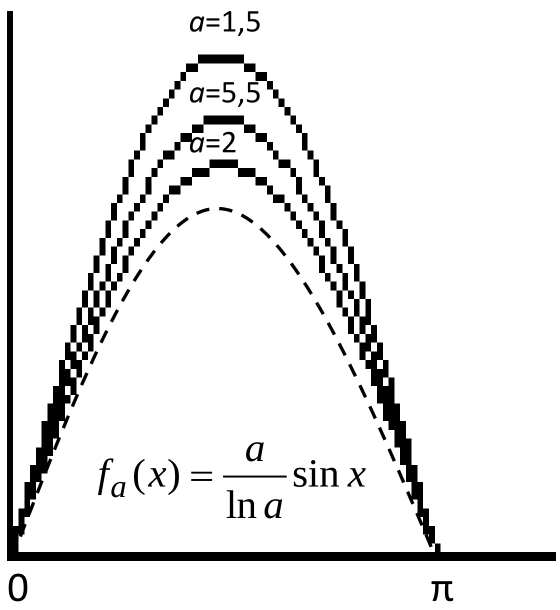
2012-II   Kleinste amplitude

Voor elke waarde van $a > 1$ is op het domein $[0, \pi]$ gegeven:

$$f_a(x) = \frac{a}{\ln a} \sin x$$

Voor elke a is de grafiek een sinusoïde.
Er is een waarde van a waarvoor de amplitude minimaal is.

Vraag 15. Bereken exact de oppervlakte van het gebied ingesloten door de x-as en de grafiek van f_a met de kleinste amplitude.



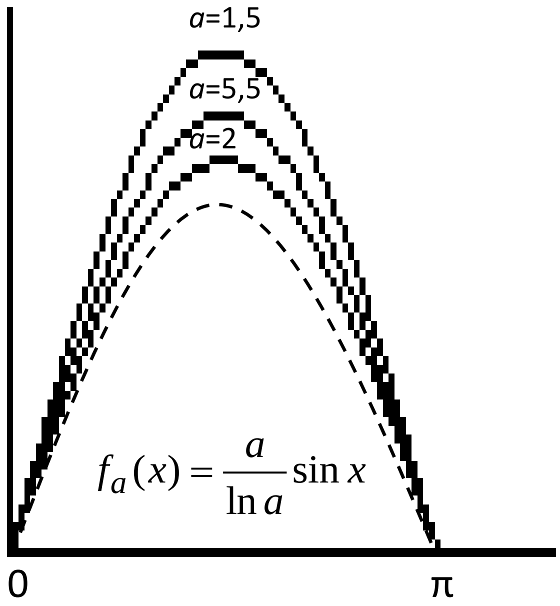
- De amplitude van de sinusoïde is: $\frac{a}{\ln a}$ Deze is minimaal, als: de afgeleide $\frac{1 \cdot \ln a - a \cdot \frac{1}{a}}{\ln^2 a} = 0$

2012-II Kleinste amplitude

Voor elke waarde van $a > 1$ is op het domein [0, π] gegeven:

$$f_a(x) = \frac{a}{\ln a} \sin x$$

Voor elke a is de grafiek een sinusoïde.
Er is een waarde van a waarvoor de amplitude minimaal is.



Vraag 15. Bereken exact de oppervlakte van het gebied ingesloten door de x-as en de grafiek van f_a met de kleinste amplitude.

- De amplitude van de sinusoïde is: $\frac{a}{\ln a}$ Deze is minimaal, als: de afgeleide $\frac{1 \cdot \ln a - a \cdot \frac{1}{a}}{\ln^2 a} = 0$

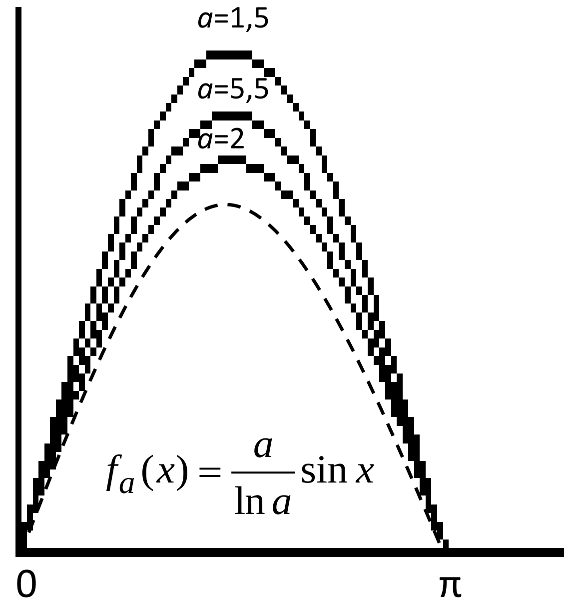
- dus de teller $\ln a - 1 = 0$

2012-II Kleinste amplitude

Voor elke waarde van $a > 1$ is op het domein $[0, \pi]$ gegeven:

$$f_a(x) = \frac{a}{\ln a} \sin x$$

Voor elke a is de grafiek een sinusoïde.
Er is een waarde van a waarvoor de amplitude minimaal is.



Vraag 15. Bereken exact de oppervlakte van het gebied ingesloten door de x-as en de grafiek van f_a met de kleinste amplitude.

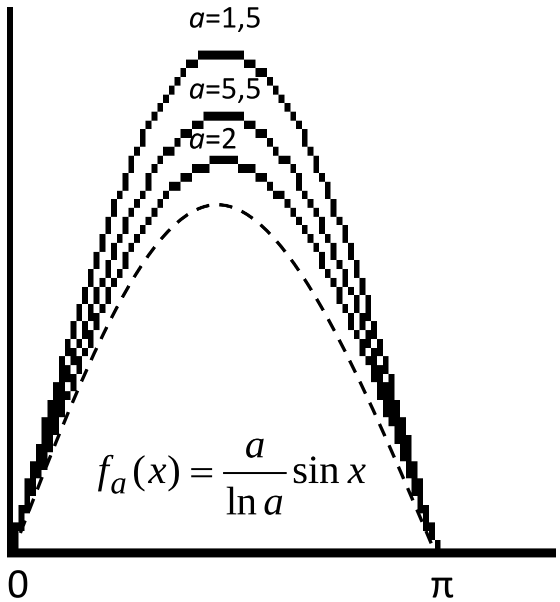
- De amplitude van de sinusoïde is: $\frac{a}{\ln a}$ Deze is minimaal, als: de afgeleide $\frac{1 \cdot \ln a - a \cdot \frac{1}{a}}{\ln^2 a} = 0$
- dus de teller $\ln a - 1 = 0$ $\ln a = 1$ dus minimaal voor $a = \mathrm{e}$

2012-II Kleinste amplitude

Voor elke waarde van $a > 1$ is op het domein $[0, \pi]$ gegeven:

$$f_a(x) = \frac{a}{\ln a} \sin x$$

Voor elke a is de grafiek een sinusoïde.
Er is een waarde van a waarvoor de amplitude minimaal is.



Vraag 15. Bereken exact de oppervlakte van het gebied ingesloten door de x-as en de grafiek van f_a met de kleinste amplitude.

- De amplitude van de sinusoïde is: $\frac{a}{\ln a}$ Deze is minimaal, als: de afgeleide $\frac{1 \cdot \ln a - a \cdot \frac{1}{a}}{\ln^2 a} = 0$

- dus de teller $\ln a - 1 = 0$ $\ln a = 1$ dus minimaal voor $a = \mathrm{e}$

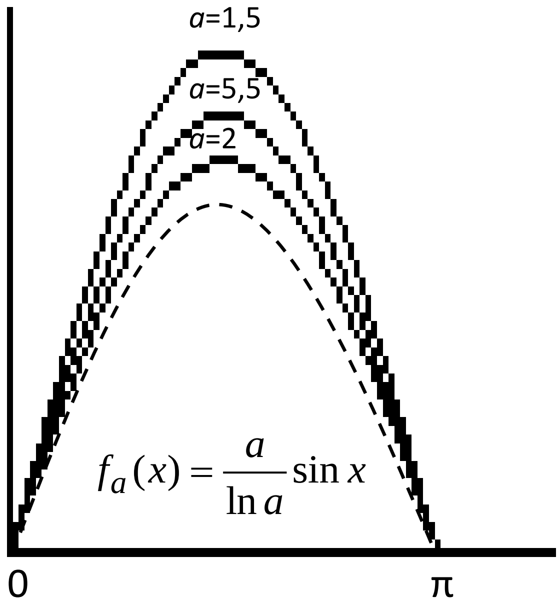
- De oppervlakte is:

2012-II Kleinste amplitude

Voor elke waarde van $a > 1$ is op het domein $[0, \pi]$ gegeven:

$$f_a(x) = \frac{a}{\ln a} \sin x$$

Voor elke a is de grafiek een sinusoïde.
Er is een waarde van a waarvoor de amplitude minimaal is.



Vraag 15. Bereken exact de oppervlakte van het gebied ingesloten door de x-as en de grafiek van f_a met de kleinste amplitude.

- De amplitude van de sinusoïde is: $\frac{a}{\ln a}$ Deze is minimaal, als: de afgeleide $\frac{1 \cdot \ln a - a \cdot \frac{1}{a}}{\ln^2 a} = 0$
- dus de teller $\ln a - 1 = 0$ $\ln a = 1$ dus minimaal voor $a = \mathrm{e}$
- De oppervlakte is: $\int_0^{\pi} \mathrm{e} \cdot \sin x \, dx$

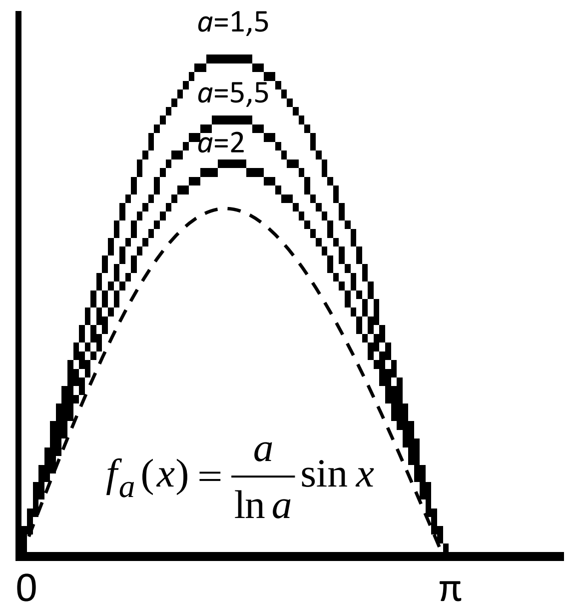
2012-II   Kleinste amplitude

Voor elke waarde van $a > 1$ is op het domein $[0, \pi]$ gegeven:

$$f_a(x) = \frac{a}{\ln a} \sin x$$

Voor elke a is de grafiek een sinusoïde.
Er is een waarde van a waarvoor de amplitude minimaal is.

Vraag 15. Bereken exact de oppervlakte van het gebied ingesloten door de x-as en de grafiek van f_a met de kleinste amplitude.



- De amplitude van de sinusoïde is: $\frac{a}{\ln a}$ Deze is minimaal, als: de afgeleide $\frac{1 \cdot \ln a - a \cdot \frac{1}{a}}{\ln^2 a} = 0$

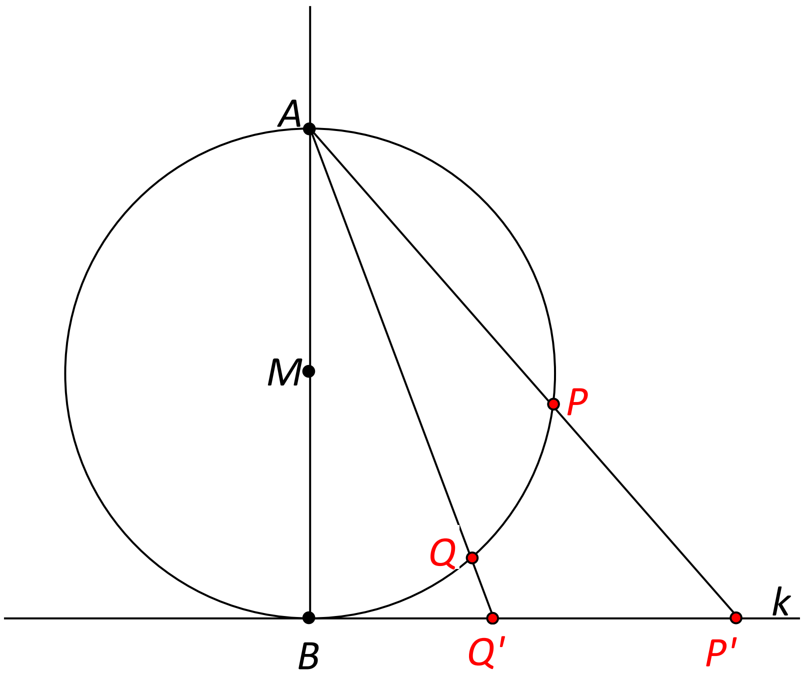
- dus de teller $\ln a - 1 = 0$ $\ln a = 1$ dus minimaal voor $a = \mathrm{e}$

- De oppervlakte is: $\int_0^{\pi} \mathrm{e} \cdot \sin x \, dx$ $= \mathrm{e} \cdot \left[-\cos x\right]_0^{\pi} = -\mathrm{e} \cdot [\cos \pi - \cos 0] = -\mathrm{e} \cdot [-1-1] = 2\mathrm{e}$

2012-II Vier punten op een cirkel

Zie de figuur. M is het middelpunt van de cirkel.
AB is middellijn van de cirkel. k is de raaklijn in B aan de cirkel. P en Q liggen op de cirkel.
AP snijdt k in P'; AQ snijdt k in Q'.

Vraag 16. Bewijs dat $\angle ABP = \angle AP'B$

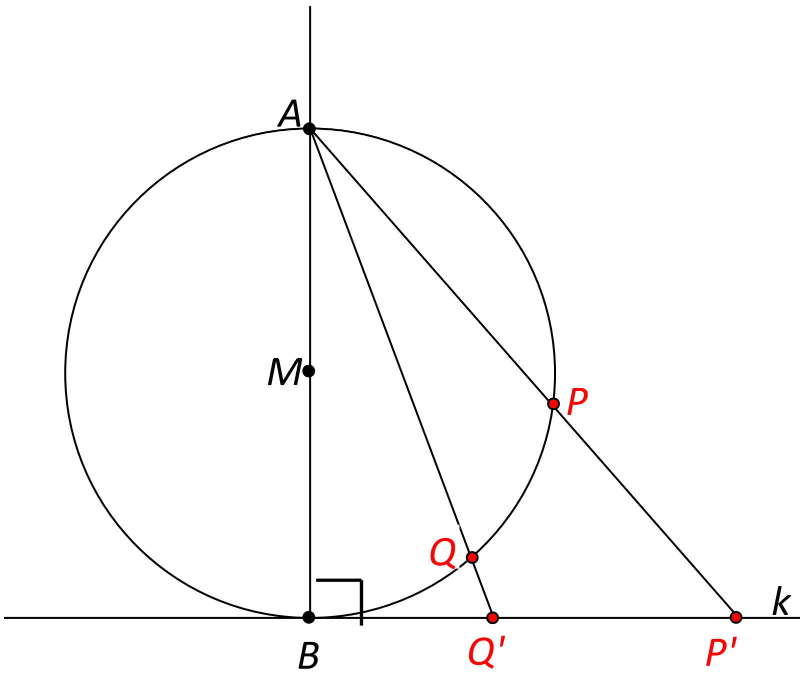


2012-II Vier punten op een cirkel

Zie de figuur. *M* is het middelpunt van de cirkel. *AB* is middellijn van de cirkel. *k* is de raaklijn in *B* aan de cirkel. *P* en *Q* liggen op de cirkel. *AP* snijdt *k* in *P*'; *AQ* snijdt *k* in *Q*'.

Vraag 16. Bewijs dat $\angle ABP = \angle AP'B$

- $\angle B = 90^o$ (*raaklijn aan cirkel*)

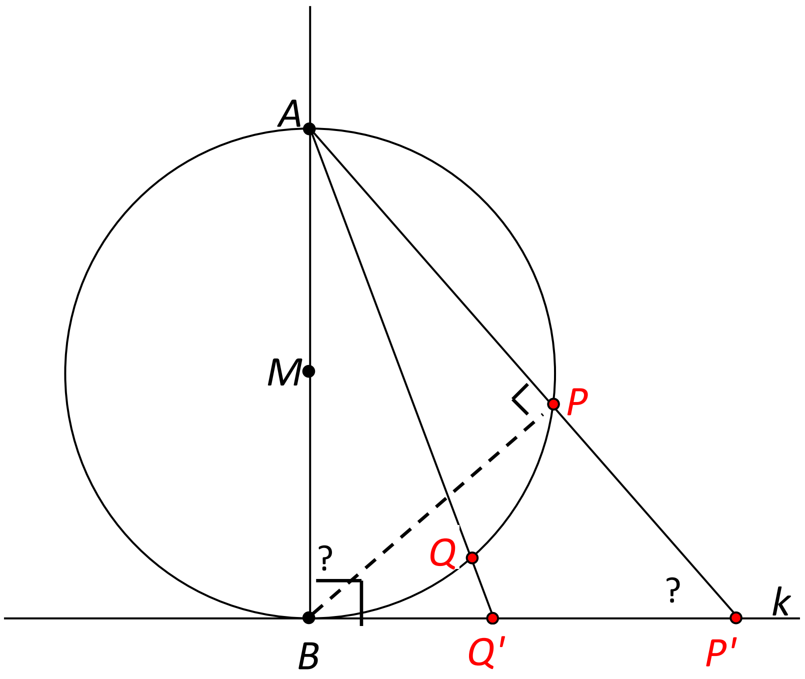


2012-II Vier punten op een cirkel

Zie de figuur. *M* is het middelpunt van de cirkel. *AB* is middellijn van de cirkel. *k* is de raaklijn in *B* aan de cirkel. *P* en *Q* liggen op de cirkel. *AP* snijdt *k* in *P*'; *AQ* snijdt *k* in *Q*'.

Vraag 16. Bewijs dat $\angle ABP = \angle AP'B$

- $\angle B = 90^{o}$ (*raaklijn aan cirkel*)
- Volgens *Thales* is $\angle P = 90^{o}$.

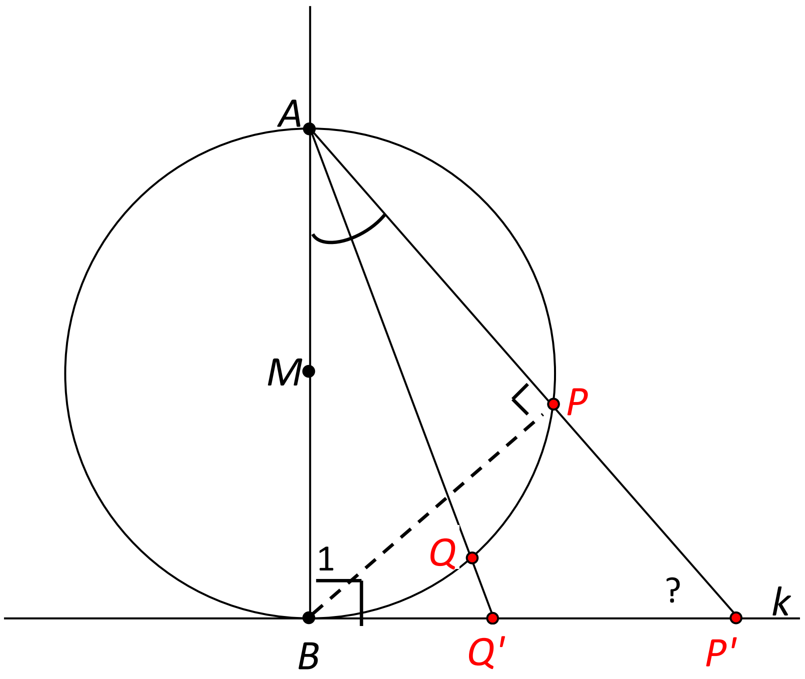


2012-II Vier punten op een cirkel

Zie de figuur. M is het middelpunt van de cirkel. AB is middellijn van de cirkel. k is de raaklijn in B aan de cirkel. P en Q liggen op de cirkel. AP snijdt k in P'; AQ snijdt k in Q'.

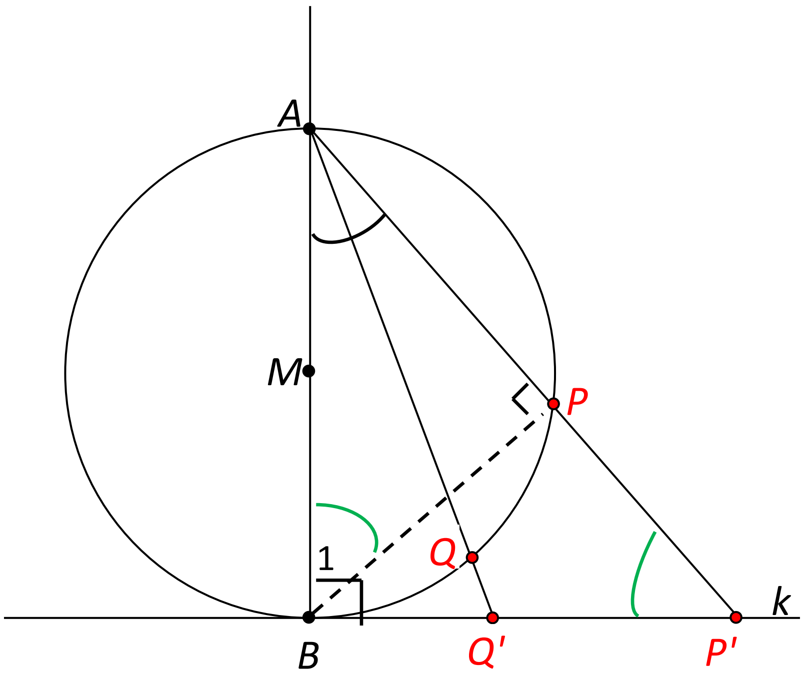
Vraag 16. Bewijs dat $\angle ABP = \angle AP'B$

- $\angle B = 90^o$ (*raaklijn aan cirkel*)
- Volgens *Thales* is $\angle P = 90^o$.
- In ΔABP is $\angle B1 = 90^o - \angle A$ (*hoekensom*)
- In $\Delta AP'B$ is $\angle P' = 90^o - \angle A$ (*hoekensom*)



2012-II   Vier punten op een cirkel

Zie de figuur. *M* is het middelpunt van de cirkel.
AB is middellijn van de cirkel. *k* is de raaklijn in *B* aan de cirkel. *P* en *Q* liggen op de cirkel.
AP snijdt *k* in *P*'; *AQ* snijdt *k* in *Q*'.



Vraag 16. Bewijs dat $\angle ABP = \angle AP'B$

- $\angle B = 90^o$ (*raaklijn aan cirkel*)
- Volgens *Thales* is $\angle P = 90^o$.
- In ΔABP is $\angle B1 = 90^o - \angle A$ (*hoekensom*)
- In $\Delta AP'B$ is $\angle P' = 90^o - \angle A$ (*hoekensom*)
- Dus $\angle B1 = \angle P'$ oftewel $\boldsymbol{\angle ABP = \angle AP'B}$

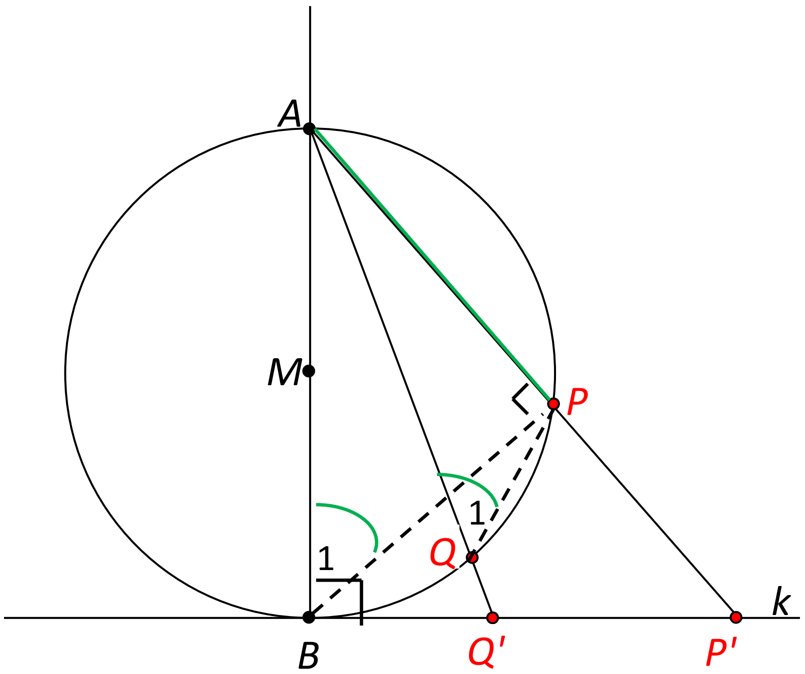
2012-II Vier punten op een cirkel

In de vorige vraag is bewezen dat $\angle ABP = \angle AP'B$.

P, *Q*, *P'* en *Q'* liggen op één cirkel.

Vraag 17. Bewijs dat.

- $\angle Q1 = \angle B1$ (*constante hoek op koorde AP*)



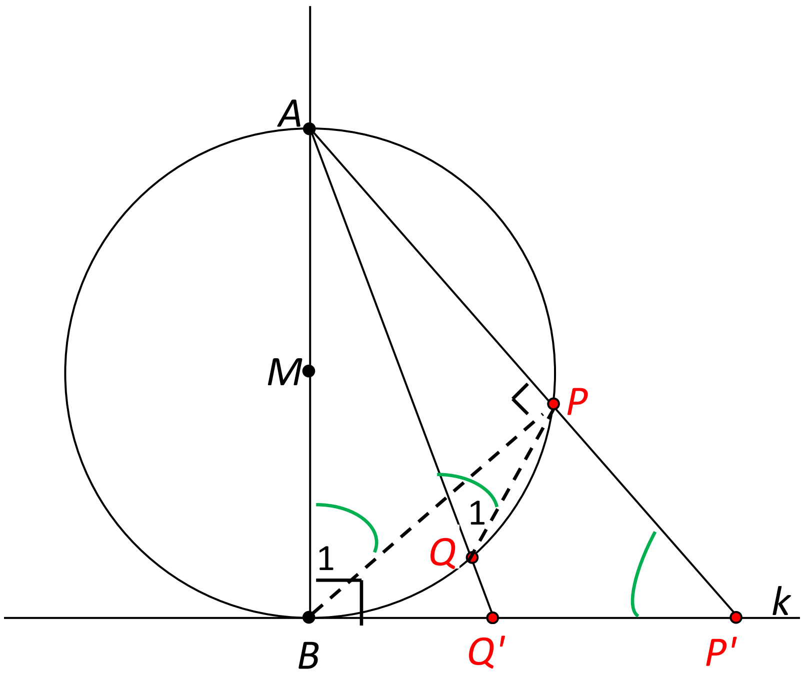
2012-II Vier punten op een cirkel

In de vorige vraag is bewezen dat $\angle ABP = \angle AP'B$.

P, *Q*, *P'* en *Q'* liggen op één cirkel.

Vraag 17. Bewijs dat.

- $\angle Q1 = \angle B1$ (*constante hoek op koorde AP*)
- $\angle ABP = \angle AP'B$ (*in vorige vraag bewezen*)

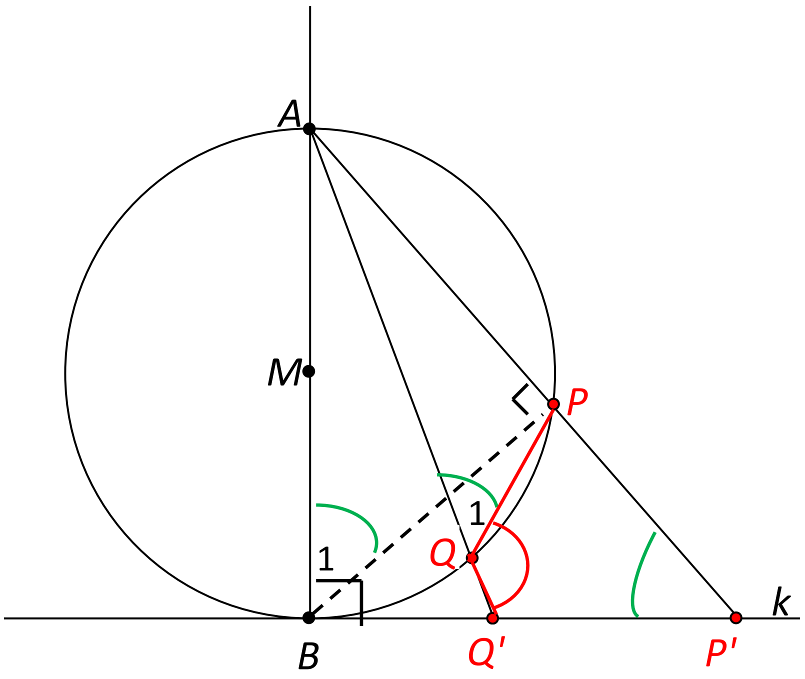


2012-II Vier punten op een cirkel

In de vorige vraag is bewezen dat $\angle ABP = \angle AP'B$.

P, Q, P' en Q' liggen op één cirkel.

Vraag 17. Bewijs dat.



- $\angle Q1 = \angle B1$ (*constante hoek op koorde AP*)
- $\angle ABP = \angle AP'B$ (*in vorige vraag bewezen*)
- $\angle PQQ' = 180^{o} - \angle Q1$ (*gestrekte hoek*)

2012-II Vier punten op een cirkel

In de vorige vraag is bewezen dat $\angle ABP = \angle AP'B$.

P, Q, P' en Q' liggen op één cirkel.

Vraag 17. Bewijs dat.

- $\angle Q1 = \angle B1$ (*constante hoek op koorde AP*)
- $\angle ABP = \angle AP'B$ (*in vorige vraag bewezen*)
- $\angle PQQ' = 180^o - \angle Q1$ (*gestrekte hoek*)
- Dus is $\angle PQQ' + \angle Q1 = 180^o$
- en *PQP'Q'* *koordenvierhoek* (stelling)