2013-I De vergelijking van Antoine

Voor vloeibaar aceton geldt de betrekking: $\log P = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ (met $T > 53{,}15$)

Hierin is P (in bar) de dampdruk van aceton en T de temperatuur (in kelvin).
Het kookpunt va een vloeistof is de temperatuur waarbij de dampdruk precies 1 bar bedraagt.

Vraag 1. Bereken op algebraïsche wijze het kookpunt van aceton.

2013-I De vergelijking van Antoine

Voor vloeibaar aceton geldt de betrekking: $\log P = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ (met $T > 53{,}15$)

Hierin is P (in bar) de dampdruk van aceton en T de temperatuur (in kelvin).
Het kookpunt va een vloeistof is de temperatuur waarbij de dampdruk precies 1 bar bedraagt.

Vraag 1. Bereken op algebraïsche wijze het kookpunt van aceton.

log 1 = . . . dus

2013-I De vergelijking van Antoine

Voor vloeibaar aceton geldt de betrekking: $\log P = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ (met $T > 53{,}15$)

Hierin is P (in bar) de dampdruk van aceton en T de temperatuur (in kelvin).
Het kookpunt va een vloeistof is de temperatuur waarbij de dampdruk precies 1 bar bedraagt.

Vraag 1. Bereken op algebraïsche wijze het kookpunt van aceton.

log 1 = 0 dus

2013-I De vergelijking van Antoine

Voor vloeibaar aceton geldt de betrekking: $\log P = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ (met $T > 53{,}15$)

Hierin is P (in bar) de dampdruk van aceton en T de temperatuur (in kelvin).
Het kookpunt va een vloeistof is de temperatuur waarbij de dampdruk precies 1 bar bedraagt.

Vraag 1. Bereken op algebraïsche wijze het kookpunt van aceton.

log 1 = 0 dus $0 = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$

2013-I De vergelijking van Antoine

Voor vloeibaar aceton geldt de betrekking: $\log P = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ (met $T > 53{,}15$)

Hierin is P (in bar) de dampdruk van aceton en T de temperatuur (in kelvin).
Het kookpunt va een vloeistof is de temperatuur waarbij de dampdruk precies 1 bar bedraagt.

Vraag 1. Bereken op algebraïsche wijze het kookpunt van aceton.

log 1 = 0 dus $0 = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ en $T - 53{,}15 = \dfrac{1144}{4{,}146}$

2013-I De vergelijking van Antoine

Voor vloeibaar aceton geldt de betrekking: $\log P = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ (met $T > 53{,}15$)

Hierin is P (in bar) de dampdruk van aceton en T de temperatuur (in kelvin).
Het kookpunt va een vloeistof is de temperatuur waarbij de dampdruk precies 1 bar bedraagt.

Vraag 1. Bereken op algebraïsche wijze het kookpunt van aceton.

log 1 = 0 dus $0 = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ en $T - 53{,}15 = \dfrac{1144}{4{,}146}$ dus $T \approx 329{,}086$

Het kookpunt van aceton is dus ongeveer 329 kelvin.

2013-I De vergelijking van Antoine

Voor vloeibaar aceton geldt de betrekking: $\log P = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ (met $T > 53{,}15$)

Hierin is *P* (in bar) de dampdruk van aceton en *T* de temperatuur (in kelvin).
Het kookpunt va een vloeistof is de temperatuur waarbij de dampdruk precies 1 bar bedraagt.

Vraag 1. Bereken op algebraïsche wijze het kookpunt van aceton.

log 1 = 0 dus $0 = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ en $T - 53{,}15 = \dfrac{1144}{4{,}146}$ dus $T \approx 329{,}086$

Het kookpunt van aceton is dus ongeveer 329 kelvin.

Vraag 2. Beredeneer zonder te differentiëren dat de functie van *P* stijgend is.

2013-I De vergelijking van Antoine

Voor vloeibaar aceton geldt de betrekking: $\log P = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ (met $T > 53{,}15$)

Hierin is P (in bar) de dampdruk van aceton en T de temperatuur (in kelvin).
Het kookpunt va een vloeistof is de temperatuur waarbij de dampdruk precies 1 bar bedraagt.

Vraag 1. Bereken op algebraïsche wijze het kookpunt van aceton.

log 1 = 0 dus $0 = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ en $T - 53{,}15 = \dfrac{1144}{4{,}146}$ dus $T \approx 329{,}086$

Het kookpunt van aceton is dus ongeveer 329 kelvin.

Vraag 2. Beredeneer zonder te differentiëren dat de functie van P stijgend is.

Als T groter wordt, wordt de breuk . . .

2013-I De vergelijking van Antoine

Voor vloeibaar aceton geldt de betrekking: $\log P = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ (met $T > 53{,}15$)

Hierin is P (in bar) de dampdruk van aceton en T de temperatuur (in kelvin).
Het kookpunt va een vloeistof is de temperatuur waarbij de dampdruk precies 1 bar bedraagt.

Vraag 1. Bereken op algebraïsche wijze het kookpunt van aceton.

log 1 = 0 dus $0 = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ en $T - 53{,}15 = \dfrac{1144}{4{,}146}$ dus $T \approx 329{,}086$

Het kookpunt van aceton is dus ongeveer 329 kelvin.

Vraag 2. Beredeneer zonder te differentiëren dat de functie van P stijgend is.

Als T groter wordt, wordt de breuk kleiner

2013-I De vergelijking van Antoine

Voor vloeibaar aceton geldt de betrekking: $\log P = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ (met $T > 53{,}15$)

Hierin is P (in bar) de dampdruk van aceton en T de temperatuur (in kelvin).
Het kookpunt va een vloeistof is de temperatuur waarbij de dampdruk precies 1 bar bedraagt.

Vraag 1. Bereken op algebraïsche wijze het kookpunt van aceton.

log 1 = 0 dus $0 = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ en $T - 53{,}15 = \dfrac{1144}{4{,}146}$ dus $T \approx 329{,}086$

Het kookpunt van aceton is dus ongeveer 329 kelvin.

Vraag 2. Beredeneer zonder te differentiëren dat de functie van P stijgend is.

Als T groter wordt, wordt de breuk kleiner en $4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53}$ wordt dan

2013-I De vergelijking van Antoine

Voor vloeibaar aceton geldt de betrekking: $\log P = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ (met $T > 53{,}15$)

Hierin is P (in bar) de dampdruk van aceton en T de temperatuur (in kelvin).
Het kookpunt va een vloeistof is de temperatuur waarbij de dampdruk precies 1 bar bedraagt.

Vraag 1. Bereken op algebraïsche wijze het kookpunt van aceton.

log 1 = 0 dus $0 = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ en $T - 53{,}15 = \dfrac{1144}{4{,}146}$ dus $T \approx 329{,}086$

Het kookpunt van aceton is dus ongeveer 329 kelvin.

Vraag 2. Beredeneer zonder te differentiëren dat de functie van P stijgend is.

Als T groter wordt, wordt de breuk kleiner en $4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53}$ wordt dan groter.

2013-I De vergelijking van Antoine

Voor vloeibaar aceton geldt de betrekking: $\log P = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ (met $T > 53{,}15$)

Hierin is P (in bar) de dampdruk van aceton en T de temperatuur (in kelvin).
Het kookpunt va een vloeistof is de temperatuur waarbij de dampdruk precies 1 bar bedraagt.

Vraag 1. Bereken op algebraïsche wijze het kookpunt van aceton.

log 1 = 0 dus $0 = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ en $T - 53{,}15 = \dfrac{1144}{4{,}146}$ dus $T \approx 329{,}086$

Het kookpunt van aceton is dus ongeveer 329 kelvin.

Vraag 2. Beredeneer zonder te differentiëren dat de functie van P stijgend is.

Als T groter wordt, wordt de breuk kleiner en $4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53}$ wordt dan groter.

Omdat log (grondtal 10) een stijgende functie is, zal dus . . .

2013-I De vergelijking van Antoine

Voor vloeibaar aceton geldt de betrekking: $\log P = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ (met $T > 53{,}15$)

Hierin is P (in bar) de dampdruk van aceton en T de temperatuur (in kelvin).
Het kookpunt va een vloeistof is de temperatuur waarbij de dampdruk precies 1 bar bedraagt.

Vraag 1. Bereken op algebraïsche wijze het kookpunt van aceton.

log 1 = 0 dus $0 = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ en $T - 53{,}15 = \dfrac{1144}{4{,}146}$ dus $T \approx 329{,}086$

Het kookpunt van aceton is dus ongeveer 329 kelvin.

Vraag 2. Beredeneer zonder te differentiëren dat de functie van P stijgend is.

Als T groter wordt, wordt de breuk kleiner en $4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53}$ wordt dan groter.

Omdat log (grondtal 10) een stijgende functie is, zal dus P ook groter worden.

2013-I De vergelijking van Antoine

Voor vloeibaar aceton geldt de betrekking: $\log P = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ (met $T > 53{,}15$)

Hierin is P (in bar) de dampdruk van aceton en T de temperatuur (in kelvin).
Het kookpunt va een vloeistof is de temperatuur waarbij de dampdruk precies 1 bar bedraagt.

Vraag 3. Bereken $\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}T}$ voor aceton bij een temperatuur van 293 kelvin, afgerond op 3 decimalen.

2013-I De vergelijking van Antoine

Voor vloeibaar aceton geldt de betrekking: $\log P = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ (met $T > 53{,}15$)

Hierin is P (in bar) de dampdruk van aceton en T de temperatuur (in kelvin).
Het kookpunt va een vloeistof is de temperatuur waarbij de dampdruk precies 1 bar bedraagt.

Vraag 3. Bereken $\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}T}$ voor aceton bij een temperatuur van 293 kelvin, afgerond op 3 decimalen.

P = Y1 = 10^(4.146-(1144/(X-53.15))) in GR

2013-I De vergelijking van Antoine

Voor vloeibaar aceton geldt de betrekking: $\log P = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ (met $T > 53{,}15$)

Hierin is P (in bar) de dampdruk van aceton en T de temperatuur (in kelvin).
Het kookpunt va een vloeistof is de temperatuur waarbij de dampdruk precies 1 bar bedraagt.

Vraag 3. Bereken $\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}T}$ voor aceton bij een temperatuur van 293 kelvin, afgerond op 3 decimalen.

P = Y1 = 10^(4.146-(1144/(X-53.15))) in GR

GR gebruiken voor afgeleide
Bij Casio: MENU RUN OPTN CALC ***d/dx*** (Y1(X), X)
Bij TI: MATH **nDeriv** (Y1(X), X)
Geeft antwoord 0,0109 afgerond **0,011**

2013-I De vergelijking van Antoine

Voor vloeibaar aceton geldt de betrekking: $\log P = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ (met $T > 53{,}15$) (*)

Hierin is P (in bar) de dampdruk van aceton en T de temperatuur (in kelvin).

De algemene fornule voor de dampdruk P is: $\log P = k - \dfrac{m}{T - n}$ (met $T > n$)

Vroeger gebruikte men daarin andere eenheden. Voor het verband tussen de dampdruk p in mmHg en de dampdruk P in bar geldt: $P = \dfrac{p}{750}$ en voor het verband tussen de temperatuur t in °C en de temperatuur T in kelvin geldt: $T = t + 273{,}15$.

De bovenstaande formule (*) kan geschreven worden in de vorm: $\log p = a - \dfrac{1144}{t + b}$

Vraag 4. Bereken a en b.

2013-I De vergelijking van Antoine

Voor vloeibaar aceton geldt de betrekking: $\log P = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ (met $T > 53{,}15$) (*)

Hierin is P (in bar) de dampdruk van aceton en T de temperatuur (in kelvin).

De algemene fornule voor de dampdruk P is: $\log P = k - \dfrac{m}{T - n}$ (met $T > n$)

Vroeger gebruikte men daarin andere eenheden. Voor het verband tussen de dampdruk p in mmHg en de dampdruk P in bar geldt: $P = \dfrac{p}{750}$ en voor het verband tussen de temperatuur t in ^{o}C en de temperatuur T in kelvin geldt: $T = t + 273{,}15$.

De bovenstaande formule (*) kan geschreven worden in de vorm: $\log p = a - \dfrac{1144}{t + b}$

Vraag 4. Bereken a en b. Na substitutie krijg je:

$$\log \frac{p}{750} = 4{,}146 - \frac{1144}{t + 273{,}15 - 53{,}15}$$

2013-I De vergelijking van Antoine

Voor vloeibaar aceton geldt de betrekking: $\log P = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ (met $T > 53{,}15$) (*)

Hierin is P (in bar) de dampdruk van aceton en T de temperatuur (in kelvin).

De algemene fornule voor de dampdruk P is: $\log P = k - \dfrac{m}{T - n}$ (met $T > n$)

Vroeger gebruikte men daarin andere eenheden. Voor het verband tussen de dampdruk p in mmHg

en de dampdruk P in bar geldt: $P = \dfrac{p}{750}$ en voor het verband tussen de temperatuur t in ^{o}C

en de temperatuur T in kelvin geldt: $T = t + 273{,}15$.
De bovenstaande formule (*) kan geschreven worden in de vorm: $\log p = a - \dfrac{1144}{t + b}$

Vraag 4. Bereken a en b. Na substitutie krijg je:

$$\log \frac{p}{750} = 4{,}146 - \frac{1144}{t + 273{,}15 - 53{,}15} \quad \text{dus} \quad \log p - \log 750 = 4{,}146 - \frac{1144}{t + 220}$$

geeft . . .

2013-I De vergelijking van Antoine

Voor vloeibaar aceton geldt de betrekking: $\log P = 4{,}146 - \dfrac{1144}{T - 53{,}15}$ (met $T > 53{,}15$) (*)

Hierin is P (in bar) de dampdruk van aceton en T de temperatuur (in kelvin).

De algemene fornule voor de dampdruk P is: $\log P = k - \dfrac{m}{T - n}$ (met $T > n$)

Vroeger gebruikte men daarin andere eenheden. Voor het verband tussen de dampdruk p in mmHg en de dampdruk P in bar geldt: $P = \dfrac{p}{750}$ en voor het verband tussen de temperatuur t in °C en de temperatuur T in kelvin geldt: $T = t + 273{,}15$.

De bovenstaande formule (*) kan geschreven worden in de vorm: $\log p = a - \dfrac{1144}{t + b}$

Vraag 4. Bereken a en b. Na substitutie krijg je:

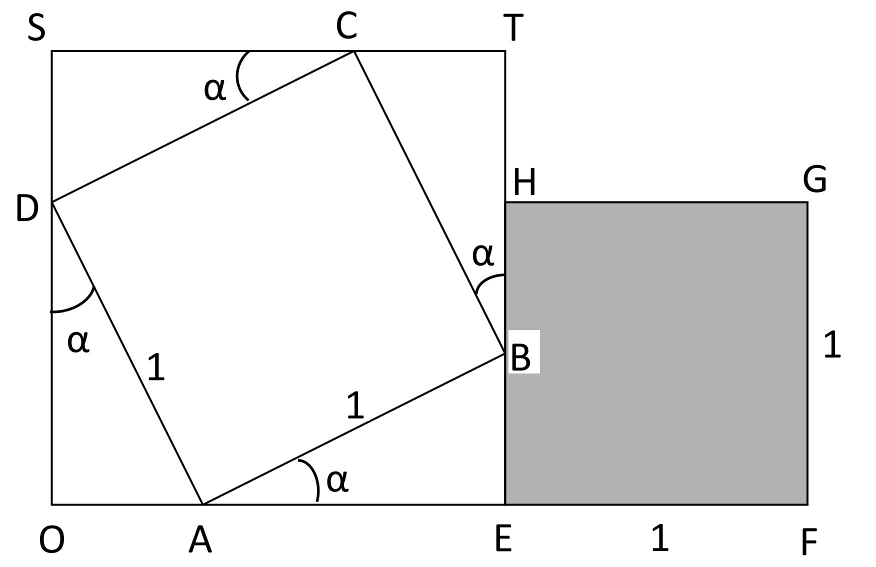
$$\log \frac{p}{750} = 4{,}146 - \frac{1144}{t + 273{,}15 - 53{,}15} \quad \text{dus} \quad \log p - \underbrace{\log 750}_{2{,}875} = 4{,}146 - \frac{1144}{t + 220}$$

geeft $\log p = 4{,}146 + 2{,}875 - \dfrac{1144}{t + 220} = \underbrace{7{,}02}_{a} - \dfrac{1144}{t + \underbrace{220}_{b}}$

Dus $a = 7{,}02$ en $b = 220$

2013-I Vierkanten en gonio

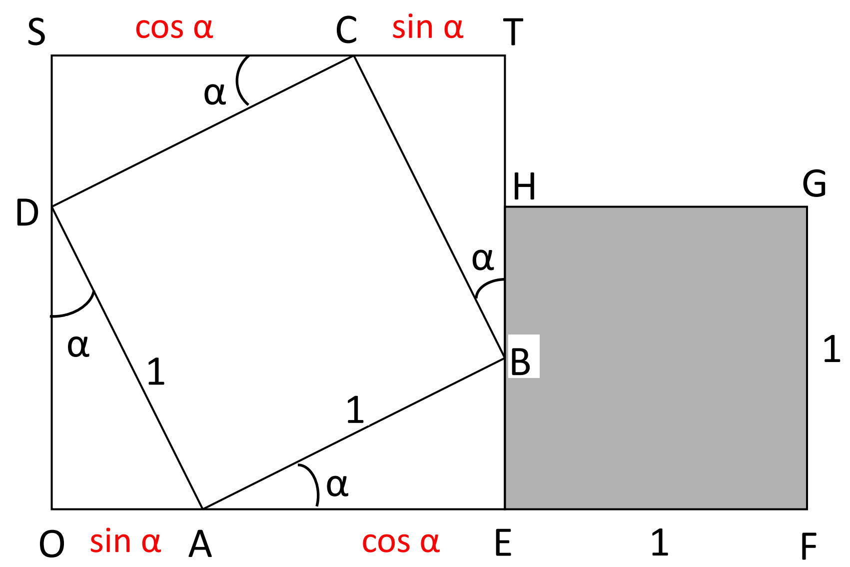
Zie de vierkanten in de tekening.
Er geldt:
C(cos α, sin α + cos α) en
G(sin α + cos α + 1, 1)



Vraag 5. Bereken exact de oppervlakte van vierkant OETS voor $\alpha = \frac{1}{6}\pi$.

2013-I Vierkanten en gonio

Zie de tekening.
Er geldt:
C(cos α, sin α + cos α) en
G(sin α + cos α + 1, 1)



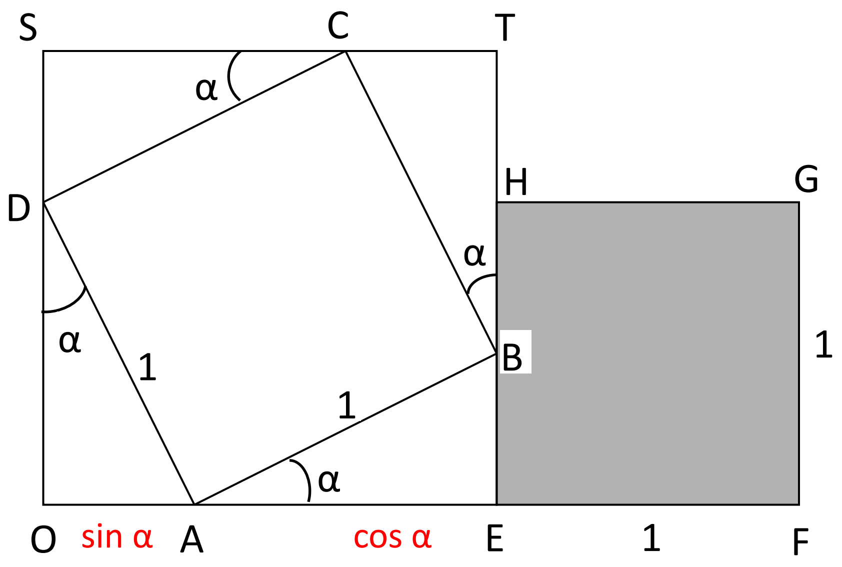
Vraag 5. Bereken exact de oppervlakte van vierkant OETS voor $\alpha = \frac{1}{6}\pi$.

In ΔOAD is OA = sin α want $\sin\alpha = \frac{OA}{1}$

In ΔAEB is AE = cos α want $\cos\alpha = \frac{AE}{1}$

2013-I Vierkanten en gonio

Zie de tekening.
Er geldt:
C(cos α, sin α + cos α) en
G(sin α + cos α + 1, 1)



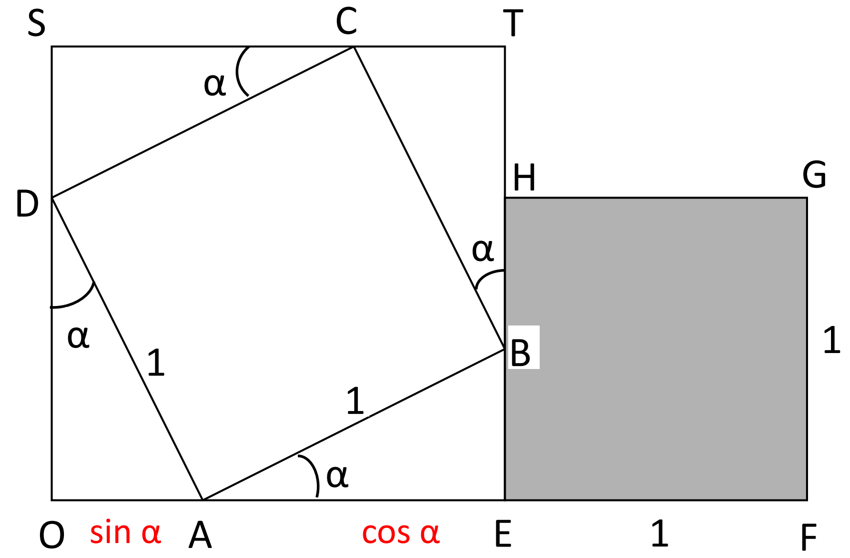
Vraag 5. Bereken exact de oppervlakte van vierkant OETS voor $\alpha = \frac{1}{6}\pi$.

De opp. van OETS is dus:

$(\sin\frac{1}{6}\pi + \cos\frac{1}{6}\pi)^2 =$

2013-I Vierkanten en gonio

Zie de tekening.
Er geldt:
C(cos α, sin α + cos α) en
G(sin α + cos α + 1, 1)



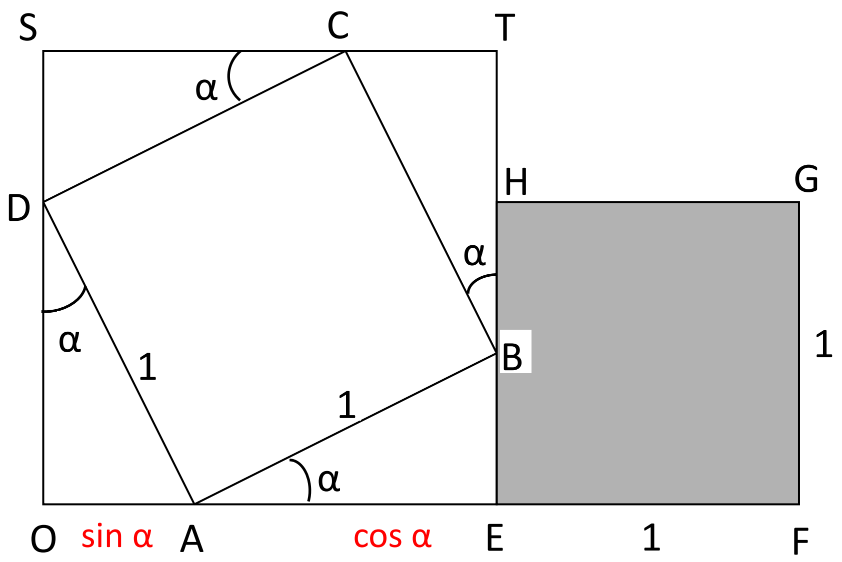
Vraag 5. Bereken exact de oppervlakte van vierkant OETS voor $\alpha = \frac{1}{6}\pi$.

De opp. van OETS is dus:

$$(\sin\frac{1}{6}\pi + \cos\frac{1}{6}\pi)^2 = (\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3})^2 =$$

2013-I Vierkanten en gonio

Zie de tekening.
Er geldt:
C(cos α, sin α + cos α) en
G(sin α + cos α + 1, 1)



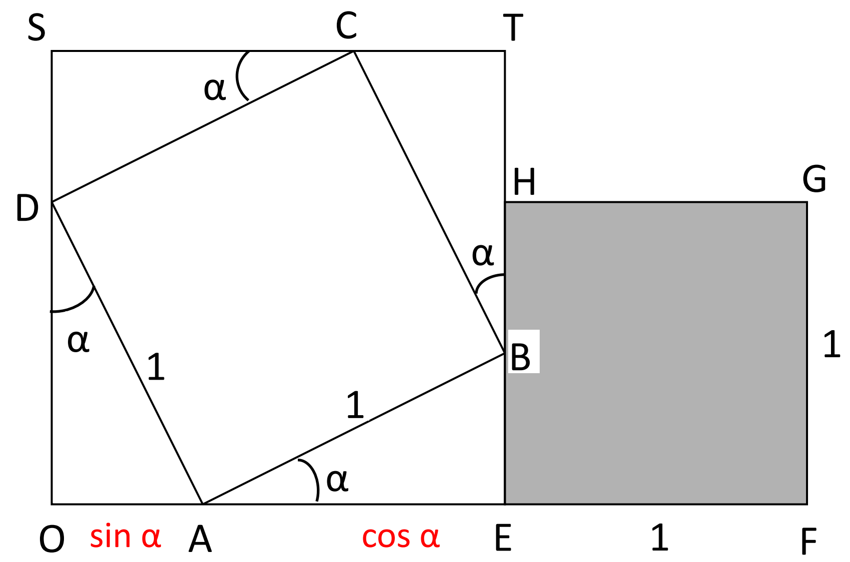
Vraag 5. Bereken exact de oppervlakte van vierkant OETS voor $\alpha = \frac{1}{6}\pi$.

De opp. van OETS is dus:

$$(\sin\frac{1}{6}\pi + \cos\frac{1}{6}\pi)^2 = (\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3})^2 = \frac{1}{4}(1+\sqrt{3})^2$$

2013-I Vierkanten en gonio

Zie de tekening.
Er geldt:
C(cos α, sin α + cos α) en
G(sin α + cos α + 1, 1)



Vraag 5. Bereken exact de oppervlakte van vierkant OETS voor $\alpha = \frac{1}{6}\pi$.

De opp. van OETS is dus:

$$(\sin\frac{1}{6}\pi + \cos\frac{1}{6}\pi)^2 = (\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3})^2 = \frac{1}{4}(1+\sqrt{3})^2$$

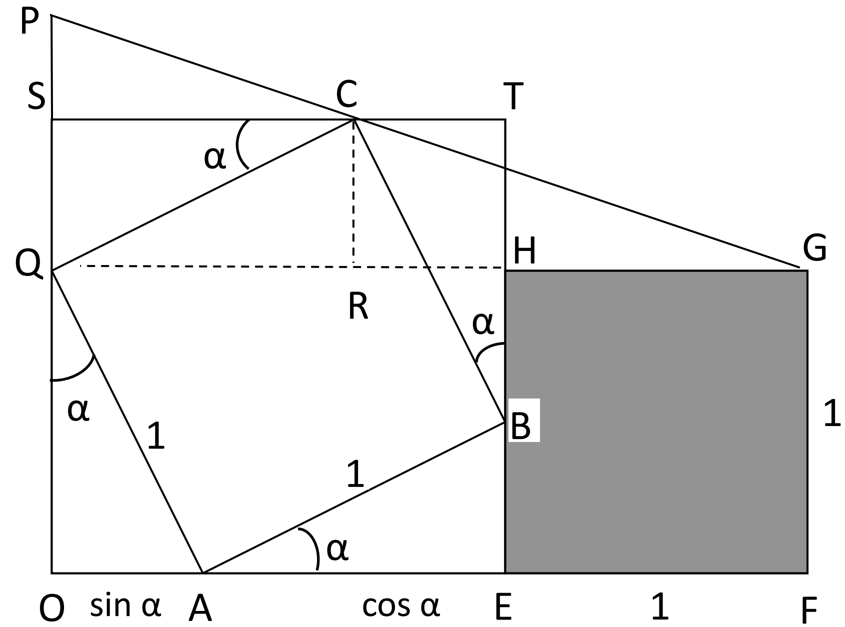
$$= \frac{1}{4}(1+2\sqrt{3}+3) = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

2013-I Vierkanten en gonio

ΔGCR en ΔGPQ zijn gelijkvormig.

Daaruit volgt: $PQ = \dfrac{(\sin\alpha + \cos\alpha - 1)(\sin\alpha + \cos\alpha + 1)}{\sin\alpha + 1}$

Vraag 6. Toon aan dat deze formule juist is.



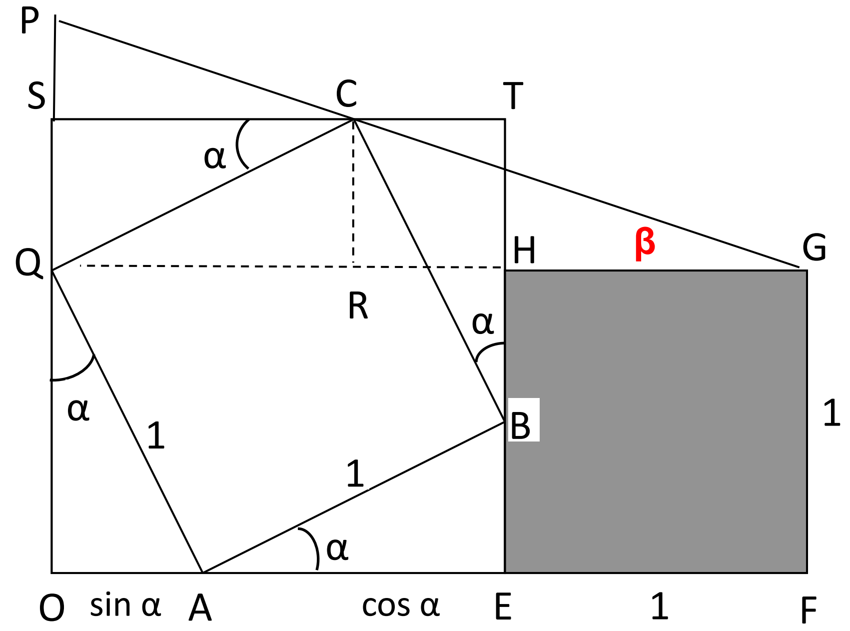
2013-I Vierkanten en gonio

ΔGCR en ΔGPQ zijn gelijkvormig.

Daaruit volgt: $PQ = \dfrac{(\sin\alpha + \cos\alpha - 1)(\sin\alpha + \cos\alpha + 1)}{\sin\alpha + 1}$

Vraag 6. Toon aan dat deze formule juist is.

$\tan \beta = \dfrac{PQ}{GQ} = \dfrac{CR}{GR}$

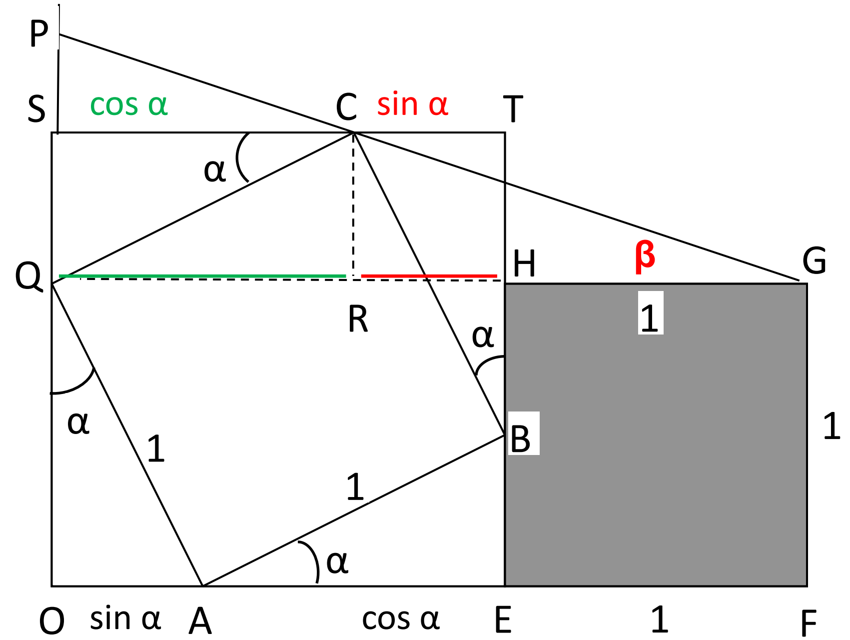


2013-I Vierkanten en gonio

ΔGCR en ΔGPQ zijn gelijkvormig.

Daaruit volgt: $PQ = \dfrac{(\sin\alpha + \cos\alpha - 1)(\sin\alpha + \cos\alpha + 1)}{\sin\alpha + 1}$

Vraag 6. Toon aan dat deze formule juist is.



$\tan \beta = \dfrac{PQ}{GQ} = \dfrac{CR}{GR}$

Met $GQ = \sin\alpha + \cos\alpha + 1$

2013-I Vierkanten en gonio

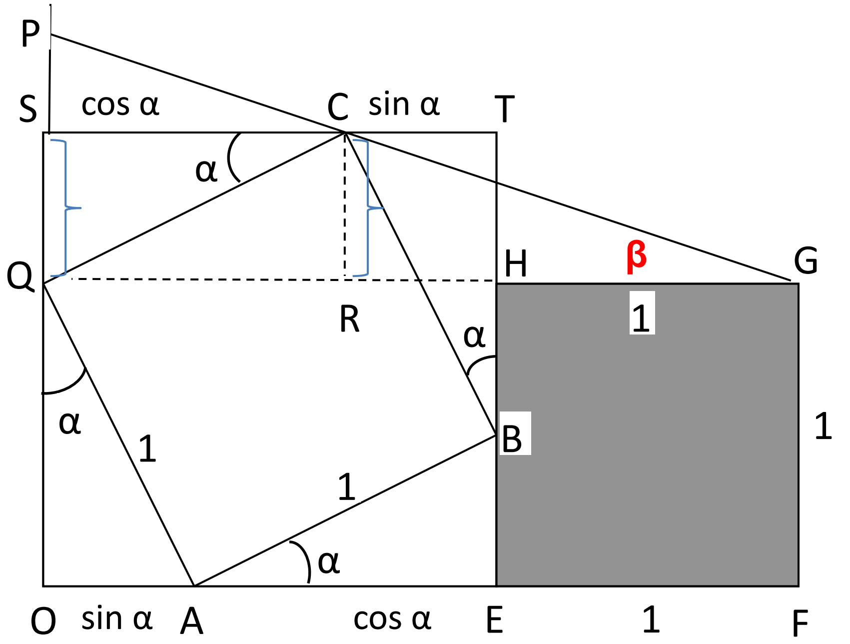
ΔGCR en ΔGPQ zijn gelijkvormig.

Daaruit volgt: $PQ = \dfrac{(\sin\alpha + \cos\alpha - 1)(\sin\alpha + \cos\alpha + 1)}{\sin\alpha + 1}$

Vraag 6. Toon aan dat deze formule juist is.

tan β = $\dfrac{PQ}{GQ} = \dfrac{CR}{GR}$

Met $GQ = \sin\alpha + \cos\alpha + 1$
en $CR = SQ = SO - QO = \sin\alpha + \cos\alpha - 1$

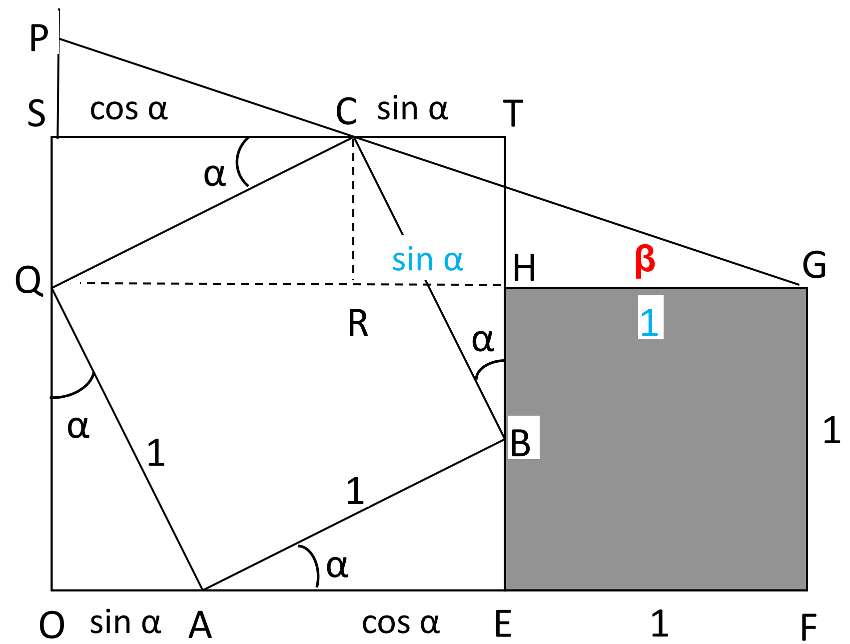


2013-I Vierkanten en gonio

ΔGCR en ΔGPQ zijn gelijkvormig.

Daaruit volgt: $PQ = \dfrac{(\sin\alpha + \cos\alpha - 1)(\sin\alpha + \cos\alpha + 1)}{\sin\alpha + 1}$

Vraag 6. Toon aan dat deze formule juist is.



$\tan \beta = \dfrac{PQ}{GQ} = \dfrac{CR}{GR}$

Met $GQ = \sin\alpha + \cos\alpha + 1$

en $CR = SQ = SO - QO = \sin\alpha + \cos\alpha - 1$

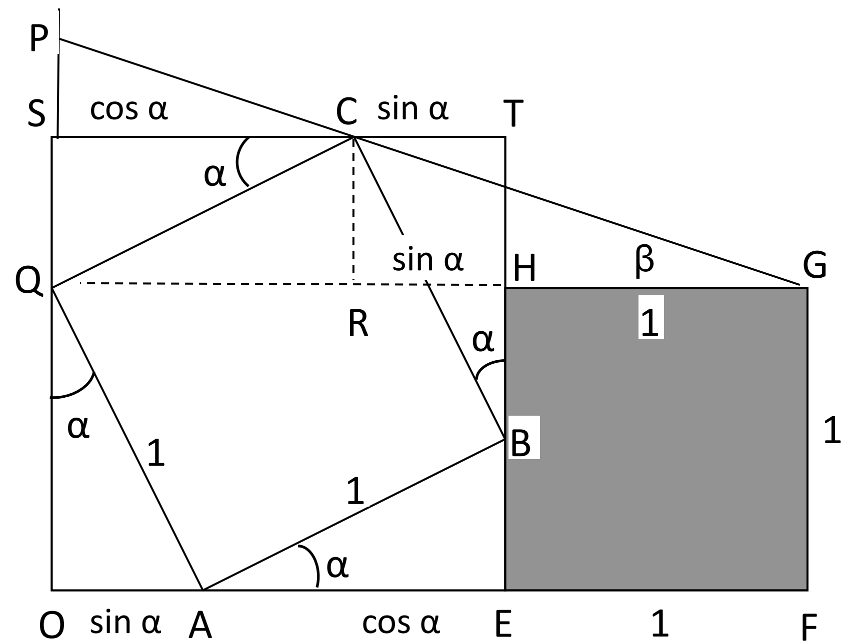
en $GR = RH + HG = \sin\alpha + 1$

2013-I Vierkanten en gonio

ΔGCR en ΔGPQ zijn gelijkvormig.

Daaruit volgt: $PQ = \dfrac{(\sin\alpha + \cos\alpha - 1)(\sin\alpha + \cos\alpha + 1)}{\sin\alpha + 1}$

Vraag 6. Toon aan dat deze formule juist is.

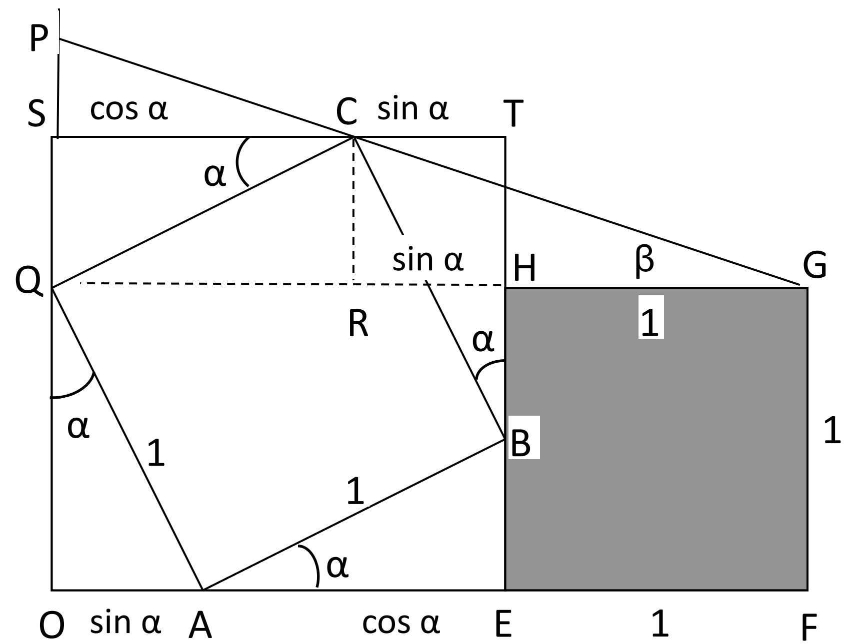


$\tan\beta = \dfrac{PQ}{GQ} = \dfrac{CR}{GR}$

Met $GQ = \sin\alpha + \cos\alpha + 1$
en $CR = SQ = SO - QO = \sin\alpha + \cos\alpha - 1$
en $GR = RH + HG = \sin\alpha + 1$

Dus $\dfrac{PQ}{\sin\alpha + \cos\alpha + 1} = \dfrac{\sin\alpha + \cos\alpha - 1}{\sin\alpha + 1}$

2013-I Vierkanten en gonio



ΔGCR en ΔGPQ zijn gelijkvormig.

Daaruit volgt: $PQ = \dfrac{(\sin\alpha + \cos\alpha - 1)(\sin\alpha + \cos\alpha + 1)}{\sin\alpha + 1}$

Vraag 6. Toon aan dat deze formule juist is.

$\tan\beta = \dfrac{PQ}{GQ} = \dfrac{CR}{GR}$

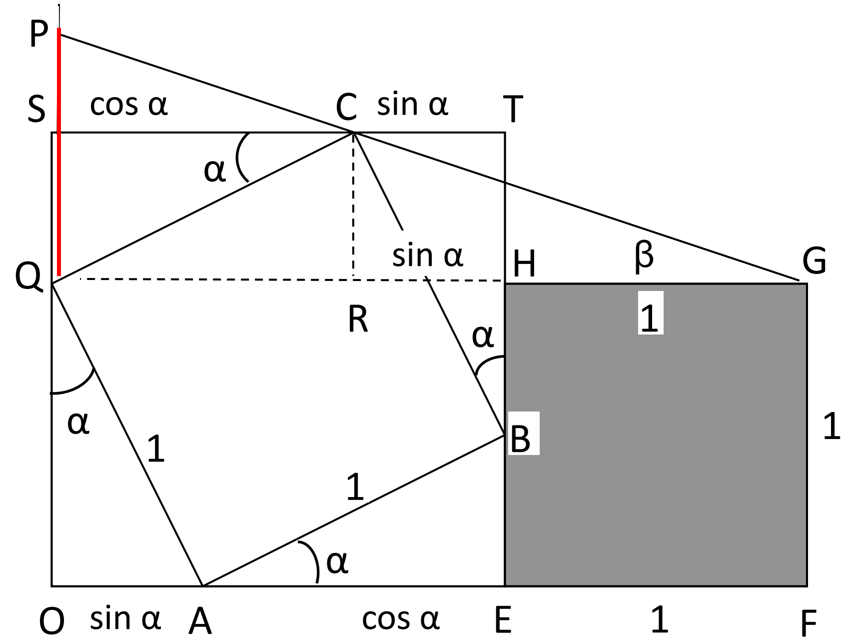
Met $GQ = \sin\alpha + \cos\alpha + 1$
en $CR = SQ = SO - QO = \sin\alpha + \cos\alpha - 1$
en $GR = RH + HG = \sin\alpha + 1$

Dus $\dfrac{PQ}{\sin\alpha + \cos\alpha + 1} = \dfrac{\sin\alpha + \cos\alpha - 1}{\sin\alpha + 1}$

Oftewel $PQ = \dfrac{(\sin\alpha + \cos\alpha - 1)(\sin\alpha + \cos\alpha + 1)}{\sin\alpha + 1}$

2013-I Vierkanten en gonio

Vraag 7. Toon aan dat $PQ = \dfrac{\sin(2\alpha)}{\sin\alpha + 1}$



2013-I Vierkanten en gonio

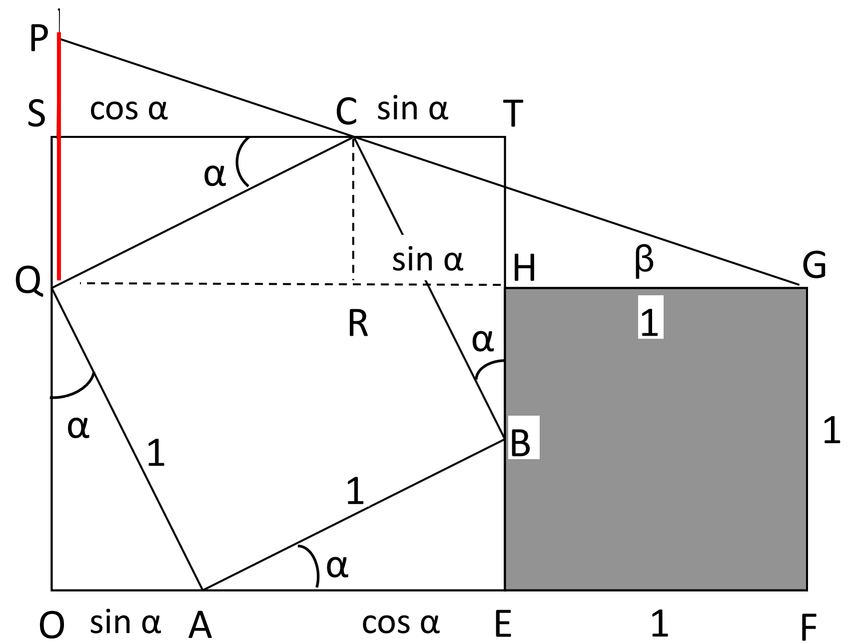
Vraag 7. Toon aan dat $PQ = \dfrac{\sin(2\alpha)}{\sin\alpha + 1}$

$$PQ = \frac{(\sin\alpha + \cos\alpha - 1)(\sin\alpha + \cos\alpha + 1)}{\sin\alpha + 1}$$

Vraag 6 uitwerken. De teller is:

$(\sin\alpha + \cos\alpha - 1)(\sin\alpha + \cos\alpha + 1) = \ldots$

[afgekort $\sin\alpha = s$ en $\cos\alpha = c$]



2013-I Vierkanten en gonio

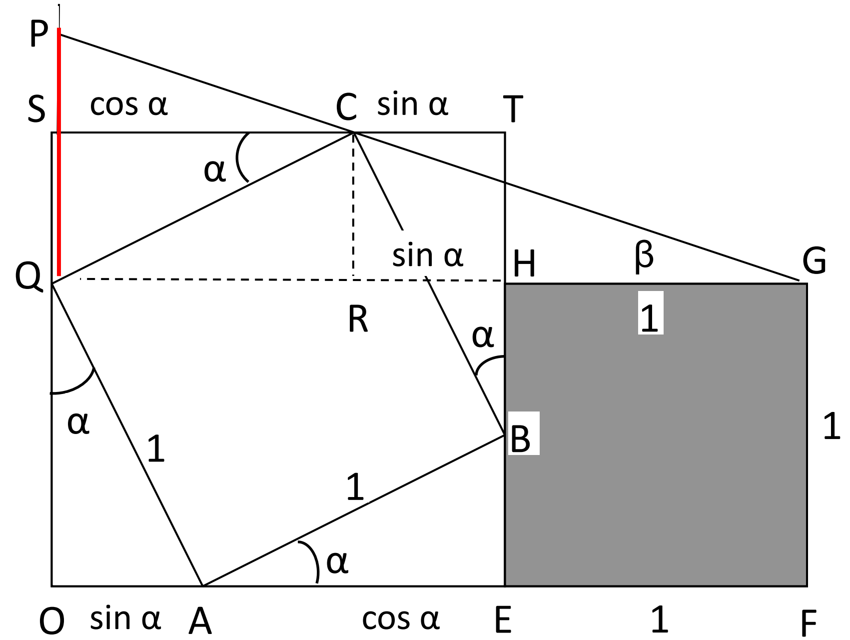
Vraag 7. Toon aan dat $PQ = \dfrac{\sin(2\alpha)}{\sin\alpha + 1}$

$$PQ = \frac{(\sin\alpha + \cos\alpha - 1)(\sin\alpha + \cos\alpha + 1)}{\sin\alpha + 1}$$

Vraag 6 uitwerken. De teller is:

(sin α + cos α – 1) (sin α + cos α + 1) =
[afgekort sin α = s en cos α = c]

(s + c – 1)(s + c + 1) =



2013-I Vierkanten en gonio

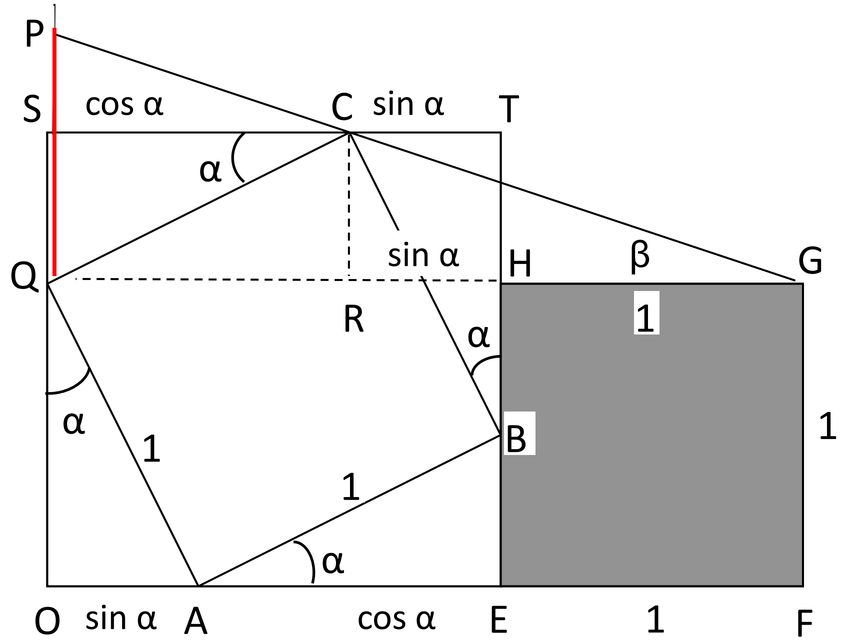
Vraag 7. Toon aan dat $\color{red}{PQ} = \dfrac{\sin(2\alpha)}{\sin\alpha + 1}$

$$PQ = \frac{(\sin\alpha + \cos\alpha - 1)(\sin\alpha + \cos\alpha + 1)}{\sin\alpha + 1}$$

Vraag 6 uitwerken. De teller is:

(sin α + cos α – 1) (sin α + cos α + 1) =
[afgekort sin α = s en cos α = c]

(s + c – 1)(s + c + 1) =
$s^2 + sc + \cancel{s} + cs + c^2 + \cancel{c} - \cancel{s} - \cancel{c} + sc - 1 =$



2013-I Vierkanten en gonio

Vraag 7. Toon aan dat $PQ = \frac{\sin(2\alpha)}{\sin\alpha + 1}$

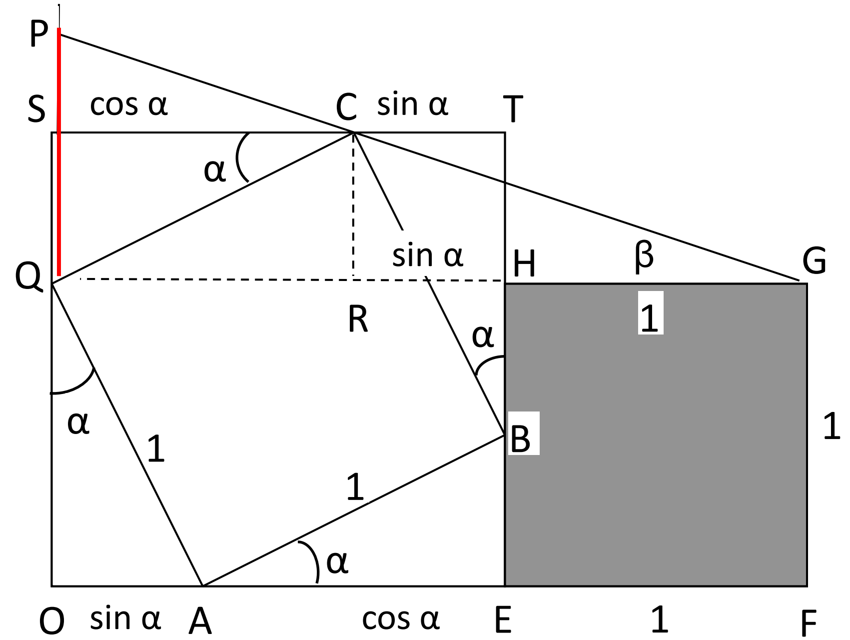
$$PQ = \frac{(\sin\alpha + \cos\alpha - 1)(\sin\alpha + \cos\alpha + 1)}{\sin\alpha + 1}$$

Vraag 6 uitwerken. De teller is:

(sin α + cos α – 1) (sin α + cos α + 1) =
[afgekort sin α = s en cos α = c]

$(s + c - 1)(s + c + 1) =$
$s^2 + sc + \cancel{s} + cs + c^2 + \cancel{c} - \cancel{s} - \cancel{c} + sc - 1 =$
$sc + cs + \underbrace{s^2 + c^2}_{} - 1 = 2sc = 2 \sin\alpha \cos\alpha$

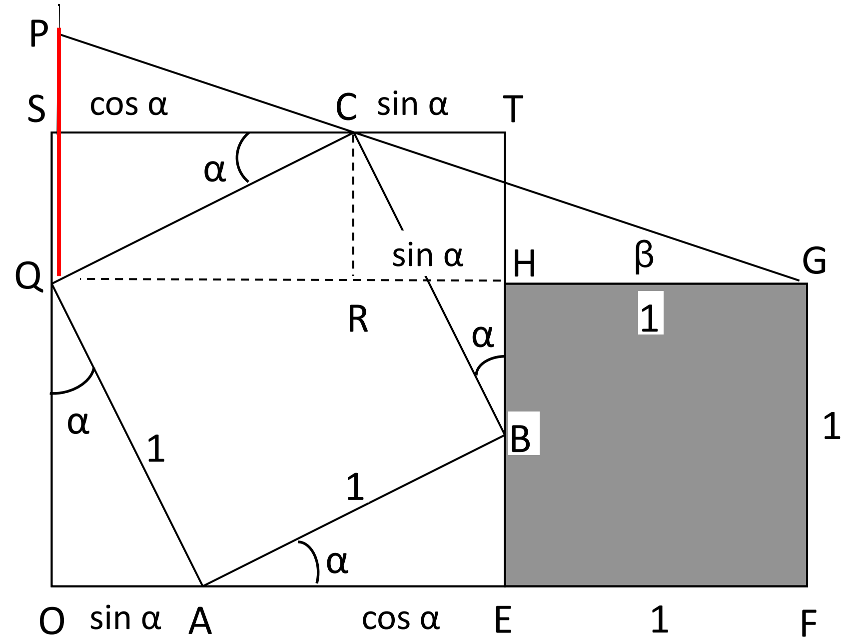
$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ (Pythagoras)



2013-I Vierkanten en gonio

Vraag 7. Toon aan dat $PQ = \dfrac{\sin(2\alpha)}{\sin\alpha + 1}$

$$PQ = \frac{(\sin\alpha + \cos\alpha - 1)(\sin\alpha + \cos\alpha + 1)}{\sin\alpha + 1}$$



Vraag 6 uitwerken. De teller is:

$(\sin\alpha + \cos\alpha - 1)(\sin\alpha + \cos\alpha + 1) =$
[afgekort $\sin\alpha = s$ en $\cos\alpha = c$]

$(s + c - 1)(s + c + 1) =$
$s^2 + sc + \cancel{s} + cs + c^2 + \cancel{c} - \cancel{s} - \cancel{c} + sc - 1 =$
$sc + cs + \underbrace{s^2 + c^2}_{} - 1 = 2sc = 2\sin\alpha\cos\alpha$

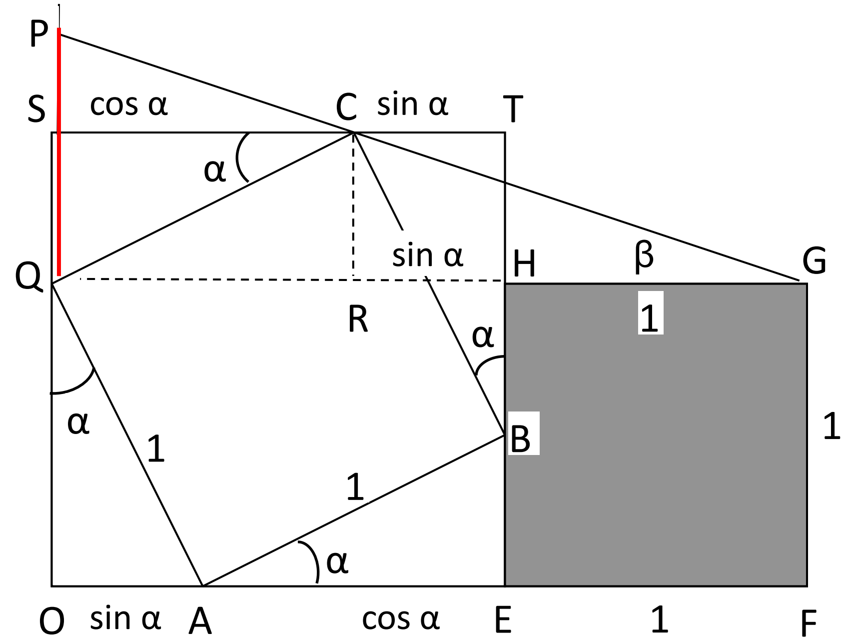
$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ (Pythagoras)

Uit $\sin(t+t) = \sin t\cos t + \cos t\sin t$ volgt: $2\sin\alpha\cos\alpha = \sin 2\alpha$

2013-I Vierkanten en gonio

Vraag 8. $PQ = \dfrac{\sin(2\alpha)}{\sin\alpha + 1}$

Bereken via differentiëren bij welke waarde van α de hoogte van punt *P* maximaal is. Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig.

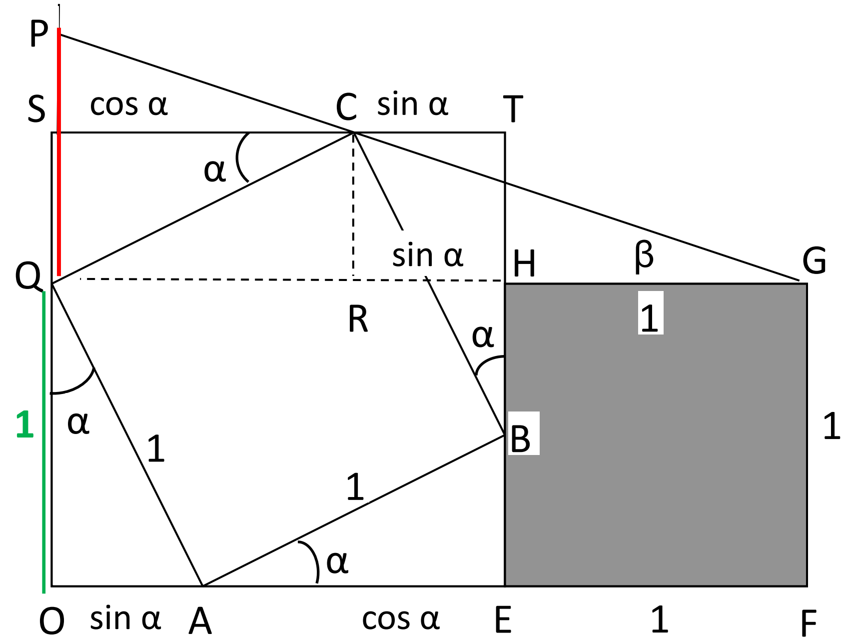


2013-I Vierkanten en gonio

Vraag 8. $\color{red}{PQ} = \dfrac{\sin(2\alpha)}{\sin\alpha + 1}$

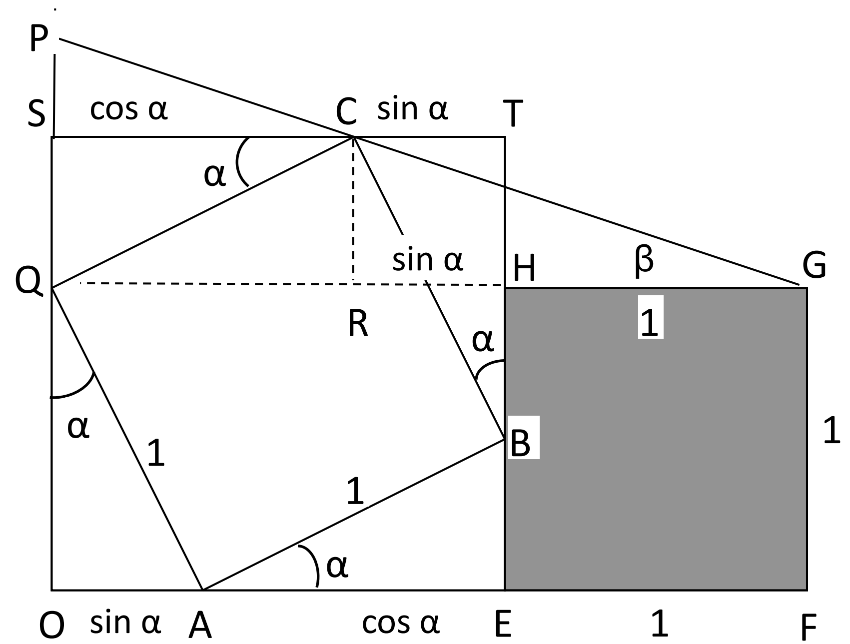
Bereken via differentiëren bij welke waarde van α de hoogte van punt *P* maximaal is. Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig.
Het gaat dus om het maximum van

$$1 + PQ = 1 + \frac{\sin(2\alpha)}{\sin\alpha + 1}$$



2013-I Vierkanten en gonio

Vraag 8. $PQ = \dfrac{\sin(2\alpha)}{\sin\alpha + 1}$



Bereken via differentiëren bij welke waarde van α de hoogte van punt *P* maximaal is. Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig. Het gaat dus om het maximum van

$$1 + PQ = 1 + \frac{\sin(2\alpha)}{\sin\alpha + 1}$$

$PQ' = \ldots$

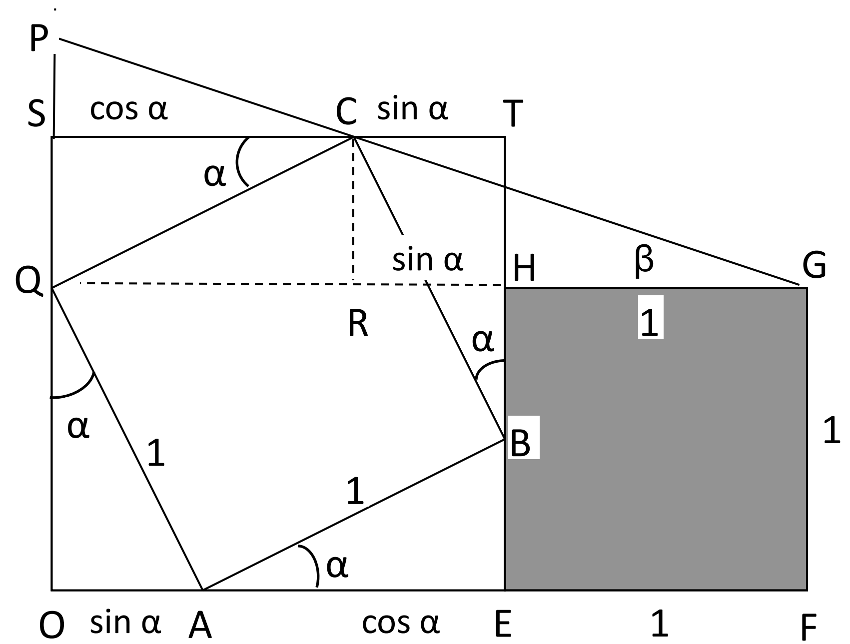
2013-I Vierkanten en gonio

Vraag 8. $PQ = \dfrac{\sin(2\alpha)}{\sin\alpha + 1}$

Bereken via differentiëren bij welke waarde van α de hoogte van punt *P* maximaal is. Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig.
Het gaat dus om het maximum van

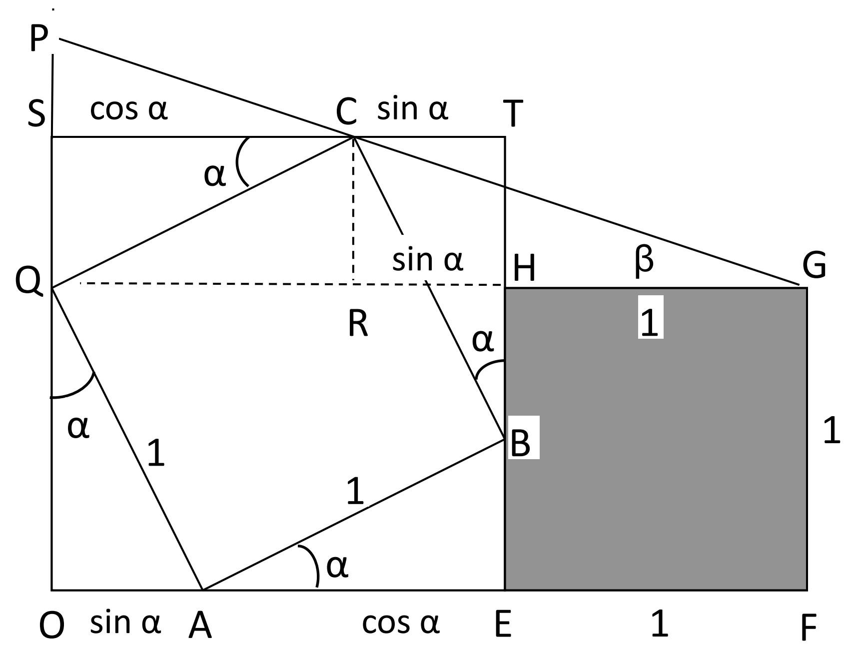
$$1 + PQ = 1 + \frac{\sin(2\alpha)}{\sin\alpha + 1}$$

$$PQ' = \frac{2\cos 2\alpha \cdot (1+\sin\alpha) - \cos\alpha \sin(2\alpha)}{(1+\sin\alpha)^2}$$



2013-I Vierkanten en gonio

Vraag 8. $PQ = \dfrac{\sin(2\alpha)}{\sin\alpha + 1}$



Bereken via differentiëren bij welke waarde van α de hoogte van punt *P* maximaal is. Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig. Het gaat dus om het maximum van

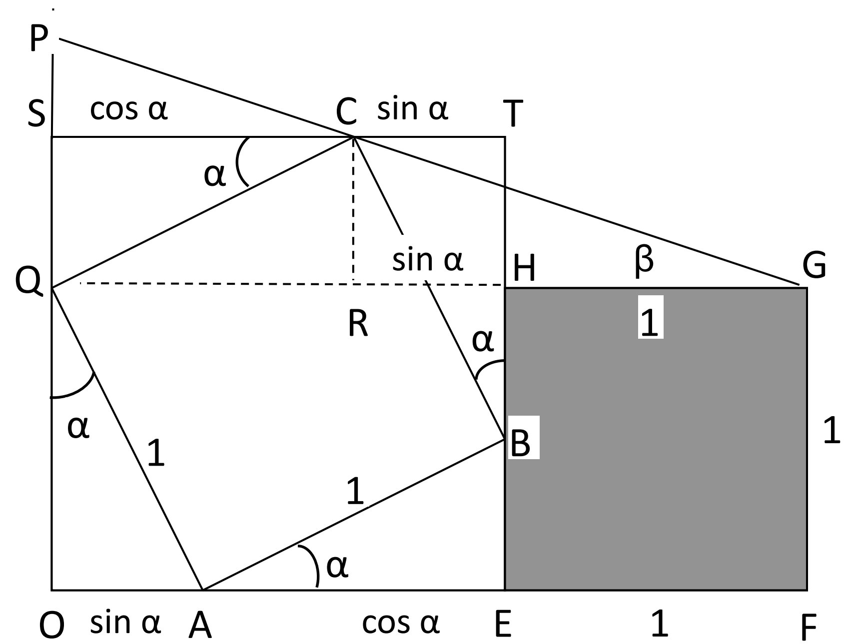
$$1 + PQ = 1 + \frac{\sin(2\alpha)}{\sin\alpha + 1}$$

$$PQ' = \frac{2\cos 2\alpha \cdot (1+\sin\alpha) - \cos\alpha\sin(2\alpha)}{(1+\sin\alpha)^2}$$

Nul stellen geeft:

2013-I Vierkanten en gonio

Vraag 8. $PQ = \dfrac{\sin(2\alpha)}{\sin\alpha + 1}$



Bereken via differentiëren bij welke waarde van α de hoogte van punt *P* maximaal is. Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig. Het gaat dus om het maximum van

$$1 + PQ = 1 + \frac{\sin(2\alpha)}{\sin\alpha + 1}$$

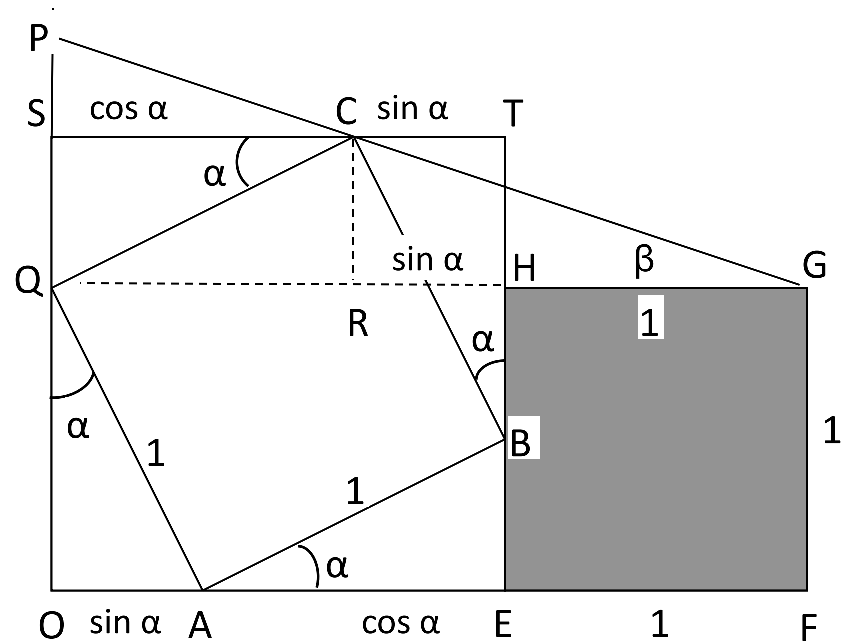
$$PQ' = \frac{2\cos 2\alpha \cdot (1 + \sin\alpha) - \cos\alpha \sin(2\alpha)}{(1+\sin\alpha)^2}$$

Nul stellen geeft:

2cos(2α)·(1+sin α) – cosα·sin(2α) = 0

Op de GR:

2013-I Vierkanten en gonio



Vraag 8. $PQ = \dfrac{\sin(2\alpha)}{\sin\alpha + 1}$

Bereken via differentiëren bij welke waarde van α de hoogte van punt *P* maximaal is. Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig.
Het gaat dus om het maximum van

$$1 + PQ = 1 + \frac{\sin(2\alpha)}{\sin\alpha + 1}$$

$$PQ' = \frac{2\cos 2\alpha \cdot (1+\sin\alpha) - \cos\alpha \sin(2\alpha)}{(1+\sin\alpha)^2}$$

Nul stellen geeft:

$2\cos(2\alpha)\cdot(1+\sin\alpha) - \cos\alpha\cdot\sin(2\alpha) = 0$

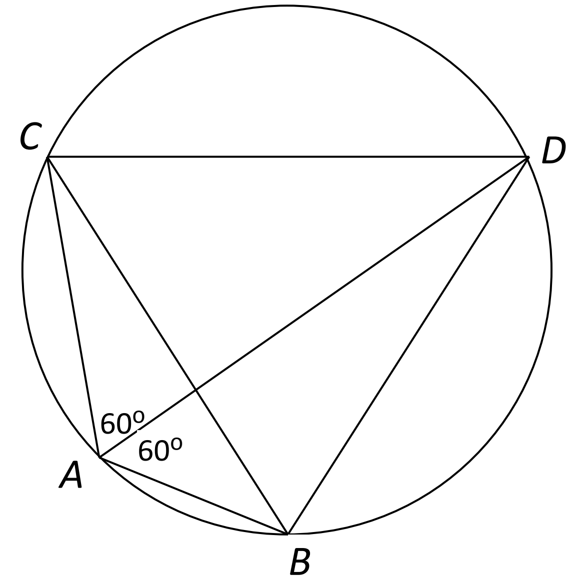
Op de GR: Y1 = 2cos(2X)(1+sin(2x)) en Y2 = cos(X)sin(2X) met intersect

Geeft antwoord $\alpha = 0{,}67$

2013-I Vanuit een stomphoekige driehoek

Zie de figuur.

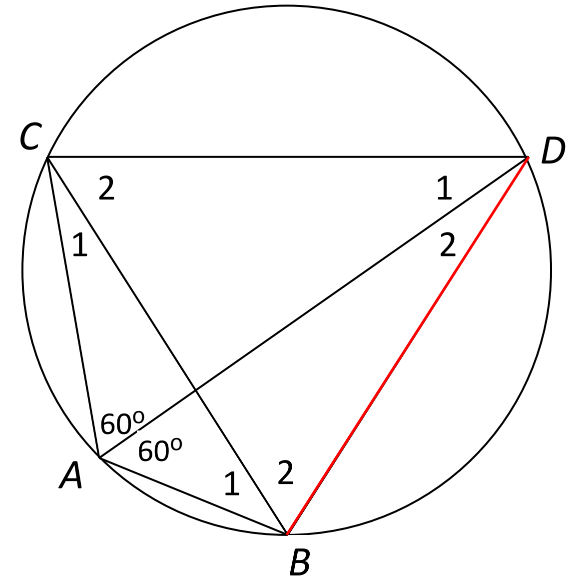
Vraag 9. Bewijs dat ΔBCD gelijkzijdig is.



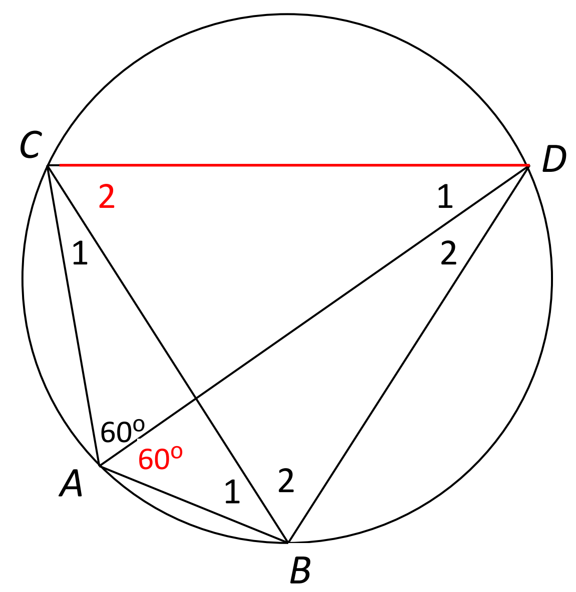
2013-I Vanuit een stomphoekige driehoek

Zie de figuur.
Vraag 9. Bewijs dat ΔBCD gelijkzijdig is.

- *Constante hoek* op *BD* →



2013-I Vanuit een stomphoekige driehoek



Zie de figuur.

Vraag 9. Bewijs dat ΔBCD gelijkzijdig is.

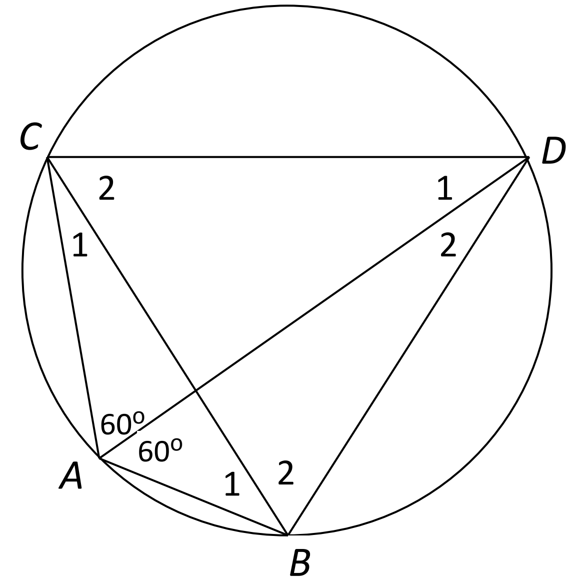
- *Constante hoek* op *BD* → $\angle C2 = \angle A2 = 60^o$.
- *Constante hoek* op *CD* →

2013-I Vanuit een stomphoekige driehoek

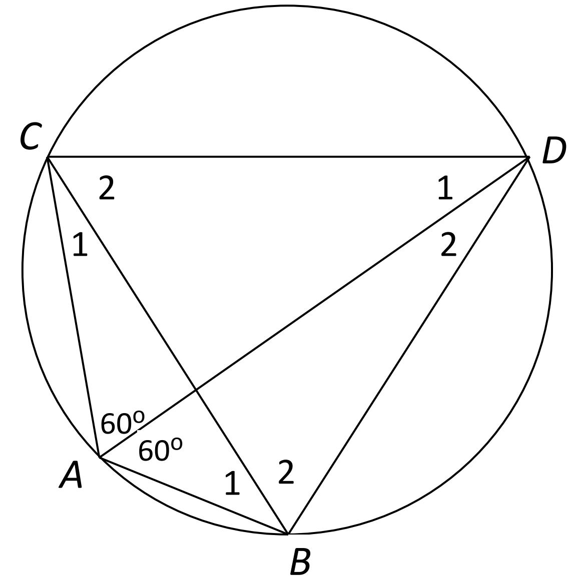
Zie de figuur.

Vraag 9. Bewijs dat ΔBCD gelijkzijdig is.

- *Constante hoek* op BD → $\angle C2 = \angle A2 = 60^o$.
- *Constante hoek* op CD → $\angle B2 = \angle A1 = 60^o$.
- $\angle D1+2 =$



2013-I Vanuit een stomphoekige driehoek



Zie de figuur.

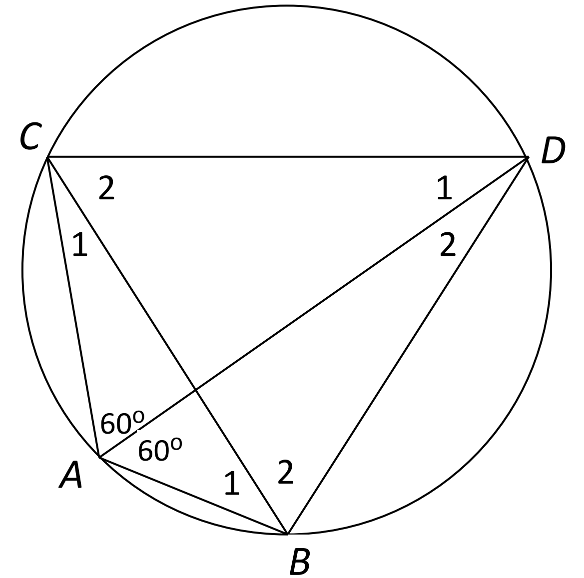
Vraag 9. Bewijs dat ΔBCD gelijkzijdig is.

- *Constante hoek* op BD → $\angle C2 = \angle A2 = 60^o$.
- *Constante hoek* op CD → $\angle B2 = \angle A1 = 60^o$.
- $\angle D1{+}2 = 180^o – 60^o – 60^o = 60^o$ (*hoekensom*)
- Dus is

2013-I Vanuit een stomphoekige driehoek

Zie de figuur.

Vraag 9. Bewijs dat ΔBCD gelijkzijdig is.

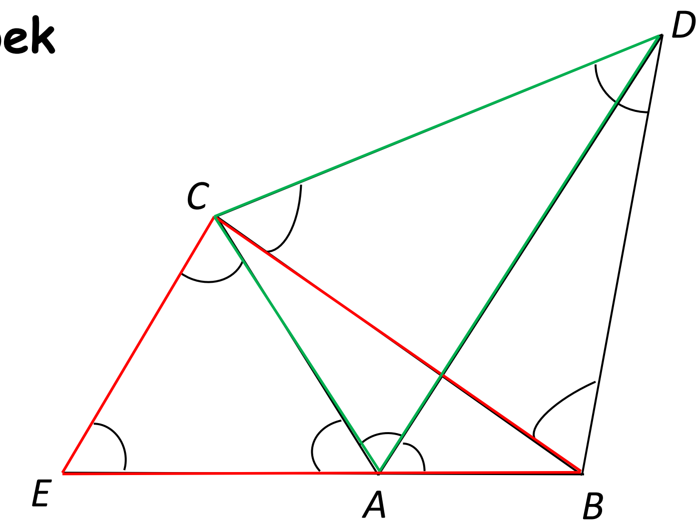


- *Constante hoek* op BD → $\angle C2 = \angle A2 = 60^o$.
- *Constante hoek* op CD → $\angle B2 = \angle A1 = 60^o$.
- $\angle D1{+}2 = 180^o - 60^o - 60^o = 60^o$ (*hoekensom*)
- Dus is ΔBCD *gelijkzijdig*.

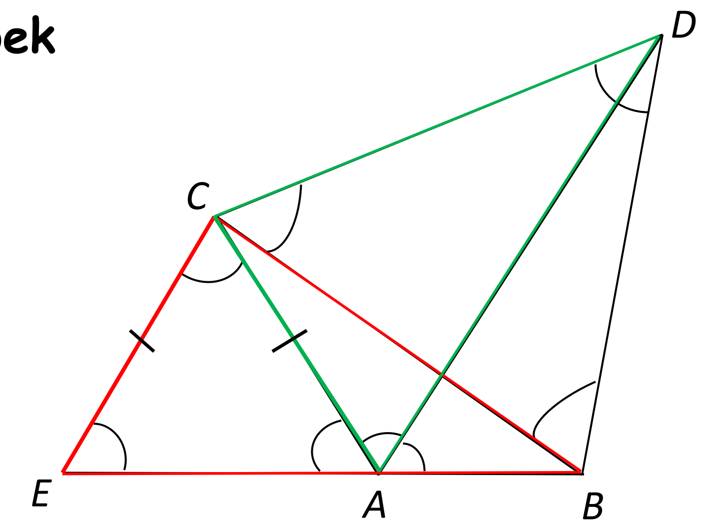
2013-I Vanuit een stomphoekige driehoek

Verder werkend op de vorige vraag.
E ligt op het verlengde van *BA* zo dat *EA* = *AC*.
De drie hoeken bij A zijn 60^o, dus ΔACE is gelijkzijdig.
Uit de vorige vraag volgt ook dat ΔBCD gelijkzijdig is.

Vraag 10. Bewijs nu eerst dat
ΔCEB en ΔCAD congruent zijn en daarna dat
$AD = AB + AC$.



2013-I Vanuit een stomphoekige driehoek



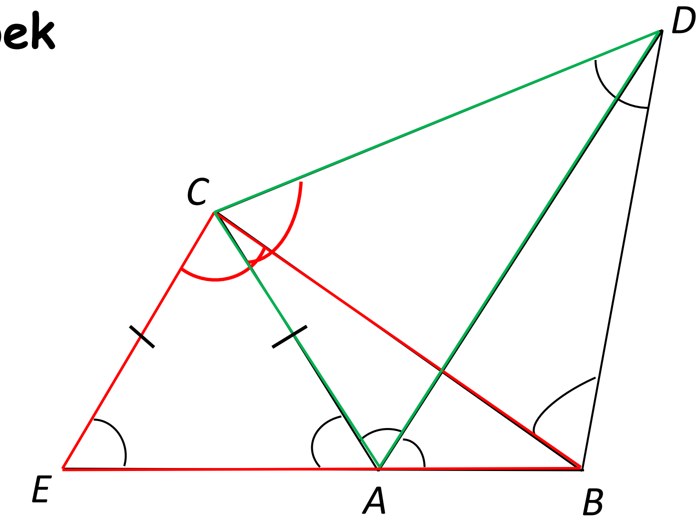
Verder werkend op de vorige vraag.
E ligt op het verlengde van *BA* zo dat *EA* = *AC*.
De drie hoeken bij A zijn 60°, dus Δ*ACE* is gelijkzijdig.
Uit de vorige vraag volgt ook dat Δ*BCD* gelijkzijdig is.

Vraag 10. Bewijs nu eerst dat
Δ*CEB* en Δ*CAD* congruent zijn en daarna dat
AD = *AB* + *AC*.

Bewijs:

- Δ*ACE* is gelijkzijdig (gegeven) dus: *EA*= *AC*

2013-I Vanuit een stomphoekige driehoek



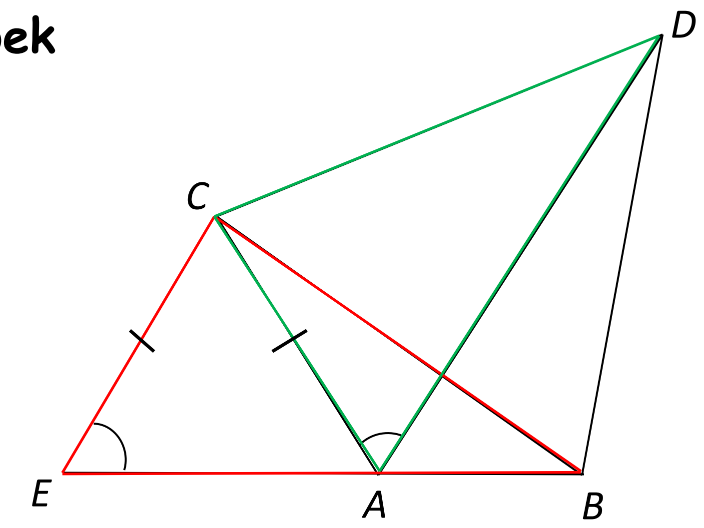
Verder werkend op de vorige vraag.
E ligt op het verlengde van *BA* zo dat *EA* = *AC*.
De drie hoeken bij A zijn 60^o, dus Δ*ACE* is gelijkzijdig.
Uit de vorige vraag volgt ook dat Δ*BCD* gelijkzijdig is.

Vraag 10. Bewijs nu eerst dat
Δ*CEB* en Δ*CAD* congruent zijn en daarna dat
AD = *AB* + *AC*.

Bewijs:

- Δ*ACE* is gelijkzijdig (gegeven) dus: *EA*= *AC*
- ∠*ECB* = ∠*ACD* = 60^o + ∠*ACB*

2013-I   Vanuit een stomphoekige driehoek



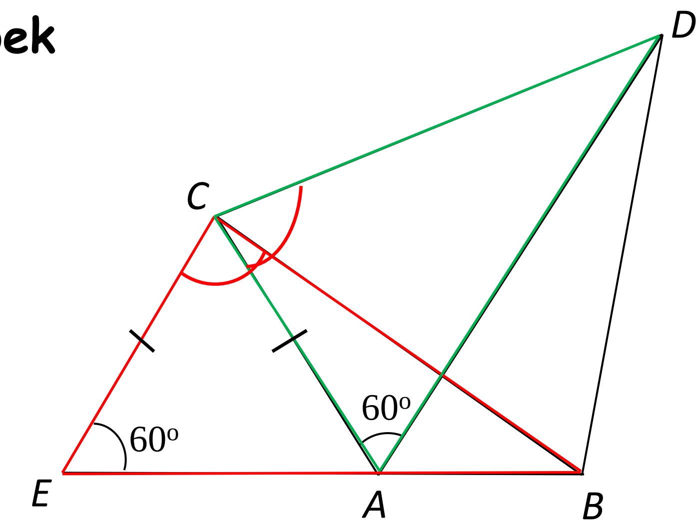
Verder werkend op de vorige vraag.
E ligt op het verlengde van *BA* zo dat *EA* = *AC*.
De drie hoeken bij A zijn 60°, dus ΔACE is gelijkzijdig.
Uit de vorige vraag volgt ook dat ΔBCD gelijkzijdig is.

Vraag 10. Bewijs nu eerst dat
ΔCEB en ΔCAD congruent zijn en daarna dat
AD = *AB* + *AC*.

Bewijs:

- ΔACE is gelijkzijdig (gegeven) dus: *EA* = *AC*
- $\angle ECB = \angle ACD = 60^\circ + \angle ACB$
- ΔCEB en ΔCAD zijn congruent volgens geval HZH want:

2013-I Vanuit een stomphoekige driehoek



Verder werkend op de vorige vraag.
E ligt op het verlengde van *BA* zo dat *EA* = *AC*.
De drie hoeken bij A zijn 60º, dus Δ*ACE* is gelijkzijdig.
Uit de vorige vraag volgt ook dat Δ*BCD* gelijkzijdig is.

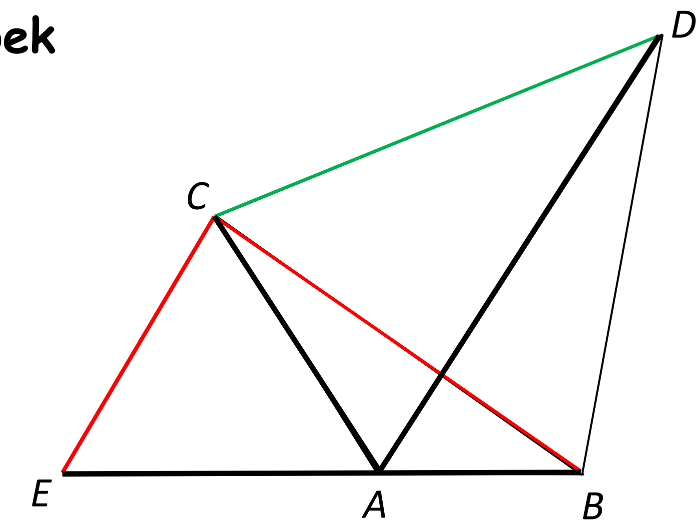
Vraag 10. Bewijs nu eerst dat
Δ*CEB* en Δ*CAD* congruent zijn en daarna dat
AD = *AB* + *AC*.

Bewijs:

- Δ*ACE* is gelijkzijdig (gegeven) dus: *EA*= *AC*
- ∠*ECB* = ∠*ACD* = 60º + ∠*ACB*
- Δ*CEB* en Δ*CAD* zijn congruent volgens geval HZH want:

  (H) ∠*ECB* = ∠*ACD*
  (*Z*) *EC* = *AC*
  (H) ∠*E* = ∠*A*2 (= 60º)

2013-I Vanuit een stomphoekige driehoek



Verder werkend op de vorige vraag.
E ligt op het verlengde van BA zo dat $EA = AC$.
De drie hoeken bij A zijn 60^o, dus ΔACE is gelijkzijdig.
Uit de vorige vraag volgt ook dat ΔBCD gelijkzijdig is.

Vraag 10. Bewijs nu eerst dat
ΔCEB en ΔCAD congruent zijn en daarna dat
$AD = AB + AC$.

Bewijs:

- ΔACE is gelijkzijdig (gegeven) dus: $EA = AC$
- $\angle ECB = \angle ACD = 60^o + \angle ACB$
- ΔCEB en ΔCAD zijn congruent volgens geval ZHZ want:

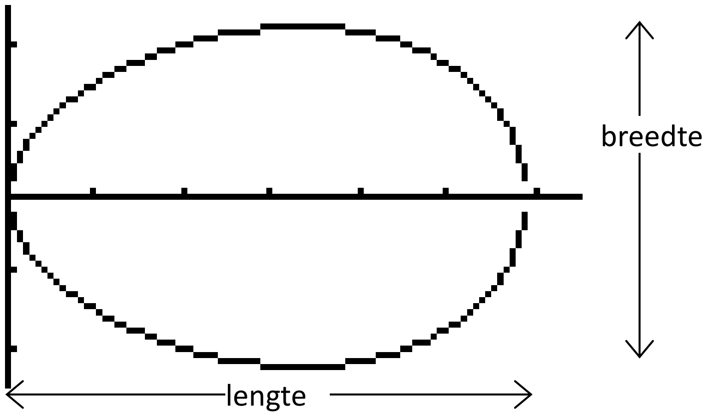
  (H) $\angle ECB = \angle ACD$

  (Z) $EC = AC$

  (H) $\angle E = \angle A2$ (= 60^o)

Uit de congruentie volgt: $AD = EA + AB = AC + AB = AB + AC$

2013-I   Een eivorm



Hier staat de grafiek van $f(x) = \frac{1}{6}\sqrt{87x - 3x^2 - 2x^3}$

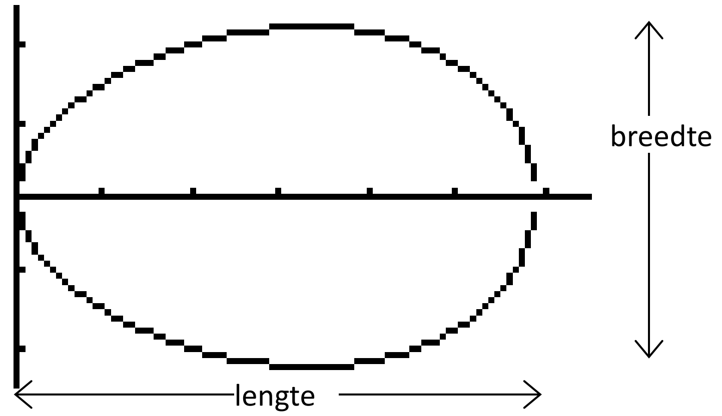
samen met zijn spiegelbeeld in de x-as. Dit lijkt op een ei.
Op de x-as en de y-as is de eenheid 1 cm.
De lengte van het ei is ongeveer 5,9 cm.

Vraag 11. Bereken op algebraïsche wijze de lengte van het ei in cm. Rond af op twee decimalen.

$f(x) = 0$ geeft:

2013-I Een eivorm

Hier staat de grafiek van $f(x) = \frac{1}{6}\sqrt{87x - 3x^2 - 2x^3}$

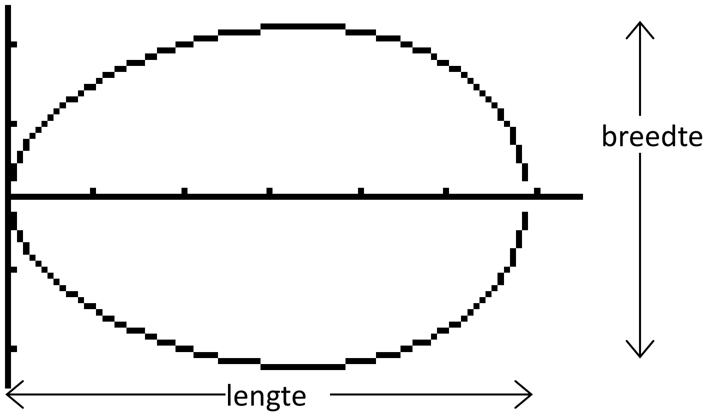


samen met zijn spiegelbeeld in de x-as. Dit lijkt op een ei.
Op de x-as en de y-as is de eenheid 1 cm.
De lengte van het ei is ongeveer 5,9 cm.

Vraag 11. Bereken op algebraïsche wijze de lengte van het ei in cm. Rond af op twee decimalen.

$f(x) = 0$ geeft: $87x - 3x^2 - 2x^3 = 0$ dus $2x^3 + 3x^2 - 87x = 0$ dus $x(2x^2 + 3x - 87) = 0$
De oplossing $x = 0$ hoort bij de oorsprong; de andere oplossing vinden we met de abc-formule:

2013-I Een eivorm



Hier staat de grafiek van $f(x) = \frac{1}{6}\sqrt{87x - 3x^2 - 2x^3}$

samen met zijn spiegelbeeld in de x-as. Dit lijkt op een ei.
Op de x-as en de y-as is de eenheid 1 cm.
De lengte van het ei is ongeveer 5,9 cm.

Vraag 11. Bereken op algebraïsche wijze de lengte van het ei in cm. Rond af op twee decimalen.

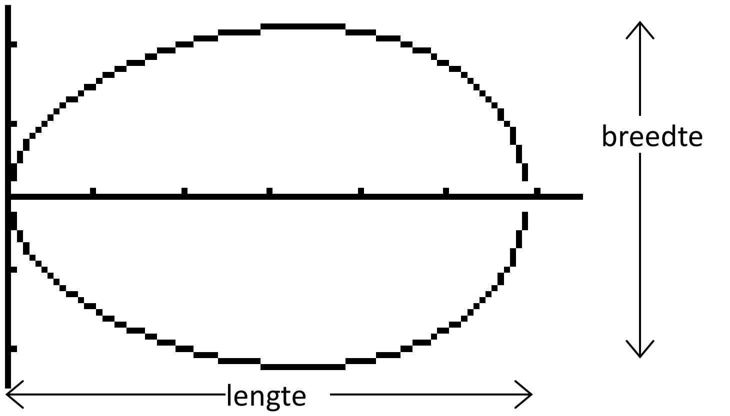
$f(x) = 0$ geeft: $87x - 3x^2 - 2x^3 = 0$ dus $2x^3 + 3x^2 - 87x = 0$ dus $x(2x^2 + 3x - 87) = 0$
De oplossing $x = 0$ hoort bij de oorsprong; de andere oplossing vinden we met de abc-formule:

$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 8 \times 87}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{705}}{4}$ geeft $x \approx 5{,}89$.

Vraag 12. Bereken via primitiveren de inhoud van het ei in een geheel aantal cm^3.

2013-I Een eivorm

Hier staat de grafiek van $f(x) = \frac{1}{6}\sqrt{87x - 3x^2 - 2x^3}$



samen met zijn spiegelbeeld in de x-as. Dit lijkt op een ei.
Op de x-as en de y-as is de eenheid 1 cm.
De lengte van het ei is ongeveer 5,9 cm.

Vraag 11. Bereken op algebraïsche wijze de lengte van het ei in cm. Rond af op twee decimalen.

$f(x) = 0$ geeft: $87x - 3x^2 - 2x^3 = 0$ dus $2x^3 + 3x^2 - 87x = 0$ dus $x(2x^2 + 3x - 87) = 0$
De oplossing $x = 0$ hoort bij de oorsprong; de andere oplossing vinden we met de abc-formule:

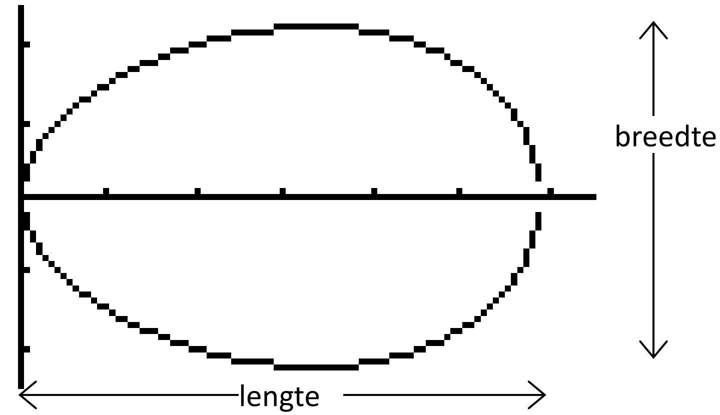
$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 8 \times 87}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{705}}{4}$$ geeft $x \approx 5{,}89$.

Vraag 12. Bereken via primitiveren de inhoud van het ei in een geheel aantal cm^3.

Een primitieve van $g(x) = 87x - 3x^2 - 2x^3$ is:

2013-I Een eivorm

Hier staat de grafiek van $f(x) = \frac{1}{6}\sqrt{87x - 3x^2 - 2x^3}$



samen met zijn spiegelbeeld in de x-as. Dit lijkt op een ei.
Op de x-as en de y-as is de eenheid 1 cm.
De lengte van het ei is ongeveer 5,9 cm.

Vraag 11. Bereken op algebraïsche wijze de lengte van het ei in cm. Rond af op twee decimalen.

$f(x) = 0$ geeft: $87x - 3x^2 - 2x^3 = 0$ dus $2x^3 + 3x^2 - 87x = 0$ dus $x(2x^2 + 3x - 87) = 0$
De oplossing $x = 0$ hoort bij de oorsprong; de andere oplossing vinden we met de abc-formule:

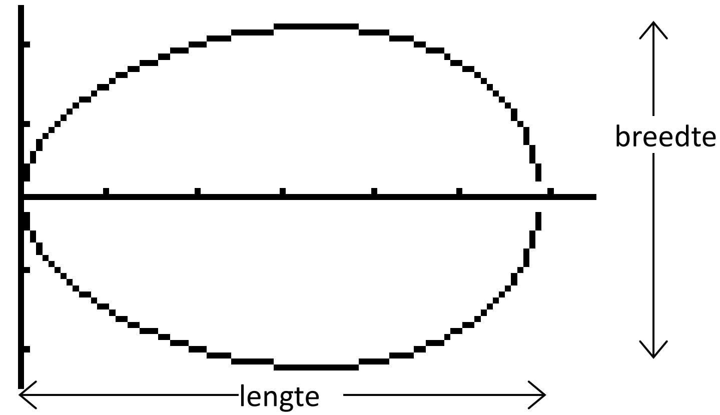
$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 8 \times 87}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{705}}{4}$$ geeft $x \approx 5{,}89$.

Vraag 12. Bereken via primitiveren de inhoud van het ei in een geheel aantal cm^3.

Een primitieve van $g(x) = 87x - 3x^2 - 2x^3$ is: $G(x) = 43{,}5x^2 - x^3 - 0{,}5x^4$.

De inhoud is

2013-I Een eivorm



Hier staat de grafiek van $f(x) = \frac{1}{6}\sqrt{87x - 3x^2 - 2x^3}$

samen met zijn spiegelbeeld in de x-as. Dit lijkt op een ei.
Op de x-as en de y-as is de eenheid 1 cm.
De lengte van het ei is ongeveer 5,9 cm.

Vraag 11. Bereken op algebraïsche wijze de lengte van het ei in cm. Rond af op twee decimalen.

$f(x) = 0$ geeft: $87x - 3x^2 - 2x^3 = 0$ dus $2x^3 + 3x^2 - 87x = 0$ dus $x(2x^2 + 3x - 87) = 0$
De oplossing $x = 0$ hoort bij de oorsprong; de andere oplossing vinden we met de abc-formule:

$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 8 \times 87}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{705}}{4}$ geeft $x \approx 5{,}89$.

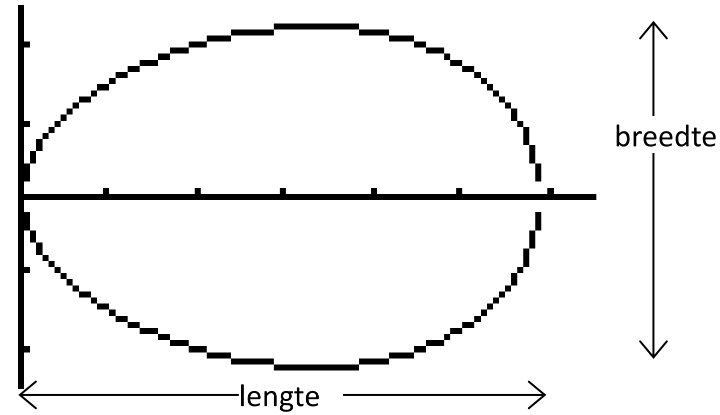
Vraag 12. Bereken via primitiveren de inhoud van het ei in een geheel aantal cm^3.

Een primitieve van $g(x) = 87x - 3x^2 - 2x^3$ is: $G(x) = 43{,}5x^2 - x^3 - 0{,}5x^4$.

De inhoud is $\frac{1}{36}\pi \cdot \int_0^{5,9} f^2(x)\, dx =$

2013-I Een eivorm

Hier staat de grafiek van $f(x) = \frac{1}{6}\sqrt{87x - 3x^2 - 2x^3}$



samen met zijn spiegelbeeld in de x-as. Dit lijkt op een ei.
Op de x-as en de y-as is de eenheid 1 cm.
De lengte van het ei is ongeveer 5,9 cm.

Vraag 11. Bereken op algebraïsche wijze de lengte van het ei in cm. Rond af op twee decimalen.

$f(x) = 0$ geeft: $87x - 3x^2 - 2x^3 = 0$ dus $2x^3 + 3x^2 - 87x = 0$ dus $x(2x^2 + 3x - 87) = 0$
De oplossing $x = 0$ hoort bij de oorsprong; de andere oplossing vinden we met de abc-formule:

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 8 \times 87}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{705}}{4}$$ geeft $x \approx 5{,}89$.

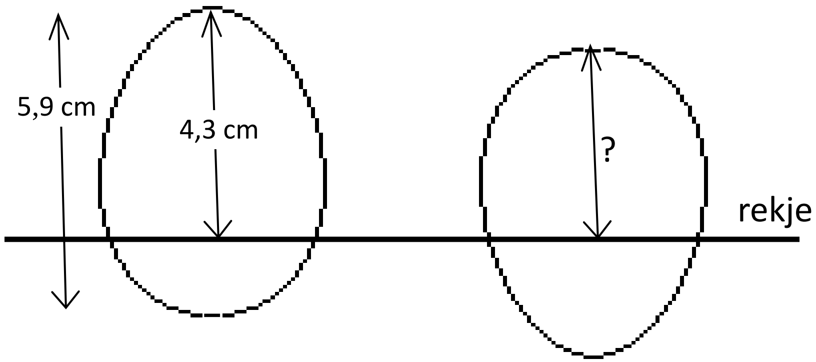
Vraag 12. Bereken via primitiveren de inhoud van het ei in een geheel aantal cm³.

Een primitieve van $g(x) = 87x - 3x^2 - 2x^3$ is: $G(x) = 43{,}5x^2 - x^3 - 0{,}5x^4$.

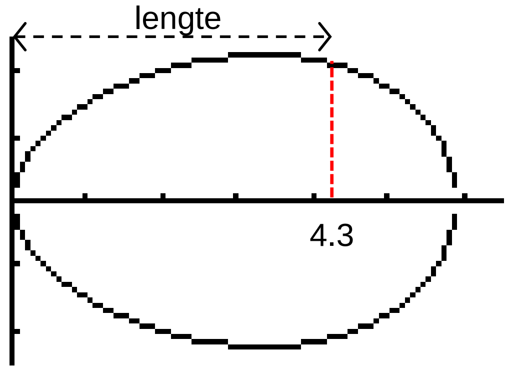
De inhoud is $$\frac{1}{36}\pi \cdot \int_0^{5,9} g^2(x)\,dx = \frac{1}{36}\pi \cdot \left[43{,}5x^2 - x^3 - 0{,}5x^4\right]_0^{5,9} \approx 61 \quad \text{cm}^3$$

2013-I Een eivorm

Een eierrekje bevat een aantal even grote ronde openingen. Wanneer we een ei in een opening plaatsen met de brede kant onder, steekt het 4,3 cm boven het rekje uit. Zie de figuur links. We kunnen het ei ook met de smalle kant onder in een opening plaatsen. Zie de figuur rechts.

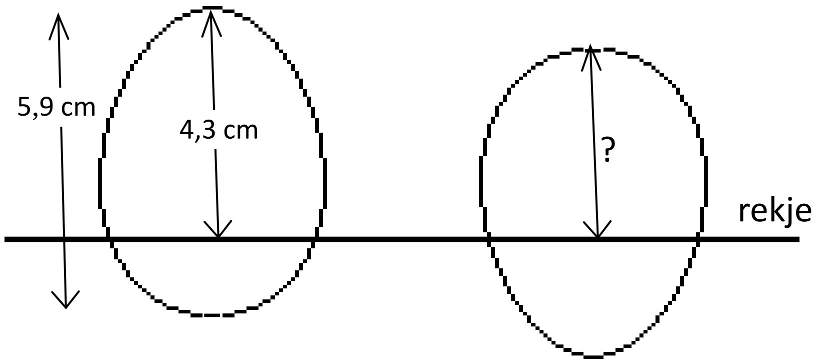


Vraag 13. Bereken hoeveel cm het ei dan boven het rekje uitsteekt. Afronden op één decimaal.



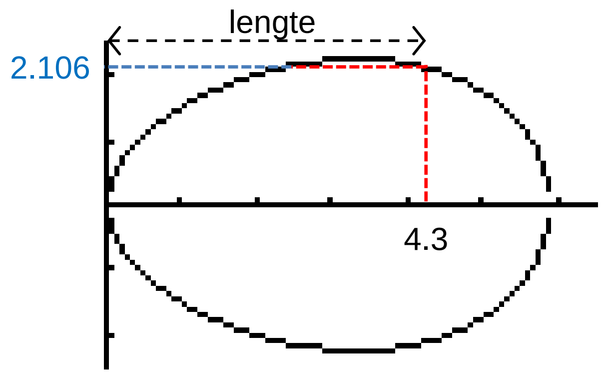
2013-I Een eivorm

Een eierrekje bevat een aantal even grote ronde openingen. Wanneer we een ei in een opening plaatsen met de brede kant onder, steekt het 4,3 cm boven het rekje uit. Zie de figuur links. We kunnen het ei ook met de smalle kant onder in een opening plaatsen. Zie de figuur rechts.



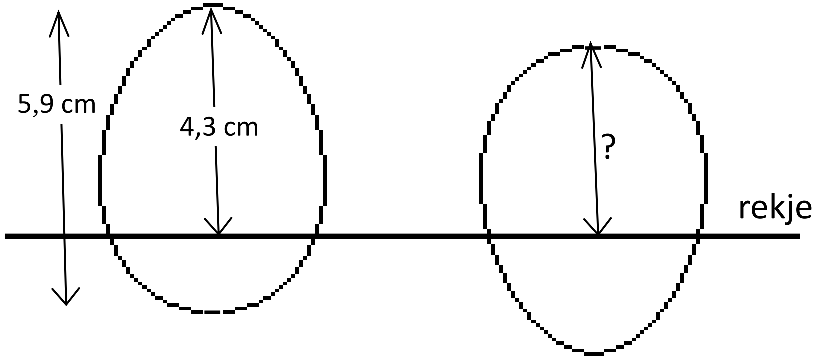
Vraag 13. Bereken hoeveel cm het ei dan boven het rekje uitsteekt. Afronden op één decimaal.

Zet $f(x)$ in Y1 en bereken Y1(4.3) = 2.106



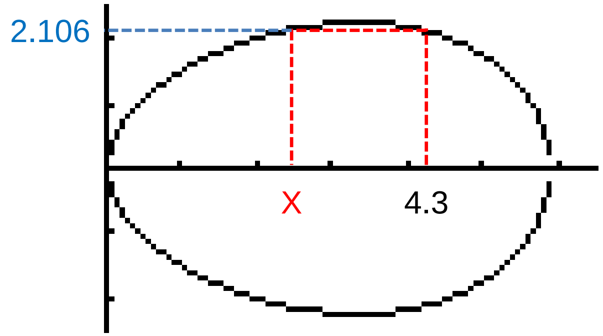
2013-I Een eivorm

Een eierrekje bevat een aantal even grote ronde openingen. Wanneer we een ei in een opening plaatsen met de brede kant onder, steekt het 4,3 cm boven het rekje uit. Zie de figuur links. We kunnen het ei ook met de smalle kant onder in een opening plaatsen. Zie de figuur rechts.



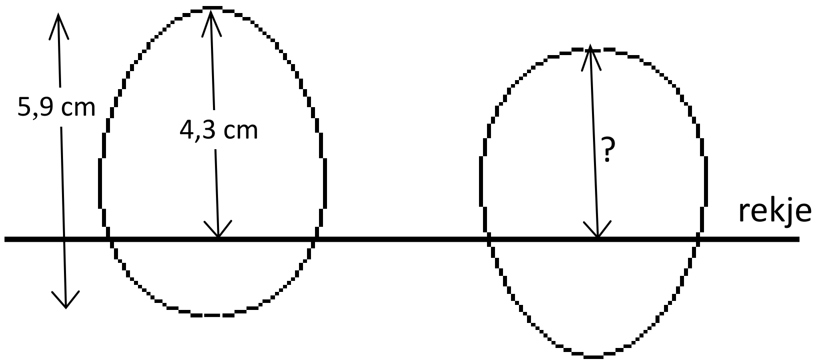
Vraag 13. Bereken hoeveel cm het ei dan boven het rekje uitsteekt. Afronden op één decimaal.

Zet $f(x)$ in Y1 en bereken Y1(4.3) = 2.106
Doe Y2 = 2.106 en intersect Y1 en Y2 geeft X = 2.3



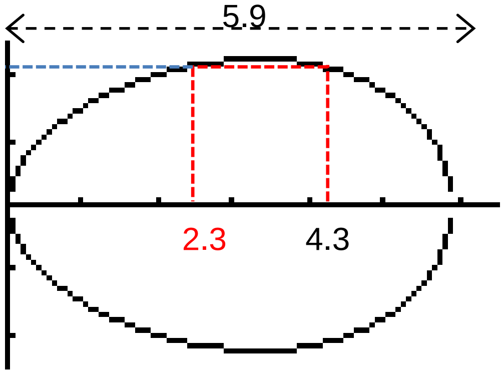
2013-I Een eivorm

Een eierrekje bevat een aantal even grote ronde openingen. Wanneer we een ei in een opening plaatsen met de brede kant onder, steekt het 4,3 cm boven het rekje uit. Zie de figuur links. We kunnen het ei ook met de smalle kant onder in een opening plaatsen. Zie de figuur rechts.



Vraag 13. Bereken hoeveel cm het ei dan boven het rekje uitsteekt. Afronden op één decimaal.

Zet $f(x)$ in Y1 en bereken Y1(4.3) = 2.106
Doe Y2 = 2.106 en intersect Y1 en Y2 geeft X = 2.3
De diepte is 2.3, dus wat er boven uitsteekt is 5.9 – 2.3 = 3.6 cm

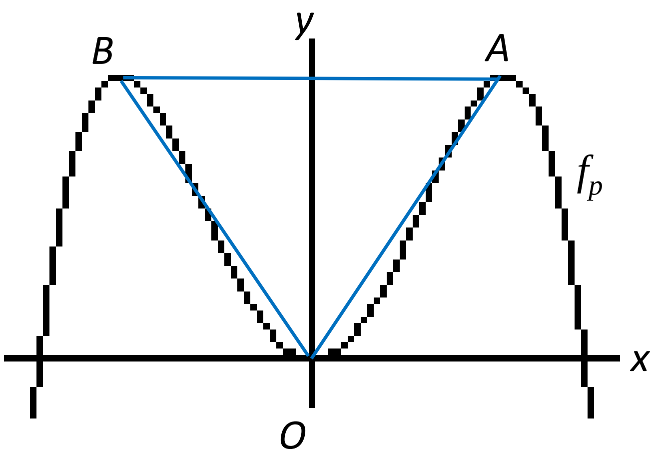


2013-I Vierdegraads functie

Voor elke positieve waarde van p is gegeven:

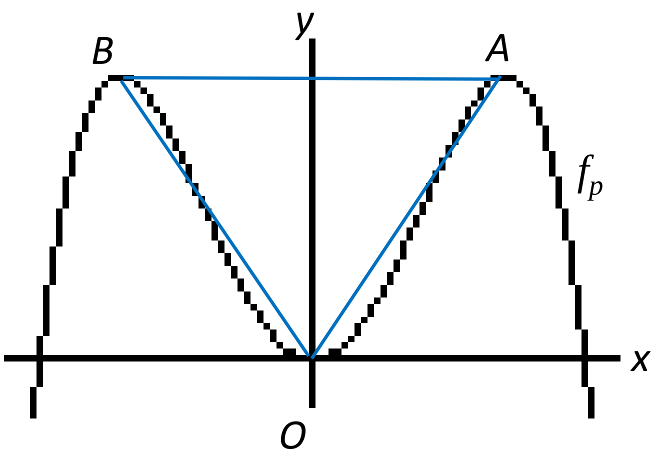
$$f_p(x) = 2x^2 - px^4 \quad .$$

De grafiek van f_p heeft de y-as als symmetrieas.
De grafiek heeft drie toppen: O, A en B.
Zie de tekening hiernaast.



Vraag 14. Bereken de exacte waarde van p waarvoor de lijnstukken OA en AB gelijk zijn.

2013-I Vierdegraads functie



Voor elke positieve waarde van *p* is gegeven:

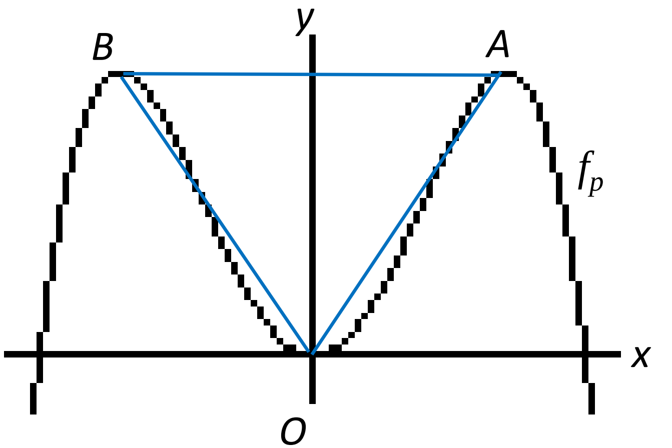
$$f_p(x) = 2x^2 - px^4 \ .$$

De grafiek van f_p heeft de *y*-as als symmetrieas.
De grafiek heeft drie toppen: *O*, *A* en *B*.
Zie de tekening hiernaast.

Vraag 14. Bereken de exacte waarde van *p* waarvoor de lijnstukken *OA* en *AB* gelijk zijn.

Voor top *A* geldt: $f'(x) = 0$ dus

2013-I Vierdegraads functie



Voor elke positieve waarde van p is gegeven:

$$f_p(x) = 2x^2 - px^4 \quad .$$

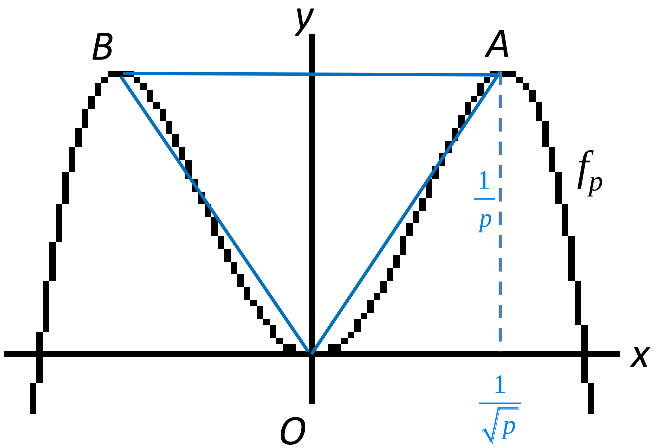
De grafiek van f_p heeft de y-as als symmetrieas.
De grafiek heeft drie toppen: O, A en B.
Zie de tekening hiernaast.

Vraag 14. Bereken de exacte waarde van p waarvoor de lijnstukken OA en AB gelijk zijn.

Voor top A geldt: $f\,'(x) = 0$ dus: $4x - 4px^3 = 0$ geeft: $4x(1 - px^2) = 0$

x_A is dus: en y_A is:

2013-I Vierdegraads functie



Voor elke positieve waarde van p is gegeven:

$$f_p(x) = 2x^2 - px^4 \quad .$$

De grafiek van f_p heeft de y-as als symmetrieas.
De grafiek heeft drie toppen: O, A en B.
Zie de tekening hiernaast.

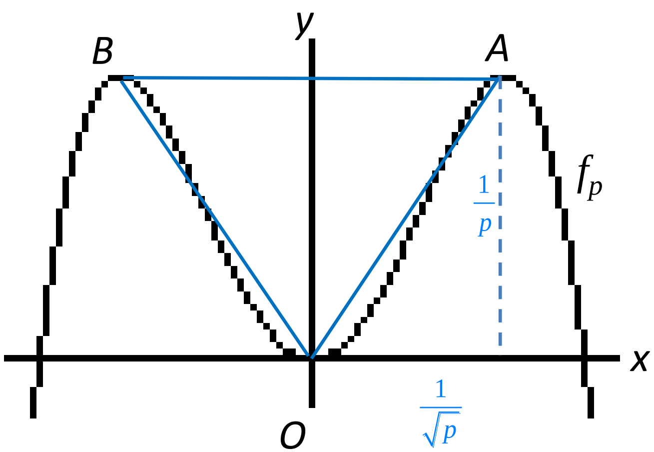
Vraag 14. Bereken de exacte waarde van p waarvoor de lijnstukken OA en AB gelijk zijn.

Voor top A geldt: $f'(x) = 0$ dus: $4x - 4px^3 = 0$ geeft: $4x(1 - px^2) = 0$

x_A is dus: $\frac{1}{\sqrt{p}}$ en y_A is: $2 \cdot \frac{1}{p} - p \cdot \frac{1}{p^2} = \frac{2}{p} - \frac{1}{p} = \frac{1}{p}$

Volgens Pythagoras is: $OA^2 =$

2013-I Vierdegraads functie



Voor elke positieve waarde van p is gegeven:

$$f_p(x) = 2x^2 - px^4 \quad .$$

De grafiek van f_p heeft de y-as als symmetrieas.
De grafiek heeft drie toppen: O, A en B.
Zie de tekening hiernaast.

Vraag 14. Bereken de exacte waarde van p waarvoor de lijnstukken OA en AB gelijk zijn.

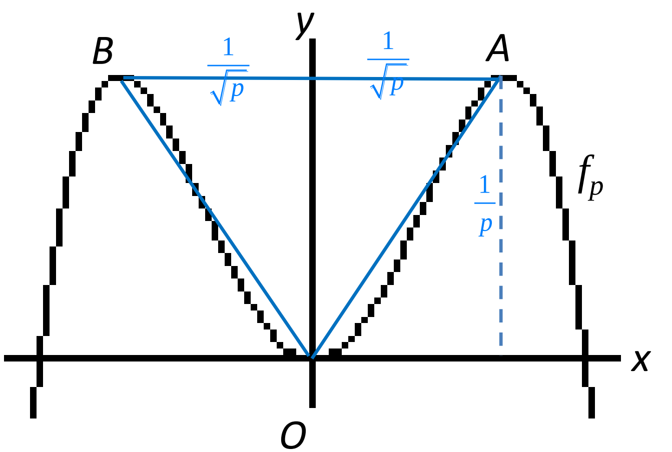
Voor top A geldt: $f\,'(x) = 0$ dus: $4x - 4px^3 = 0$ geeft: $4x(1 - px^2) = 0$

x_A is dus: $\frac{1}{\sqrt{p}}$ en y_A is: $2 \cdot \frac{1}{p} - p \cdot \frac{1}{p^2} = \frac{2}{p} - \frac{1}{p} = \frac{1}{p}$

Volgens Pythagoras is: $OA^2 = x_A{}^2 + y_A{}^2 = \frac{1}{p} + \frac{1}{p^2}$

Dit gelijkstellen aan $AB^2 =$

2013-I Vierdegraads functie



Voor elke positieve waarde van p is gegeven:

$$f_p(x) = 2x^2 - px^4 \quad .$$

De grafiek van f_p heeft de y-as als symmetrieas.
De grafiek heeft drie toppen: O, A en B.
Zie de tekening hiernaast.

Vraag 14. Bereken de exacte waarde van p waarvoor de lijnstukken OA en AB gelijk zijn.

Voor top A geldt: $f'(x) = 0$ dus: $4x - 4px^3 = 0$ geeft: $4x(1 - px^2) = 0$

x_A is dus: $\frac{1}{\sqrt{p}}$ en y_A is: $2 \cdot \frac{1}{p} - p \cdot \frac{1}{p^2} = \frac{2}{p} - \frac{1}{p} = \frac{1}{p}$

Volgens Pythagoras is: $OA^2 = {x_A}^2 + {y_A}^2 = \frac{1}{p} + \frac{1}{p^2}$

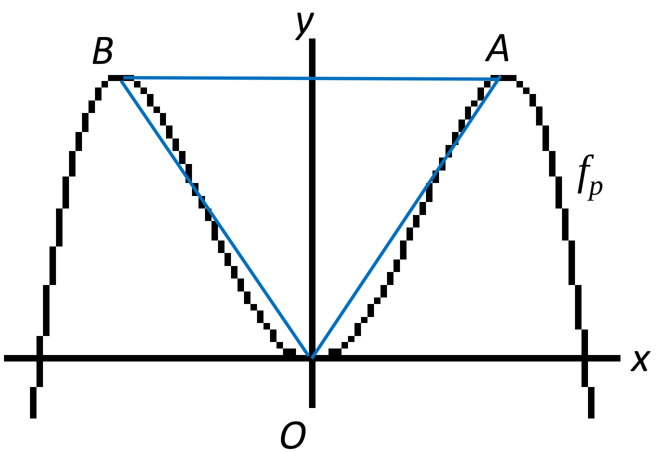
Dit gelijkstellen aan $AB^2 = (2 \cdot \frac{1}{\sqrt{p}})^2 = \frac{4}{p}$ levert:

2013-I Vierdegraads functie

Voor elke positieve waarde van p is gegeven:

$$f_p(x) = 2x^2 - px^4 \ .$$

De grafiek van f_p heeft de y-as als symmetrieas.
De grafiek heeft drie toppen: O, A en B.
Zie de tekening hiernaast.



Vraag 14. Bereken de exacte waarde van p waarvoor de lijnstukken OA en AB gelijk zijn.

Voor top A geldt: $f'(x) = 0$ dus: $4x - 4px^3 = 0$ geeft: $4x(1 - px^2) = 0$

x_A is dus: $\frac{1}{\sqrt{p}}$ en y_A is: $2 \cdot \frac{1}{p} - p \cdot \frac{1}{p^2} = \frac{2}{p} - \frac{1}{p} = \frac{1}{p}$

Volgens Pythagoras is: $OA^2 = x_A{}^2 + y_A{}^2 = \frac{1}{p} + \frac{1}{p^2}$

Dit gelijkstellen aan $AB^2 = (2 \cdot \frac{1}{\sqrt{p}})^2 = \frac{4}{p}$ levert:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} = \frac{4}{p} \xrightarrow{\times p^2} p + 1 = 4p \quad \text{dus} \quad p = \frac{1}{3}$$

2013-I Nulpunten, extremen en buigpunten

De functie f is gegeven door $f(x) = (x^2 + 1) \cdot e^x$.
Voor de afgeleide geldt: $f'(x) = (x + 1)^2 . e^x$

Vraag 15. Toon dit op algebraïsche wijze aan.
Vraag 16. Toon op algebraïsche wijze aan dat f geen nulpunten en ook geen extremen heeft.
Vraag 17. Bereken exact de x-coördinaten van de twee buigpunten van f.

Antw 15. $f'(x) =$

2013-I Nulpunten, extremen en buigpunten

De functie f is gegeven door $f(x) = (x^2 + 1) \cdot e^x$.
Voor de afgeleide geldt: $f'(x) = (x + 1)^2 \cdot e^x$

Vraag 15. Toon dit op algebraïsche wijze aan.
Vraag 16. Toon op algebraïsche wijze aan dat f geen nulpunten en ook geen extremen heeft.
Vraag 17. Bereken exact de x-coördinaten van de twee buigpunten van f.

Antw 15. $f'(x) = 2xe^x + (x^2 + 1)e^x =$

2013-I Nulpunten, extremen en buigpunten

De functie f is gegeven door $f(x) = (x^2 + 1)\cdot e^x$.
Voor de afgeleide geldt: $f'(x) = (x + 1)^2 \,.\, e^x$

Vraag 15. Toon dit op algebraïsche wijze aan.
Vraag 16. Toon op algebraïsche wijze aan dat f geen nulpunten en ook geen extremen heeft.
Vraag 17. Bereken exact de x-coördinaten van de twee buigpunten van f.

Antw 15. $f'(x) = 2xe^x + (x^2 + 1)e^x = (2x + x^2 + 1)e^x = (x^2 + 2x + 1)e^x = (x + 1)^2e^x$

2013-I Nulpunten, extremen en buigpunten

De functie f is gegeven door $f(x) = (x^2 + 1)\cdot e^x$.
Voor de afgeleide geldt: $f'(x) = (x + 1)^2 \, . \, e^x$

Vraag 15. Toon dit op algebraïsche wijze aan.
Vraag 16. Toon op algebraïsche wijze aan dat f geen nulpunten en ook geen extremen heeft.
Vraag 17. Bereken exact de x-coördinaten van de twee buigpunten van f.

Antw 15. $f'(x) = 2xe^x + (x^2 + 1)e^x = (2x + x^2 + 1)e^x = (x^2 + 2x + 1)e^x = (x + 1)^2e^x$

Antw 16. Geen nulpunten want:

2013-I Nulpunten, extremen en buigpunten

De functie f is gegeven door $f(x) = (x^2 + 1) \cdot e^x$.
Voor de afgeleide geldt: $f'(x) = (x + 1)^2 \,.\, e^x$

Vraag 15. Toon dit op algebraïsche wijze aan.
Vraag 16. Toon op algebraïsche wijze aan dat f geen nulpunten en ook geen extremen heeft.
Vraag 17. Bereken exact de x-coördinaten van de twee buigpunten van f.

Antw 15. $f'(x) = 2xe^x + (x^2 + 1)e^x = (2x + x^2 + 1)e^x = (x^2 + 2x + 1)e^x = (x + 1)^2e^x$

Antw 16. Geen nulpunten want: $(x^2 + 1) \neq 0$ (kwadraat plus 1) en

2013-I Nulpunten, extremen en buigpunten

De functie f is gegeven door $f(x) = (x^2 + 1) \cdot e^x$.
Voor de afgeleide geldt: $f\text{‘}(x) = (x + 1)^2 \, . \, e^x$

Vraag 15. Toon dit op algebraïsche wijze aan.
Vraag 16. Toon op algebraïsche wijze aan dat f geen nulpunten en ook geen extremen heeft.
Vraag 17. Bereken exact de x-coördinaten van de twee buigpunten van f.

Antw 15. $f\text{‘}(x) = 2xe^x + (x^2 + 1)e^x = (2x + x^2 + 1)e^x = (x^2 + 2x + 1)e^x = (x + 1)^2e^x$

Antw 16. Geen nulpunten want: $(x^2 + 1) \neq 0$ (kwadraat plus 1) en $e^x \neq 0$ (expon. Functie)
Geen extremen want:

2013-I Nulpunten, extremen en buigpunten

De functie f is gegeven door $f(x) = (x^2 + 1)\cdot e^x$.
Voor de afgeleide geldt: $f'(x) = (x + 1)^2 \,.\, e^x$

Vraag 15. Toon dit op algebraïsche wijze aan.
Vraag 16. Toon op algebraïsche wijze aan dat f geen nulpunten en ook geen extremen heeft.
Vraag 17. Bereken exact de x-coördinaten van de twee buigpunten van f.

Antw 15. $f'(x) = 2xe^x + (x^2 + 1)e^x = (2x + x^2 + 1)e^x = (x^2 + 2x + 1)e^x = (x + 1)^2e^x$

Antw 16. Geen nulpunten want: $(x^2 + 1) \neq 0$ (kwadraat plus 1) en $e^x \neq 0$ (expon. Functie)
Geen extremen want: $f'(x) = 0$ levert alleen $x = -1$ als oplossing. En . . .

2013-I Nulpunten, extremen en buigpunten

De functie f is gegeven door $f(x) = (x^2 + 1)\cdot e^x$.
Voor de afgeleide geldt: $f\,'(x) = (x + 1)^2 \,.\, e^x$

Vraag 15. Toon dit op algebraïsche wijze aan.
Vraag 16. Toon op algebraïsche wijze aan dat f geen nulpunten en ook geen extremen heeft.
Vraag 17. Bereken exact de x-coördinaten van de twee buigpunten van f.

Antw 15. $f\,'(x) = 2xe^x + (x^2 + 1)e^x = (2x + x^2 + 1)e^x = (x^2 + 2x + 1)e^x = (x + 1)^2e^x$

Antw 16. Geen nulpunten want: $(x^2 + 1) \neq 0$ (kwadraat plus 1) en $e^x \neq 0$ (expon. Functie)
Geen extremen want: $f\,'(x) = 0$ levert alleen $x = -1$ als oplossing.
En de tweede afgeleide op die plaats is ook nul: $f\,''(-1) = 0$, zie de volgende vraag.
Er is daar een *horizontale buigraaklijn*.

2013-I Nulpunten, extremen en buigpunten

De functie f is gegeven door $f(x) = (x^2 + 1) \cdot e^x$.
Voor de afgeleide geldt: $f'(x) = (x + 1)^2 . e^x$

Vraag 15. Toon dit op algebraïsche wijze aan.
Vraag 16. Toon op algebraïsche wijze aan dat f geen nulpunten en ook geen extremen heeft.
Vraag 17. Bereken exact de x-coördinaten van de twee buigpunten van f.

Antw 15. $f'(x) = 2xe^x + (x^2 + 1)e^x = (2x + x^2 + 1)e^x = (x^2 + 2x + 1)e^x = (x + 1)^2e^x$

Antw 16. Geen nulpunten want: $(x^2 + 1) \neq 0$ (kwadraat plus 1) en $e^x \neq 0$ (expon. Functie)
Geen extremen want: $f'(x) = 0$ levert alleen $x = -1$ als oplossing.
En de tweede afgeleide op die plaats is ook nul: $f''(-1) = 0$, zie de volgende vraag.
Er is daar een *horizontale buigraaklijn*.

Antw 17. $f''(x) =$

2013-I Nulpunten, extremen en buigpunten

De functie f is gegeven door $f(x) = (x^2 + 1)\cdot e^x$.
Voor de afgeleide geldt: $f'(x) = (x + 1)^2 . e^x$

Vraag 15. Toon dit op algebraïsche wijze aan.
Vraag 16. Toon op algebraïsche wijze aan dat f geen nulpunten en ook geen extremen heeft.
Vraag 17. Bereken exact de x-coördinaten van de twee buigpunten van f.

Antw 15. $f'(x) = 2xe^x + (x^2 + 1)e^x = (2x + x^2 + 1)e^x = (x^2 + 2x + 1)e^x = (x + 1)^2e^x$

Antw 16. Geen nulpunten want: $(x^2 + 1) \neq 0$ (kwadraat plus 1) en $e^x \neq 0$ (expon. Functie)
Geen extremen want: $f'(x) = 0$ levert alleen $x = -1$ als oplossing.
En de tweede afgeleide op die plaats is ook nul (zie de volgende vraag).
Er is daar een *horizontale buigraaklijn*.

Antw 17. $f''(x) = ((2x + 2 + (x + 1)^2)\cdot e^x =$

2013-I Nulpunten, extremen en buigpunten

De functie f is gegeven door $f(x) = (x^2 + 1)\cdot e^x$.
Voor de afgeleide geldt: $f\,'(x) = (x + 1)^2 \,.\, e^x$

Vraag 15. Toon dit op algebraïsche wijze aan.
Vraag 16. Toon op algebraïsche wijze aan dat f geen nulpunten en ook geen extremen heeft.
Vraag 17. Bereken exact de x-coördinaten van de twee buigpunten van f.

Antw 15. $f\,'(x) = 2xe^x + (x^2 + 1)e^x = (2x + x^2 + 1)e^x = (x^2 + 2x + 1)e^x = (x + 1)^2e^x$

Antw 16. Geen nulpunten want: $(x^2 + 1) \neq 0$ (kwadraat plus 1) en $e^x \neq 0$ (expon. Functie)
Geen extremen want: $f\,'(x) = 0$ levert alleen $x = -1$ als oplossing.
En de tweede afgeleide op die plaats is ook nul (zie de volgende vraag).
Er is daar een *horizontale buigraaklijn*.

Antw 17. $f\,''(x) = ((2x + 2 + (x + 1)^2)\cdot e^x = (x^2 + 4x + 3)\cdot e^x =$

2013-I Nulpunten, extremen en buigpunten

De functie f is gegeven door $f(x) = (x^2 + 1)\cdot e^x$.
Voor de afgeleide geldt: $f\,'(x) = (x + 1)^2 \,.\, e^x$

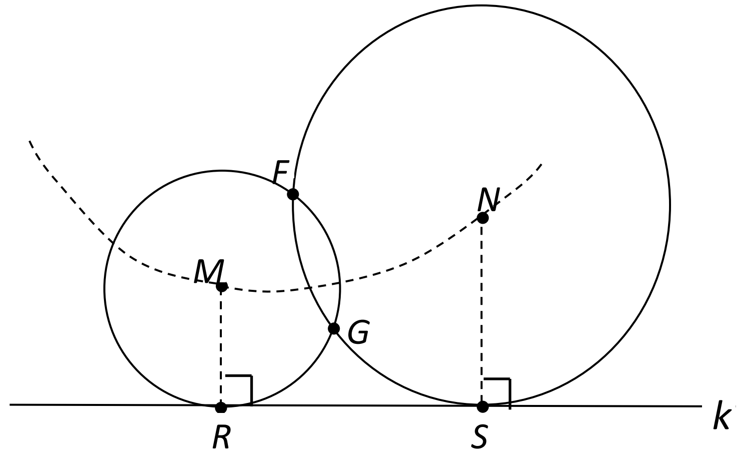
Vraag 15. Toon dit op algebraïsche wijze aan.
Vraag 16. Toon op algebraïsche wijze aan dat f geen nulpunten en ook geen extremen heeft.
Vraag 17. Bereken exact de x-coördinaten van de twee buigpunten van f.

Antw 15. $f\,'(x) = 2xe^x + (x^2 + 1)e^x = (2x + x^2 + 1)e^x = (x^2 + 2x + 1)e^x = (x + 1)^2e^x$

Antw 16. Geen nulpunten want: $(x^2 + 1) \neq 0$ (kwadraat plus 1) en $e^x \neq 0$ (expon. Functie)
Geen extremen want: $f\,'(x) = 0$ levert alleen $x = -1$ als oplossing.
En de tweede afgeleide op die plaats is ook nul (zie de volgende vraag).
Er is daar een *horizontale buigraaklijn*.

Antw 17. $f\,''(x) = ((2x + 2 + (x + 1)^2)\cdot e^x = (x^2 + 4x + 3)\cdot e^x = (x + 1)(x + 3)\cdot e^x$
Nul stellen levert buigpunten voor $x = -1$ en $x = -3$

2013-I Brandpunt gezocht



Gegeven zijn een lijn k en twee punten M en N die aan dezelfde kant van k liggen. We zoeken het brandpunt van een parabool die door M en N gaat en waarvan k de richtlijn is. Zie de tekening.

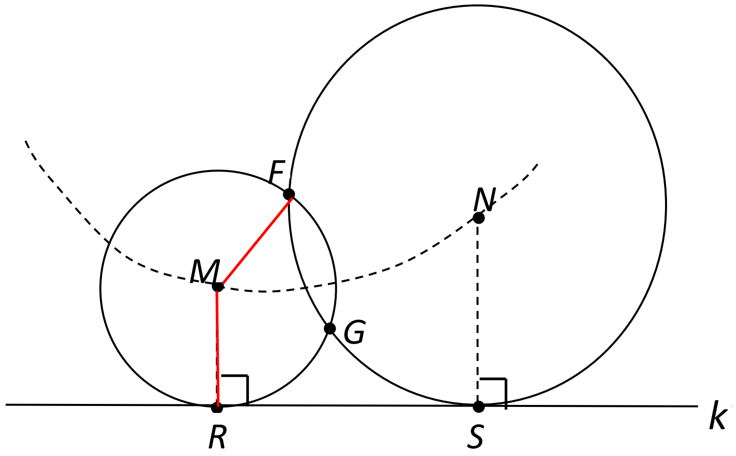
- Teken de loodrechte projecties van M en N op k.
- Teken de cirkels om M en N met straal MR en NS.
- Noem de snijpunten van deze cirkels F en G.
- Zowel F als G zijn brandpunt van een parabool door M en N met richtlijn k.

Vraag 18. Bewijs dat M en N inderdaad op de parabool met brandpunt F en richtlijn k liggen.

Bewijs:

2013-I Brandpunt gezocht

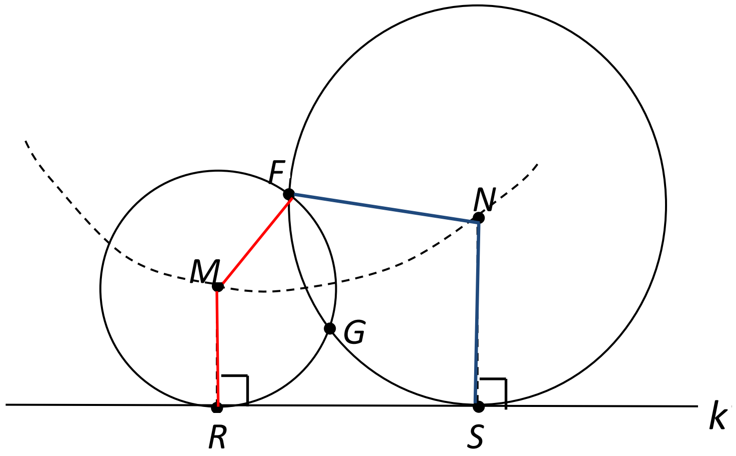
Gegeven zijn een lijn *k* en twee punten *M* en *N* die aan dezelfde kant van *k* liggen. We zoeken het brandpunt van een parabool die door *M* en *N* gaat en waarvan *k* de richtlijn is. Zie de tekening.
- Teken de loodrechte projecties van *M* en *N* op *k*.
- Teken de cirkels om *M* en *N* met straal *MR* en *NS*.
- Noem de snijpunten van deze cirkels *F* en *G*.
- Zowel *F* als *G* zijn brandpunt van een parabool door *M* en *N* met richtlijn *k*.



Vraag 18. Bewijs dat *M* en *N* inderdaad op de parabool met brandpunt *F* en richtlijn *k* liggen.

Bewijs: *MR* = *MF* (cirkel) dus *M* ligt op de parabool

2013-I Brandpunt gezocht



Gegeven zijn een lijn *k* en twee punten *M* en *N* die aan dezelfde kant van *k* liggen. We zoeken het brandpunt van een parabool die door *M* en *N* gaat en waarvan *k* de richtlijn is. Zie de tekening.

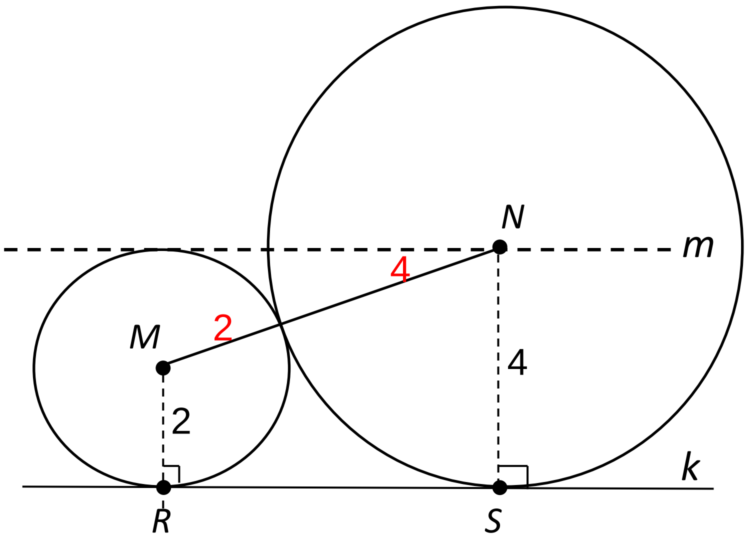
- Teken de loodrechte projecties van *M* en *N* op *k*.
- Teken de cirkels om *M* en *N* met straal *MR* en *NS*.
- Noem de snijpunten van deze cirkels *F* en *G*.
- Zowel *F* als *G* zijn brandpunt van een parabool door *M* en *N* met richtlijn *k*.

Vraag 18. Bewijs dat *M* en *N* inderdaad op de parabool met brandpunt *F* en richtlijn *k* liggen.

Bewijs: *MR* = *MF* (cirkel) dus *M* ligt op de parabool
NS = *NF* (cirkel) dus ook *N* ligt op die parabool

2013-I Brandpunt gezocht

Vraag 19. Gegeven zijn twee punten, *M* en *N* en een lijn *k* zodanig, dat:
(1) de afstand van *M* tot *k* is 2 cm en
(2) de afstand van *N* tot *k* is 4 cm en
(3) er is precies één parabool door *M* en *N* waarvan *k* de richtlijn is. Teken *N*.



Constructie:

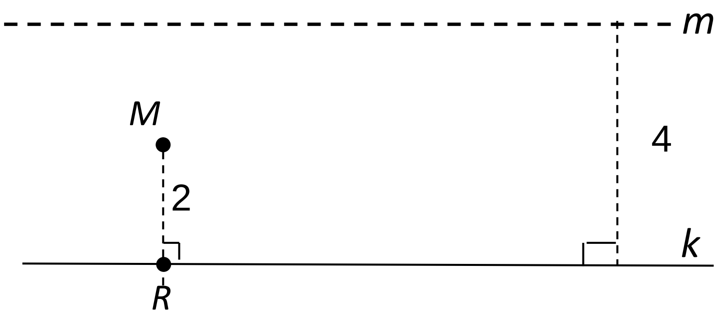
Stap 1: Teken de lijn *m* op afstand 4 van lijn *k*.

Stap 2: Er moet precies één snijpunt zijn van de cirkels, dus moeten de cirkels elkaar raken.
MN moet dus 2 + 4 = 6 cm zijn.
Een cirkel(boog) met straal 6 en middelpunt *M* snijden met lijn *m* geeft punt *N*.

Uitvoering: zie volgende scherm →

2013-I Brandpunt gezocht

Vraag 19. Gegeven zijn twee punten, *M* en *N* en een lijn *k* zodanig, dat:
(1) de afstand van *M* tot *k* is 2 cm en
(2) de afstand van *N* tot *k* is 4 cm en
(3) er is precies één parabool door *M* en *N* waarvan *k* de richtlijn is. Teken *N*.

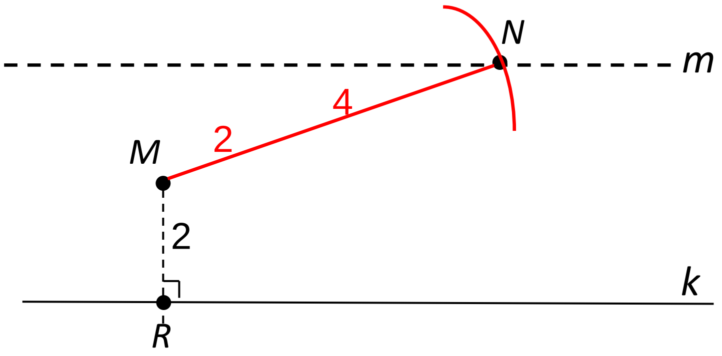


Uitvoering:

Stap 1: Teken de lijn *m* op afstand 4 van lijn *k*.

2013-I Brandpunt gezocht

Vraag 19. Gegeven zijn twee punten, *M* en *N* en een lijn *k* zodanig, dat:
(1) de afstand van *M* tot *k* is 2 cm en
(2) de afstand van *N* tot *k* is 4 cm en
(3) er is precies één parabool door *M* en *N* waarvan *k* de richtlijn is. Teken *N*.



Uitvoering:

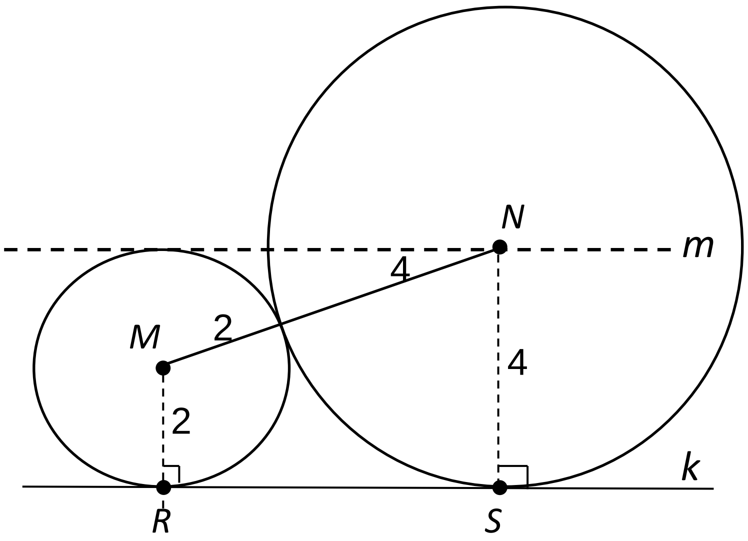
Stap 1: Teken de lijn *m* op afstand 4 van lijn *k*.

Stap 2: Er moet precies één snijpunt zijn van de cirkels, dus moeten de cirkels elkaar raken.
MN moet dus 2 + 4 = 6 cm zijn.
Een cirkel(boog) met straal 6 en middelpunt *M* snijden met lijn *m* geeft punt *N*.

Zie volgende scherm →

2013-I Brandpunt gezocht

Vraag 19. Gegeven zijn twee punten, *M* en *N* en een lijn *k* zodanig, dat:
(1) de afstand van *M* tot *k* is 2 cm en
(2) de afstand van *N* tot *k* is 4 cm en
(3) er is precies één parabool door *M* en *N* waarvan *k* de richtlijn is. Teken *N*.



Uitvoering:

Stap 1: Teken de lijn *m* op afstand 4 van lijn *k*.

Stap 2: Er moet precies één snijpunt zijn van de cirkels, dus moeten de cirkels elkaar raken.
MN moet dus 2 + 4 = 6 cm zijn.
Een cirkel(boog) met straal 6 en middelpunt *M* snijden met lijn *m* geeft punt *N*.