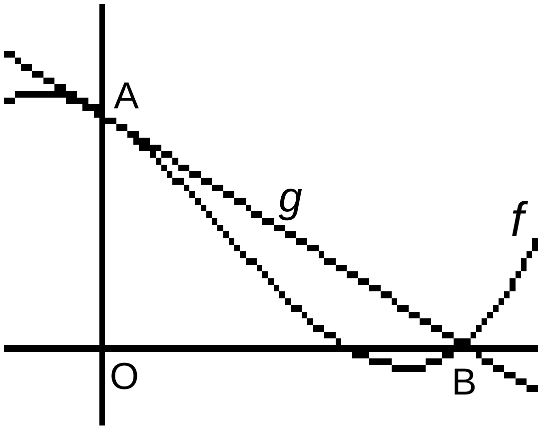
2013-II Eerste en derdegraadsfunctie

Gegeven zijn $f(x) = (x^2 - 1)(x - 1\frac{1}{2})$ en $g(x) = -x + 1\frac{1}{2}$;
De grafieken van f en g snijden beide de y-as in $A(0, 1\frac{1}{2})$ en de x-as in $B(1\frac{1}{2}, 0)$.
De grafiek van g raakt in punt A aan de grafiek van f.

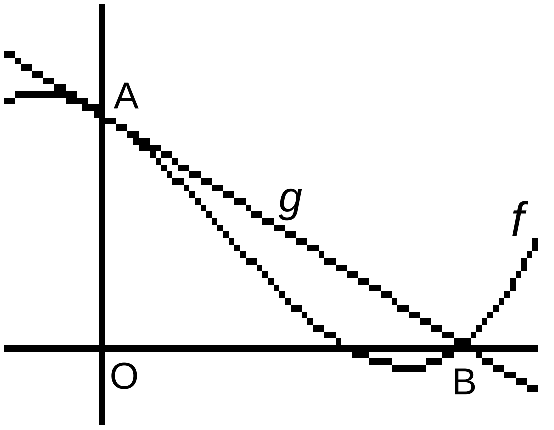


Vraag 1. Toon dit aan m.b.v. differentiëren.

Vraag 2. De grafiek van f verdeelt driehoek OAB in twee delen.
Toon aan dat de oppervlakte van het linkerdeel twee keer zo groot is als de oppervlakte van het rechterdeel.

2013-II Eerste en derdegraadsfunctie

Gegeven zijn $f(x) = (x^2 - 1)(x - 1\tfrac{1}{2})$ en $g(x) = -x + 1\tfrac{1}{2}$;
De grafieken van f en g snijden beide de y-as in $A(0, 1\tfrac{1}{2})$ en de x-as in $B(1\tfrac{1}{2}, 0)$.
De grafiek van g raakt in punt A aan de grafiek van f.

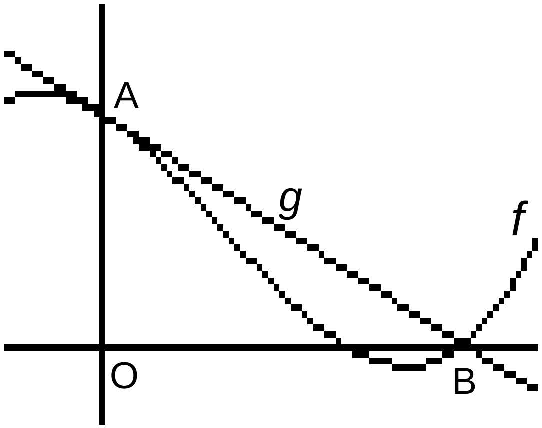


Vraag 1. Toon dit aan m.b.v. differentiëren.
Vraag 2. De grafiek van f verdeelt driehoek OAB in twee delen. Toon aan dat de oppervlakte van het linkerdeel twee keer zo groot is als de oppervlakte van het rechterdeel.

Vraag 1. $f\,'(x) = \ldots$

2013-II Eerste en derdegraadsfunctie

Gegeven zijn $f(x) = (x^2 - 1)(x - 1½)$ en $g(x) = -x + 1½$;
De grafieken van f en g snijden beide de y-as in $A(0, 1½)$ en de x-as in $B(1½, 0)$.
De grafiek van g raakt in punt A aan de grafiek van f.

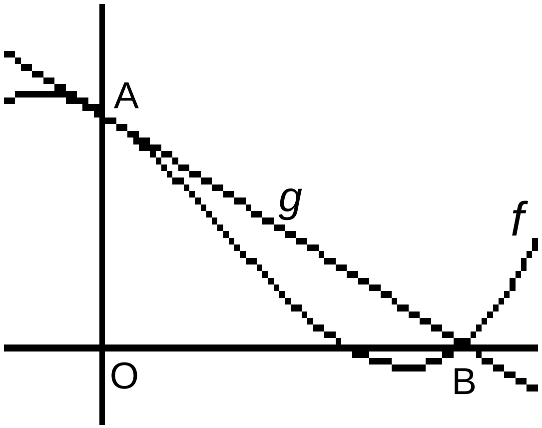


Vraag 1. Toon dit aan m.b.v. differentiëren.
Vraag 2. De grafiek van f verdeelt driehoek OAB in twee delen. Toon aan dat de oppervlakte van het linkerdeel twee keer zo groot is als de oppervlakte van het rechterdeel.

Vraag 1. $f'(x) = 2x(x - 1½) + (x^2 - 1)$; de helling van f in A is:

2013-II Eerste en derdegraadsfunctie

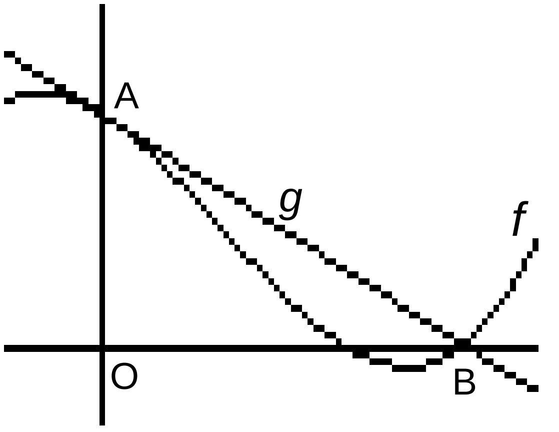
Gegeven zijn $f(x) = (x^2 - 1)(x - 1½)$ en $g(x) = -x + 1½$;
De grafieken van f en g snijden beide de y-as in $A(0, 1½)$ en de x-as in $B(1½, 0)$.
De grafiek van g raakt in punt A aan de grafiek van f.



Vraag 1. Toon dit aan m.b.v. differentiëren.
Vraag 2. De grafiek van f verdeelt driehoek OAB in twee delen.
Toon aan dat de oppervlakte van het linkerdeel twee keer zo groot is als de oppervlakte van het rechterdeel.

Vraag 1. $f'(x) = 2x(x - 1½) + (x^2 - 1)$; de helling van f in A is: $f'(0) = 0 + 0 - 1 = -1$

2013-II Eerste en derdegraadsfunctie



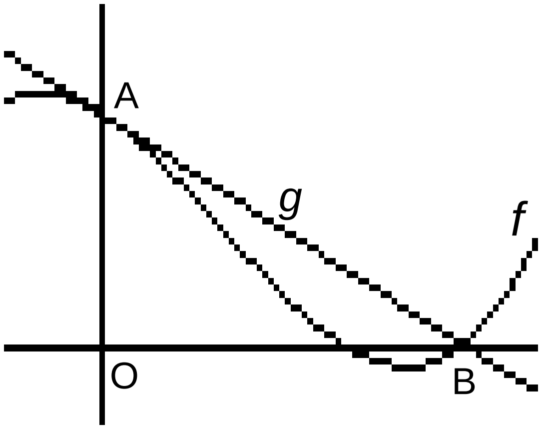
Gegeven zijn $f(x) = (x^2 - 1)(x - 1½)$ en $g(x) = -x + 1½$;
De grafieken van f en g snijden beide de y-as in $A(0, 1½)$ en de x-as in $B(1½, 0)$.
De grafiek van g raakt in punt A aan de grafiek van f.

Vraag 1. Toon dit aan m.b.v. differentiëren.
Vraag 2. De grafiek van f verdeelt driehoek OAB in twee delen.
Toon aan dat de oppervlakte van het linkerdeel twee keer zo groot is als de oppervlakte van het rechterdeel.

Vraag 1. $f'(x) = 2x(x - 1½) + (x^2 - 1)$; de helling van f in A is: $f'(0) = 0 + 0 - 1 = -1$
$g'(x) = \dots$

2013-II Eerste en derdegraadsfunctie

Gegeven zijn $f(x) = (x^2 - 1)(x - 1\tfrac{1}{2})$ en $g(x) = -x + 1\tfrac{1}{2}$;
De grafieken van f en g snijden beide de y-as in $A(0, 1\tfrac{1}{2})$ en de x-as in $B(1\tfrac{1}{2}, 0)$.
De grafiek van g raakt in punt A aan de grafiek van f.



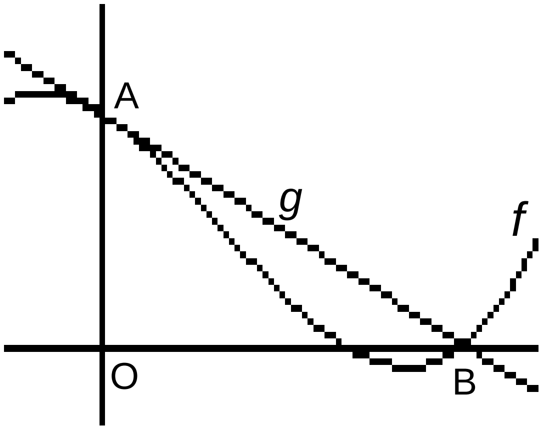
Vraag 1. Toon dit aan m.b.v. differentiëren.
Vraag 2. De grafiek van f verdeelt driehoek OAB in twee delen.
Toon aan dat de oppervlakte van het linkerdeel twee keer zo groot is als de oppervlakte van het rechterdeel.

Vraag 1. $f'(x) = 2x(x - 1\tfrac{1}{2}) + (x^2 - 1)$; de helling van f in A is: $f'(0) = 0 + 0 - 1 = -1$
$g'(x) = -1$ dus de helling van g in A is: $g'(0)$ is ook -1

Vraag 2.

2013-II Eerste en derdegraadsfunctie

Gegeven zijn $f(x) = (x^2 - 1)(x - 1\frac{1}{2})$ en $g(x) = -x + 1\frac{1}{2}$;
De grafieken van f en g snijden beide de y-as in $A(0, 1\frac{1}{2})$ en de x-as in $B(1\frac{1}{2}, 0)$.
De grafiek van g raakt in punt A aan de grafiek van f.



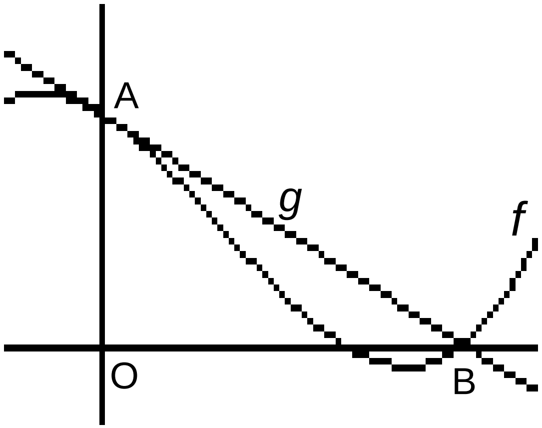
Vraag 1. Toon dit aan m.b.v. differentiëren.
Vraag 2. De grafiek van f verdeelt driehoek OAB in twee delen. Toon aan dat de oppervlakte van het linkerdeel twee keer zo groot is als de oppervlakte van het rechterdeel.

Vraag 1. $f\,'(x) = 2x(x - 1\frac{1}{2}) + (x^2 - 1)$; de helling van f in A is: $f\,'(0) = 0 + 0 - 1 = -1$
$g\,'(x) = -1$ dus de helling van g in A is: $g\,'(0)$ is ook -1

Vraag 2. $f(x) = x^3 - 1\frac{1}{2}x^2 - x + 1\frac{1}{2}$ dus $F(x) = \ldots$

2013-II Eerste en derdegraadsfunctie

Gegeven zijn $f(x) = (x^2 - 1)(x - 1½)$ en $g(x) = -x + 1½$;
De grafieken van f en g snijden beide de y-as in $A(0, 1½)$ en de x-as in $B(1½, 0)$.
De grafiek van g raakt in punt A aan de grafiek van f.

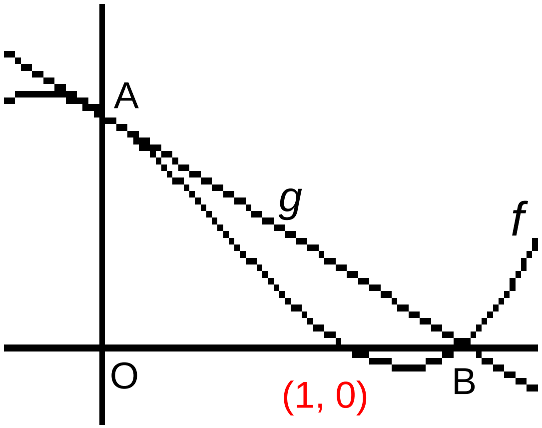


Vraag 1. Toon dit aan m.b.v. differentiëren.
Vraag 2. De grafiek van f verdeelt driehoek OAB in twee delen. Toon aan dat de oppervlakte van het linkerdeel twee keer zo groot is als de oppervlakte van het rechterdeel.

Vraag 1. $f'(x) = 2x(x - 1½) + (x^2 - 1)$; de helling van f in A is: $f'(0) = 0 + 0 - 1 = -1$
$g'(x) = -1$ dus de helling van g in A is: $g'(0)$ is ook -1

Vraag 2. $f(x) = x^3 - 1½x^2 - x + 1½$ dus $F(x) = ¼x^4 - ½x^3 - ½x^2 + 1½x$ $(+C)$

2013-II Eerste en derdegraadsfunctie



Gegeven zijn $f(x) = (x^2 - 1)(x - 1\frac{1}{2})$ en $g(x) = -x + 1\frac{1}{2}$;
De grafieken van f en g snijden beide de y-as in $A(0, 1\frac{1}{2})$ en de x-as in $B(1\frac{1}{2}, 0)$.
De grafiek van g raakt in punt A aan de grafiek van f.

Vraag 1. Toon dit aan m.b.v. differentiëren.
Vraag 2. De grafiek van f verdeelt driehoek OAB in twee delen.
Toon aan dat de oppervlakte van het linkerdeel twee keer zo groot is als de oppervlakte van het rechterdeel.

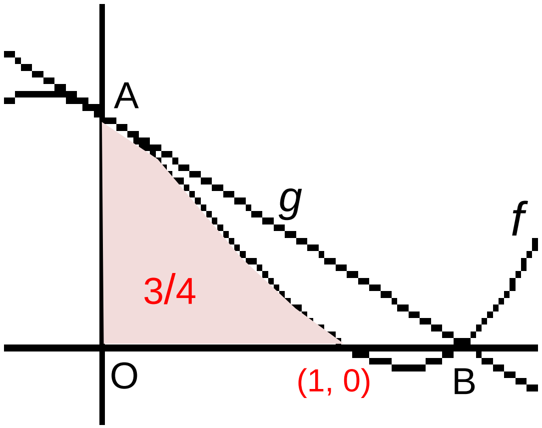
Vraag 1. $f\,'(x) = 2x(x - 1\frac{1}{2}) + (x^2 - 1)$; de helling van f in A is: $f\,'(0) = 0 + 0 - 1 = -1$
$g\,'(x) = -1$ dus de helling van g in A is: $g\,'(0)$ is ook -1

Vraag 2. $f(x) = x^3 - 1\frac{1}{2}x^2 - x + 1\frac{1}{2}$ dus $F(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 1\frac{1}{2}x$ $(+C)$
f snijdt de x-as tussen O en B in (1, 0).

De oppervlakte van het linkerdeel is: . . .

2013-II Eerste en derdegraadsfunctie

Gegeven zijn $f(x) = (x^2 - 1)(x - 1\frac{1}{2})$ en $g(x) = -x + 1\frac{1}{2}$;
De grafieken van f en g snijden beide de y-as in $A(0, 1\frac{1}{2})$ en de x-as in $B(1\frac{1}{2}, 0)$.
De grafiek van g raakt in punt A aan de grafiek van f.

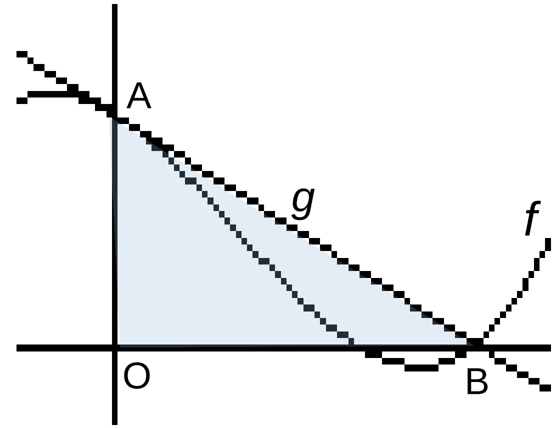


Vraag 1. Toon dit aan m.b.v. differentiëren.
Vraag 2. De grafiek van f verdeelt driehoek OAB in twee delen.
Toon aan dat de oppervlakte van het linkerdeel twee keer zo groot is als de oppervlakte van het rechterdeel.

Vraag 1. $f'(x) = 2x(x - 1\frac{1}{2}) + (x^2 - 1)$; de helling van f in A is: $f'(0) = 0 + 0 - 1 = -1$
$g'(x) = -1$ dus de helling van g in A is: $g'(0)$ is ook -1

Vraag 2. $f(x) = x^3 - 1\frac{1}{2}x^2 - x + 1\frac{1}{2}$ dus $F(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 1\frac{1}{2}x$ $(+C)$
f snijdt de x-as tussen O en B in $(1, 0)$.
De oppervlakte van het linkerdeel is $F(1) - F(0) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

2013-II Eerste en derdegraadsfunctie



Gegeven zijn $f(x) = (x^2 - 1)(x - 1½)$ en $g(x) = -x + 1½$;
De grafieken van f en g snijden beide de y-as in $A(0, 1½)$ en de x-as in $B(1½, 0)$.
De grafiek van g raakt in punt A aan de grafiek van f.

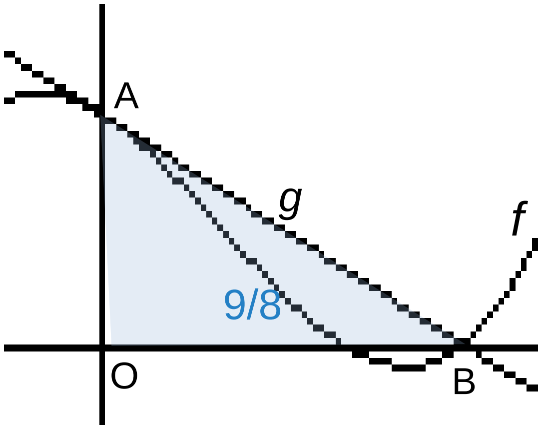
Vraag 1. Toon dit aan m.b.v. differentiëren.
Vraag 2. De grafiek van f verdeelt driehoek OAB in twee delen.
Toon aan dat de oppervlakte van het linkerdeel twee keer zo groot is als de oppervlakte van het rechterdeel.

Vraag 1. $f'(x) = 2x(x - 1½) + (x^2 - 1)$; de helling van f in A is: $f'(0) = 0 + 0 - 1 = -1$
$g'(x) = -1$ dus de helling van g in A is: $g'(0)$ is ook -1

Vraag 2. $f(x) = x^3 - 1½x^2 - x + 1½$ dus $F(x) = ¼\, x^4 - ½x^3 - ½\, x^2 + 1½x$ $(+C)$
f snijdt de x-as tussen O en B in $(1, 0)$.
De oppervlakte van het linkerdeel is $F(1) - F(0) = ¼ - ½ - ½ + 1½ = ¾$

De oppervlakte van ΔOAB =

2013-II Eerste en derdegraadsfunctie



Gegeven zijn $f(x) = (x^2 - 1)(x - 1\frac{1}{2})$ en $g(x) = -x + 1\frac{1}{2}$;
De grafieken van f en g snijden beide de y-as in $A(0, 1\frac{1}{2})$ en de x-as in $B(1\frac{1}{2}, 0)$.
De grafiek van g raakt in punt A aan de grafiek van f.

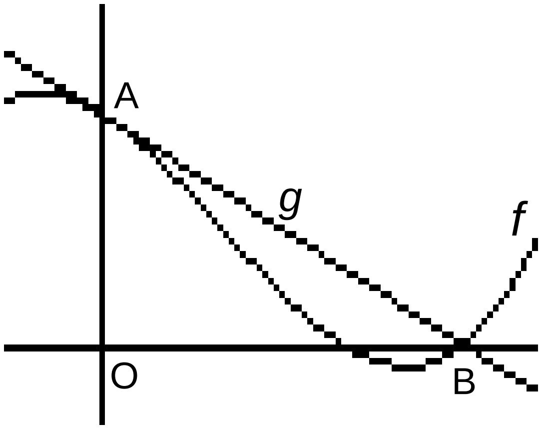
Vraag 1. Toon dit aan m.b.v. differentiëren.
Vraag 2. De grafiek van f verdeelt driehoek OAB in twee delen.
Toon aan dat de oppervlakte van het linkerdeel twee keer zo groot is als de oppervlakte van het rechterdeel.

Vraag 1. $f'(x) = 2x(x - 1\frac{1}{2}) + (x^2 - 1)$; de helling van f in A is: $f'(0) = 0 + 0 - 1 = -1$
$g'(x) = -1$ dus de helling van g in A is: $g'(0)$ is ook -1

Vraag 2. $f(x) = x^3 - 1\frac{1}{2}x^2 - x + 1\frac{1}{2}$ dus $F(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 1\frac{1}{2}x$ $(+C)$
f snijdt de x-as tussen O en B in (1, 0).
De oppervlakte van het linkerdeel is $F(1) - F(0) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

De oppervlakte van $\Delta OAB = \frac{1}{2} \times OB \times OA = \frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{2} = \frac{9}{8}$

2013-II Eerste en derdegraadsfunctie



Gegeven zijn $f(x) = (x^2 - 1)(x - 1\frac{1}{2})$ en $g(x) = -x + 1\frac{1}{2}$;
De grafieken van f en g snijden beide de y-as in $A(0, 1\frac{1}{2})$ en de x-as in $B(1\frac{1}{2}, 0)$.
De grafiek van g raakt in punt A aan de grafiek van f.

Vraag 1. Toon dit aan m.b.v. differentiëren.
Vraag 2. De grafiek van f verdeelt driehoek OAB in twee delen.
Toon aan dat de oppervlakte van het linkerdeel twee keer zo groot is als de oppervlakte van het rechterdeel.

Vraag 1. $f'(x) = 2x(x - 1\frac{1}{2}) + (x^2 - 1)$; de helling van f in A is: $f'(0) = 0 + 0 - 1 = -1$
$g'(x) = -1$ dus de helling van g in A is: $g'(0)$ is ook -1

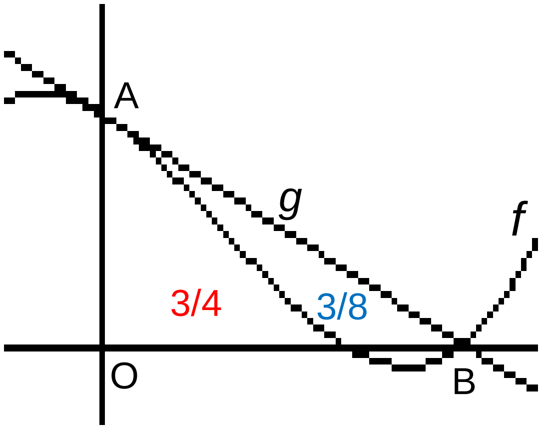
Vraag 2. $f(x) = x^3 - 1\frac{1}{2}x^2 - x + 1\frac{1}{2}$ dus $F(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 1\frac{1}{2}x$ $(+C)$
f snijdt de x-as tussen O en B in $(1, 0)$.
De oppervlakte van het linkerdeel is $F(1) - F(0) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

De oppervlakte van $\Delta OAB = \frac{1}{2}\times OB\times OA = \frac{1}{2}\times 1\frac{1}{2}\times 1\frac{1}{2} = \frac{9}{8}$

Dus is de oppervlakte van het rechterdeel:

2013-II Eerste en derdegraadsfunctie

Gegeven zijn $f(x) = (x^2 - 1)(x - 1\tfrac{1}{2})$ en $g(x) = -x + 1\tfrac{1}{2}$;
De grafieken van f en g snijden beide de y-as in $A(0, 1\tfrac{1}{2})$ en de x-as in $B(1\tfrac{1}{2}, 0)$.
De grafiek van g raakt in punt A aan de grafiek van f.



Vraag 1. Toon dit aan m.b.v. differentiëren.
Vraag 2. De grafiek van f verdeelt driehoek OAB in twee delen. Toon aan dat de oppervlakte van het linkerdeel twee keer zo groot is als de oppervlakte van het rechterdeel.

Vraag 1. $f'(x) = 2x(x - 1\tfrac{1}{2}) + (x^2 - 1)$; de helling van f in A is: $f'(0) = 0 + 0 - 1 = -1$
$g'(x) = -1$ dus de helling van g in A is: $g'(0)$ is ook -1

Vraag 2. $f(x) = x^3 - 1\tfrac{1}{2}x^2 - x + 1\tfrac{1}{2}$ dus $F(x) = \tfrac{1}{4}x^4 - \tfrac{1}{2}x^3 - \tfrac{1}{2}x^2 + 1\tfrac{1}{2}x$ $(+C)$
f snijdt de x-as tussen O en B in (1, 0).
De oppervlakte van het linkerdeel is $F(1) - F(0) = \tfrac{1}{4} - \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2} + 1\tfrac{1}{2} = \tfrac{3}{4}$

De oppervlakte van $\Delta OAB = \tfrac{1}{2} \times OB \times OA = \tfrac{1}{2} \times 1\tfrac{1}{2} \times 1\tfrac{1}{2} = \tfrac{9}{8}$

Dus is de oppervlakte van het rechterdeel: $\tfrac{9}{8} - \tfrac{3}{4} = \tfrac{3}{8}$

en dat is twee keer zo klein als de oppervlakte van het linkerdeel ($\tfrac{3}{4}$) .

2013-II Verzadigingsgraad hemoglobine

Een contextvraag. We halen de benodigde formules uit de tekst: $v = \dfrac{100\,p^3}{p^3 + 25000}$

v is de verzadigingsgraad van hemoglobine in procenten
p is de partiële zuurstofdruk in mmHg.

Vraag 3. Bereken de partiële zuurstofdruk als de verzadigingsgraad 75% is. Dus kortweg: Bereken p als v = 75.

Vraag 4. Bereken m.b.v. de afgeleide van v voor welke p de grafiek het steilst is.

Vraag 5. Herleid de formule $\dfrac{v}{100 - v} = 0{,}00004\,p^3$ tot de formule $v = \dfrac{100\,p^3}{p^3 + 25000}$

2013-II Verzadigingsgraad hemoglobine

Een contextvraag. We halen de benodigde formules uit de tekst: $v = \dfrac{100\,p^3}{p^3 + 25000}$

v is de verzadigingsgraad van hemoglobine in procenten
p is de partiële zuurstofdruk in mmHg.

Vraag 3. Bereken de partiële zuurstofdruk als de verzadigingsgraad 75% is. Dus kortweg: Bereken p als v = 75.

Vraag 4. Bereken m.b.v. de afgeleide van v voor welke p de grafiek het steilst is.

Vraag 5. Herleid de formule $\dfrac{v}{100 - v} = 0{,}00004\,p^3$ tot de formule $v = \dfrac{100\,p^3}{p^3 + 25000}$

Vraag 3 mag met de GR (bijv. intersect) maar kan ook algebraïsch: $v(p^3+25000)=100p^3$

dus

2013-II Verzadigingsgraad hemoglobine

Een contextvraag. We halen de benodigde formules uit de tekst: $v = \dfrac{100p^3}{p^3 + 25000}$

v is de verzadigingsgraad van hemoglobine in procenten
p is de partiële zuurstofdruk in mmHg.

Vraag 3. Bereken de partiële zuurstofdruk als de verzadigingsgraad 75% is. Dus kortweg: Bereken p als $v = 75$.

Vraag 4. Bereken m.b.v. de afgeleide van v voor welke p de grafiek het steilst is.

Vraag 5. Herleid de formule $\dfrac{v}{100 - v} = 0,00004p^3$ tot de formule $v = \dfrac{100p^3}{p^3 + 25000}$

Vraag 3 mag met de GR (bijv. intersect) maar kan ook algebraïsch: $v(p^3+25000)=100p^3$

dus $(100 - v)p^3 = 25000v$ met $v = 75$ geeft

2013-II Verzadigingsgraad hemoglobine

Een contextvraag. We halen de benodigde formules uit de tekst: $v = \dfrac{100\,p^3}{p^3 + 25000}$

v is de verzadigingsgraad van hemoglobine in procenten
p is de partiële zuurstofdruk in mmHg.

Vraag 3. Bereken de partiële zuurstofdruk als de verzadigingsgraad 75% is. Dus kortweg: Bereken p als v = 75.

Vraag 4. Bereken m.b.v. de afgeleide van v voor welke p de grafiek het steilst is.

Vraag 5. Herleid de formule $\dfrac{v}{100 - v} = 0{,}00004\,p^3$ tot de formule $v = \dfrac{100\,p^3}{p^3 + 25000}$

Vraag 3 mag met de GR (bijv. intersect) maar kan ook algebraïsch: $v(p^3+25000)=100p^3$

dus $(100 - v)p^3 = 25000v$ met $v = 75$ geeft $p^3 = 75000$ en $p = 75000$^1/3 ≈ 42.

2013-II Verzadigingsgraad hemoglobine

Een contextvraag. We halen de benodigde formules uit de tekst: $v = \dfrac{100p^3}{p^3 + 25000}$

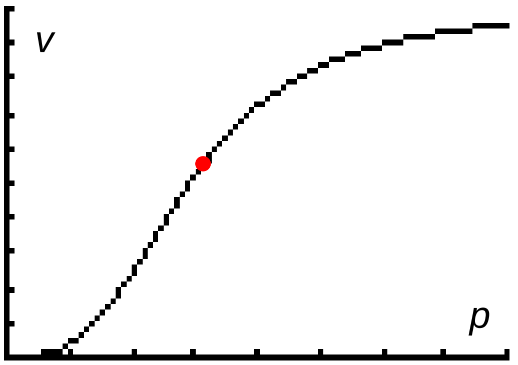
Vraag 4. Bereken m.b.v. de afgeleide van v voor welke p de grafiek het steilst is.

2013-II Verzadigingsgraad hemoglobine

Een contextvraag. We halen de benodigde formules uit de tekst: $v = \dfrac{100\,p^3}{p^3 + 25000}$

Vraag 4. Bereken m.b.v. de afgeleide van *v* voor welke *p* de grafiek het steilst is.

Het gaat om het buigpunt (de rode stip), dus de 2[de] afgeleide.

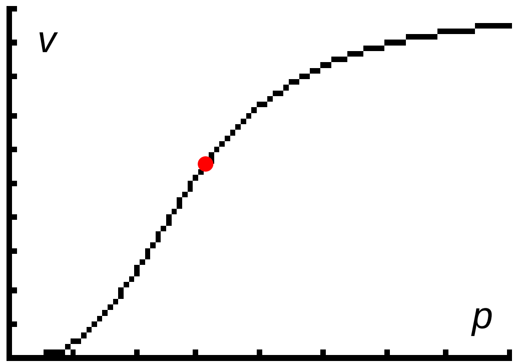


2013-II Verzadigingsgraad hemoglobine

Een contextvraag. We halen de benodigde formules uit de tekst: $v = \dfrac{100\,p^3}{p^3 + 25000}$

Vraag 4. Bereken m.b.v. de afgeleide van *v* voor welke *p* de grafiek het steilst is.

Het gaat om het buigpunt (de rode stip), dus de 2^de afgeleide.



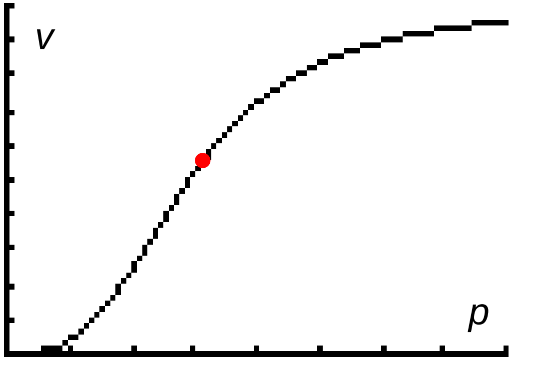
$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}p} = \frac{300\,p^2(p^3 + 25000) - 100\,p^3 \cdot 3p^2}{(p^3 + 25000)^2} = 7500000\frac{p^2}{(p^3 + 25000)^2}$$

2013-II Verzadigingsgraad hemoglobine

Een contextvraag. We halen de benodigde formules uit de tekst: $v = \dfrac{100p^3}{p^3 + 25000}$

Vraag 4. Bereken m.b.v. de afgeleide van v voor welke p de grafiek het steilst is.

Het gaat om het buigpunt (de rode stip), dus de 2[de] afgeleide.



$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}p} = \frac{300p^2(p^3+25000) - 100p^3 \cdot 3p^2}{(p^3+25000)^2} = 7500000\frac{p^2}{(p^3+25000)^2}$$

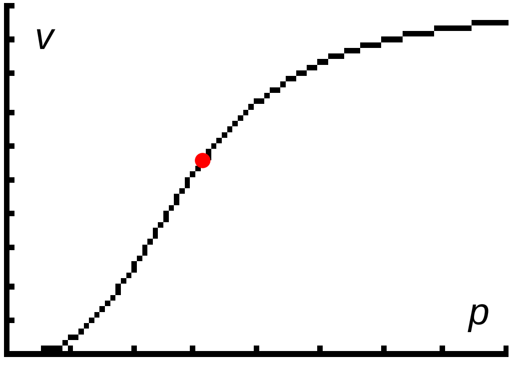
De tweede afgeleide nulstellen (na wegdelen van 7500000):

2013-II Verzadigingsgraad hemoglobine

Een contextvraag. We halen de benodigde formules uit de tekst: $v = \dfrac{100p^3}{p^3 + 25000}$

Vraag 4. Bereken m.b.v. de afgeleide van *v* voor welke *p* de grafiek het steilst is.

Het gaat om het buigpunt (de rode stip), dus de 2[de] afgeleide.



$$\frac{dv}{dp} = \frac{300p^2(p^3 + 25000) - 100p^3 \cdot 3p^2}{(p^3 + 25000)^2} = 7500000\frac{p^2}{(p^3 + 25000)^2}$$

De tweede afgeleide nulstellen (na wegdelen van 7500000):

$$2p(p^3 + 25000)^2 - 6p^4(p^3 + 25000) = 0$$

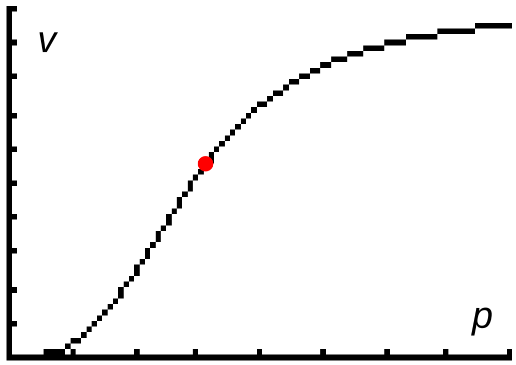
2013-II Verzadigingsgraad hemoglobine

Een contextvraag. We halen de benodigde formules uit de tekst: $v = \dfrac{100\,p^3}{p^3 + 25000}$

Vraag 4. Bereken m.b.v. de afgeleide van *v* voor welke *p* de grafiek het steilst is.

Het gaat om het buigpunt (de rode stip), dus de 2[de] afgeleide.

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}p} = \frac{300\,p^2(p^3+25000) - 100\,p^3 \cdot 3p^2}{(p^3+25000)^2} = 7500000\,\frac{p^2}{(p^3+25000)^2}$$



De tweede afgeleide nulstellen (na wegdelen van 7500000):

$$2\,p(p^3+25000)^2 - 6\,p^4(p^3+25000) = 0$$

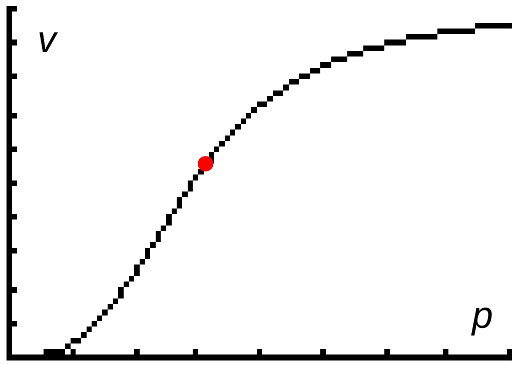
$p^3 + 25000 - 3p^3 = 0$ dus $2p^3 = 25000$ geeft $p \approx 23$

2013-II Verzadigingsgraad hemoglobine

Een contextvraag. We halen de benodigde formules uit de tekst: $v = \dfrac{100p^3}{p^3 + 25000}$

Vraag 4. Bereken m.b.v. de afgeleide van *v* voor welke *p* de grafiek het steilst is.

Het gaat om het buigpunt (de rode stip), dus de 2de afgeleide.



$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}p} = \frac{300p^2(p^3+25000) - 100p^3 \cdot 3p^2}{(p^3+25000)^2} = 7500000\frac{p^2}{(p^3+25000)^2}$$

De tweede afgeleide nulstellen (na wegdelen van 7500000):

$$2p(p^3+25000)^2 - 6p^4(p^3+25000) = 0$$

$p^3 + 25000 - 3p^3 = 0$ dus $2p^3 = 25000$ geeft $p \approx 23$

Vraag 5. Herleid de formule $\dfrac{v}{100-v} = 0{,}00004p^3$ tot de formule $v = \dfrac{100p^3}{p^3+25000}$

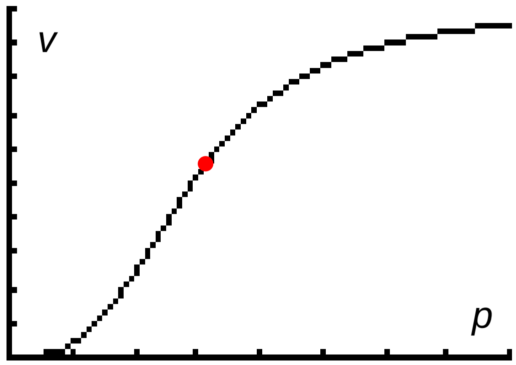
2013-II **Verzadigingsgraad hemoglobine**

Een contextvraag. We halen de benodigde formules uit de tekst: $v = \dfrac{100p^3}{p^3 + 25000}$

Vraag 4. Bereken m.b.v. de afgeleide van *v* voor welke *p* de grafiek het steilst is.

Het gaat om het buigpunt (de rode stip), dus de 2[de] afgeleide.

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}p} = \frac{300p^2(p^3+25000) - 100p^3 \cdot 3p^2}{(p^3+25000)^2} = 7500000\frac{p^2}{(p^3+25000)^2}$$



De tweede afgeleide nulstellen (na wegdelen van 7500000):

$$2p(p^3+25000)^2 - 6p^4(p^3+25000) = 0$$

$p^3 + 25000 - 3p^3 = 0$ dus $2p^3 = 25000$ geeft $p \approx 23$

Vraag 5. Herleid de formule $\dfrac{v}{100-v} = 0{,}00004p^3$ tot de formule $v = \dfrac{100p^3}{p^3+25000}$

$v = 0{,}00004p^3(100 - v)$

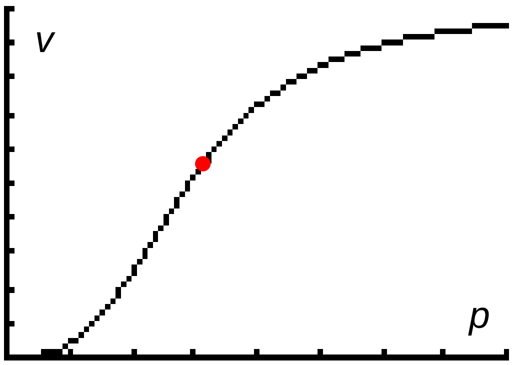
2013-II Verzadigingsgraad hemoglobine

Een contextvraag. We halen de benodigde formules uit de tekst: $v = \dfrac{100p^3}{p^3 + 25000}$

Vraag 4. Bereken m.b.v. de afgeleide van v voor welke p de grafiek het steilst is.

Het gaat om het buigpunt (de rode stip), dus de 2^de^ afgeleide.

$$\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}p} = \frac{300p^2(p^3+25000) - 100p^3 \cdot 3p^2}{(p^3+25000)^2} = 7500000\frac{p^2}{(p^3+25000)^2}$$



De tweede afgeleide nulstellen (na wegdelen van 7500000):

$$2p(p^3+25000)^2 - 6p^4(p^3+25000) = 0$$

$p^3 + 25000 - 3p^3 = 0$ dus $2p^3 = 25000$ geeft $p \approx 23$

Vraag 5. Herleid de formule $\dfrac{v}{100 - v} = 0{,}00004p^3$ tot de formule $v = \dfrac{100p^3}{p^3 + 25000}$

$v = 0{,}00004p^3(100 - v)$

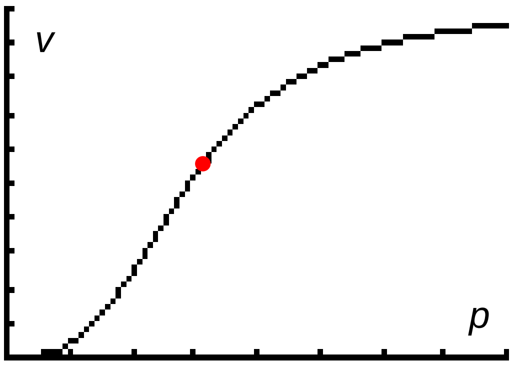
$25000v = 100p^3 - vp^3$

2013-II Verzadigingsgraad hemoglobine

Een contextvraag. We halen de benodigde formules uit de tekst: $v = \dfrac{100p^3}{p^3 + 25000}$

Vraag 4. Bereken m.b.v. de afgeleide van v voor welke p de grafiek het steilst is.

Het gaat om het buigpunt (de rode stip), dus de 2de afgeleide.



$$\frac{dv}{dp} = \frac{300p^2(p^3+25000) - 100p^3 \cdot 3p^2}{(p^3+25000)^2} = 7500000\frac{p^2}{(p^3+25000)^2}$$

De tweede afgeleide nulstellen (na wegdelen van 7500000):

$$2p(p^3+25000)^2 - 6p^4(p^3+25000) = 0$$

$p^3 + 25000 - 3p^3 = 0$ dus $2p^3 = 25000$ geeft $p \approx 23$

Vraag 5. Herleid de formule $\dfrac{v}{100-v} = 0,00004p^3$ tot de formule $v = \dfrac{100p^3}{p^3+25000}$

$v = 0,00004p^3(100 - v)$

$25000v = 100p^3 - vp^3$

$v(25000+p^3) = 100p^3$ dus $v = \dfrac{100p^3}{p^3+25000}$

2013-II vraag 6: Horizontaal en verticaal vermenigvuldigen

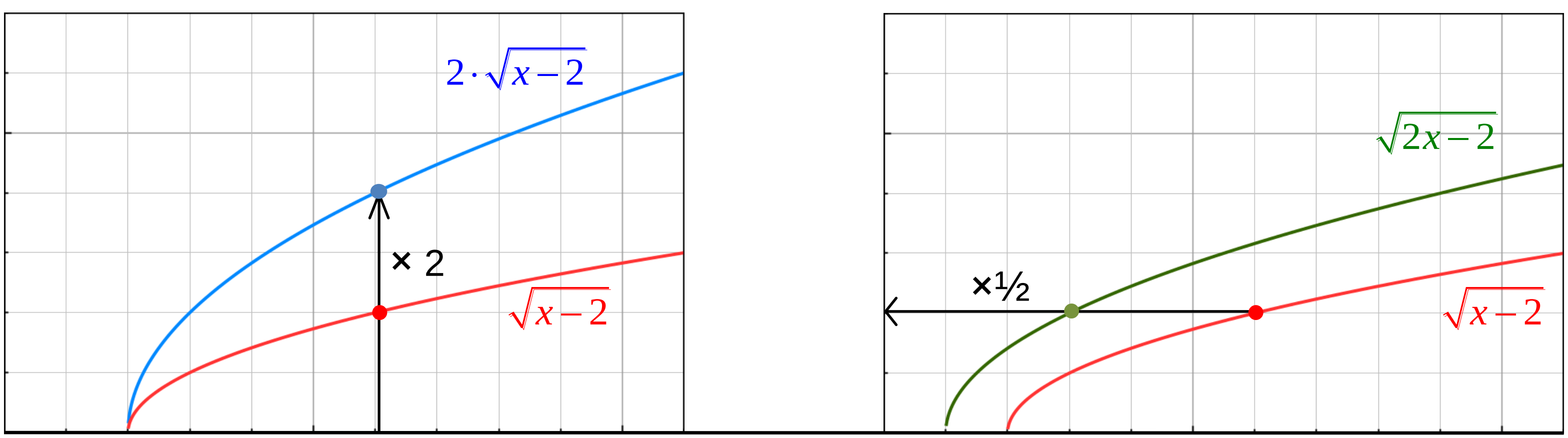
Gegeven de grafiek van een functie $f(x)$, bijvoorbeeld $f(x)=\sqrt{(x-2)}$ (in rood getekend).
(Verticale) vermenigvuldiging t.o.v. de *x*-as met een factor *k* levert de grafiek op van $k \cdot f(x)$
Alle punten komen *k* keer zover van de *x*-as te liggen: $g(x)=k\sqrt{(x-2)}$

(Horizontale) vermenigvuldiging t.o.v. de *y*-as met een factor *k* levert de grafiek op van $f(\frac{1}{k}x)$
Alle punten komen *k* keer zover van de *y*-as te liggen: $h(x)=\sqrt{(\frac{1}{k}x-2)}$

In de linker figuur is $y=\sqrt{x-2}$ met 2 vermenigvuldigd t.o.v. de *x*-as, geeft $y=2\cdot f(x)=2\cdot\sqrt{x-2}$

In de rechter figuur is $y=\sqrt{x-2}$ met ½ vermenigvuldigd t.o.v. de *y*-as, geeft $y=f(2\cdot x)=\sqrt{2x-2}$

2 is *omgekeerde* van ½



2013-II Vermenigvuldigen in horizontale en verticale richting

Gegeven zijn de functies: $f(x)=\dfrac{1+\ln x}{x}$ en $g_C(x)=\dfrac{C+\ln x}{x}$

f wordt t.o.v. de x-as met e vermenigvuldigd ; daarna wordt de zo verkregen grafiek t.o.v. de y-as vermenigvuldigd met 1/e. Hierdoor ontstaat de grafiek van $g_C(x)$ voor een waarde van C.

Vraag 6. Bereken exact deze waarde van c.

2013-II Vermenigvuldigen in horizontale en verticale richting

Gegeven zijn de functies: $f(x) = \dfrac{1 + \ln x}{x}$ en $g_C(x) = \dfrac{C + \ln x}{x}$

f wordt t.o.v. de x-as met e vermenigvuldigd ; daarna wordt de zo verkregen grafiek t.o.v. de y-as vermenigvuldigd met 1/e. Hierdoor ontstaat de grafiek van $g_C(x)$ voor een waarde van C.

Vraag 6. Bereken exact deze waarde van c.
Verticaal vermenigvuldigen met factor e geeft functie keer e, dus:

2013-II Vermenigvuldigen in horizontale en verticale richting

Gegeven zijn de functies: $f(x) = \dfrac{1+\ln x}{x}$ en $g_C(x) = \dfrac{C+\ln x}{x}$

f wordt t.o.v. de *x*-as met e vermenigvuldigd ; daarna wordt de zo verkregen grafiek t.o.v. de *y*-as vermenigvuldigd met 1/e. Hierdoor ontstaat de grafiek van $g_C(x)$ voor een waarde van *C*.

Vraag 6. Bereken exact deze waarde van *c*.

Verticaal vermenigvuldigen met factor e geeft functie keer e, dus: $e \cdot \dfrac{1+\ln x}{x}$

Hierna horizontaal vermenigvuldigen met 1/e:

2013-II Vermenigvuldigen in horizontale en verticale richting

Gegeven zijn de functies: $f(x)=\dfrac{1+\ln x}{x}$ en $g_C(x)=\dfrac{C+\ln x}{x}$

f wordt t.o.v. de x-as met e vermenigvuldigd ; daarna wordt de zo verkregen grafiek t.o.v. de y-as vermenigvuldigd met 1/e. Hierdoor ontstaat de grafiek van $g_C(x)$ voor een waarde van C.

Vraag 6. Bereken exact deze waarde van c.

Verticaal vermenigvuldigen met factor e geeft functie keer e, dus: $\mathrm{e}\cdot\dfrac{1+\ln x}{x}$

Hierna horizontaal vermenigvuldigen met 1/e, dan x vervangen door ex

omgekeerde

geeft functie:

2013-II Vermenigvuldigen in horizontale en verticale richting

Gegeven zijn de functies: $f(x) = \dfrac{1 + \ln x}{x}$ en $g_C(x) = \dfrac{C + \ln x}{x}$

f wordt t.o.v. de x-as met e vermenigvuldigd ; daarna wordt de zo verkregen grafiek t.o.v. de y-as vermenigvuldigd met 1/e. Hierdoor ontstaat de grafiek van $g_C(x)$ voor een waarde van C.

Vraag 6. Bereken exact deze waarde van c.

Verticaal vermenigvuldigen met factor e geeft functie keer e, dus: $\mathrm{e} \cdot \dfrac{1 + \ln x}{x}$

Hierna horizontaal vermenigvuldigen met 1/e, dan x vervangen door ex

omgekeerde

geeft functie: $\mathrm{e} \cdot \dfrac{1 + \ln(\mathrm{e}\,x)}{(\mathrm{e}x)}$

Dit is te schrijven als:

2013-II Vermenigvuldigen in horizontale en verticale richting

Gegeven zijn de functies: $f(x) = \dfrac{1+\ln x}{x}$ en $g_C(x) = \dfrac{C+\ln x}{x}$

f wordt t.o.v. de x-as met e vermenigvuldigd ; daarna wordt de zo verkregen grafiek t.o.v. de y-as vermenigvuldigd met 1/e. Hierdoor ontstaat de grafiek van $g_C(x)$ voor een waarde van C.

Vraag 6. Bereken exact deze waarde van C.

Verticaal vermenigvuldigen met factor e geeft functie keer e, dus: $\mathrm{e} \cdot \dfrac{1+\ln x}{x}$

Hierna horizontaal vermenigvuldigen met 1/e, dan x vervangen door ex

geeft functie: $\mathrm{e} \cdot \dfrac{1+\ln(\mathrm{e}\,x)}{(\mathrm{e}x)}$

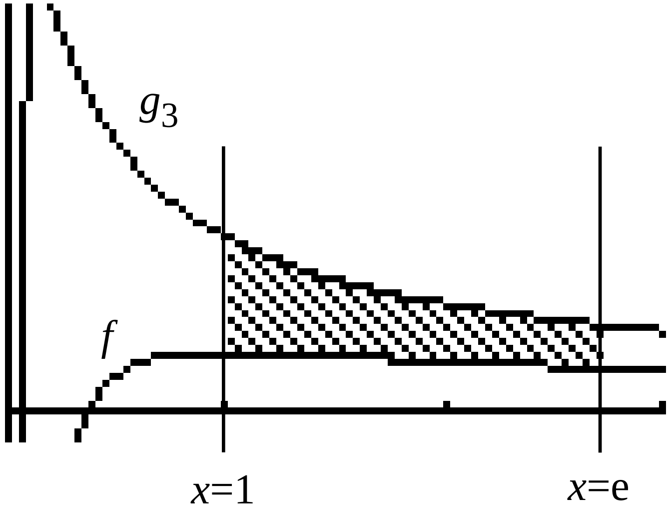
Dit is te schrijven als: $\cancel{\mathrm{e}} \cdot \dfrac{1+\ln(\mathrm{e}\,x)}{(\cancel{\mathrm{e}}x)} = \dfrac{1+\ln \mathrm{e} + \ln x}{x} = \dfrac{1+1+\ln x}{x} = \dfrac{2+\ln x}{x}$ dus $C = 2$

2013-II Vermenigvuldigen in horizontale en verticale richting

W is het vlakdeel ingesloten door de grafieken van

$$f(x) = \frac{1 + \ln x}{x} \quad \text{en} \quad g_3(x) = \frac{3 + \ln x}{x}$$

en de lijnen $x = 1$ en $x = \mathrm{e}$



Vraag 7. Bereken exact de oppervlakte van W.

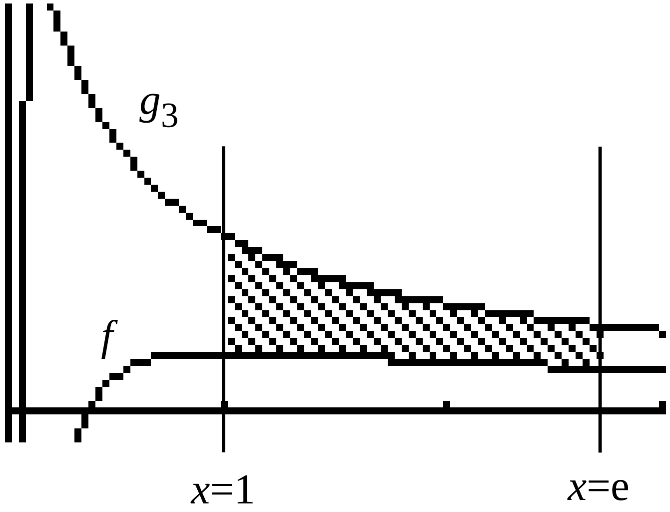
De oppervlakte is de integraal:

2013-II Vermenigvuldigen in horizontale en verticale richting

W is het vlakdeel ingesloten door de grafieken van

$$f(x) = \frac{1+\ln x}{x} \quad \text{en} \quad g_3(x) = \frac{3+\ln x}{x}$$

en de lijnen $x = 1$ en $x = e$



Vraag 7. Bereken exact de oppervlakte van W.

De oppervlakte is de integraal: $\int_1^e (g_3(x) - f(x))\,dx$

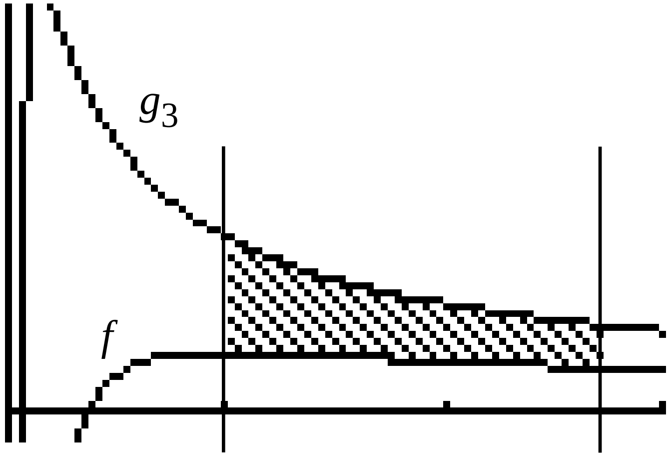
uitgewerkt tot:

2013-II Vermenigvuldigen in horizontale en verticale richting

W is het vlakdeel ingesloten door de grafieken van

$$f(x) = \frac{1+\ln x}{x} \quad \text{en} \quad g_3(x) = \frac{3+\ln x}{x}$$

en de lijnen $x = 1$ en $x = \mathrm{e}$



Vraag 7. Bereken exact de oppervlakte van W.

De oppervlakte is de integraal: $\int_1^{\mathrm{e}} (g_3(x) - f(x))\,\mathrm{d}x$

uitgewerkt tot: $\int_1^{\mathrm{e}} (\frac{3+\ln x}{x} - \frac{1+\ln x}{x})\,\mathrm{d}x$

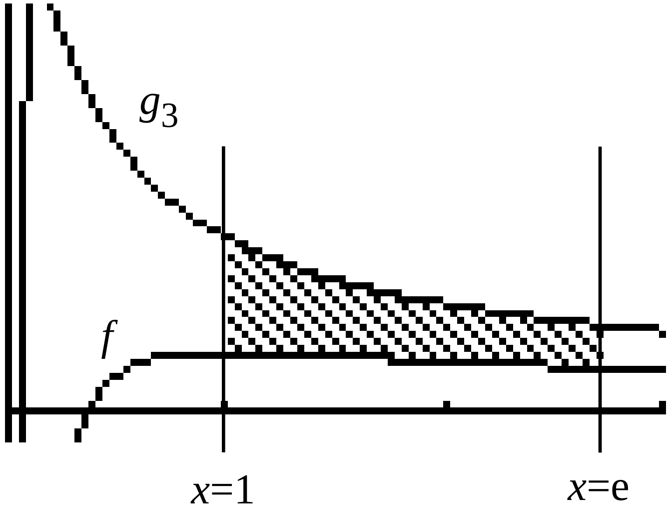
is gelijk aan:

2013-II Vermenigvuldigen in horizontale en verticale richting

W is het vlakdeel ingesloten door de grafieken van

$$f(x) = \frac{1+\ln x}{x} \quad \text{en} \quad g_3(x) = \frac{3+\ln x}{x}$$

en de lijnen $x = 1$ en $x = \mathrm{e}$



Vraag 7. Bereken exact de oppervlakte van W.

De oppervlakte is de integraal: $\int_1^{\mathrm{e}} (g_3(x) - f(x))\,\mathrm{d}x$

uitgewerkt tot: $\int_1^{\mathrm{e}} (\frac{3+\ln x}{x} - \frac{1+\ln x}{x})\,\mathrm{d}x$

is gelijk aan: $\int_1^{\mathrm{e}} (\frac{3+\ln x - 1 - \ln x}{x})\,\mathrm{d}x = \int_1^{\mathrm{e}} (\frac{2}{x})\,\mathrm{d}x$

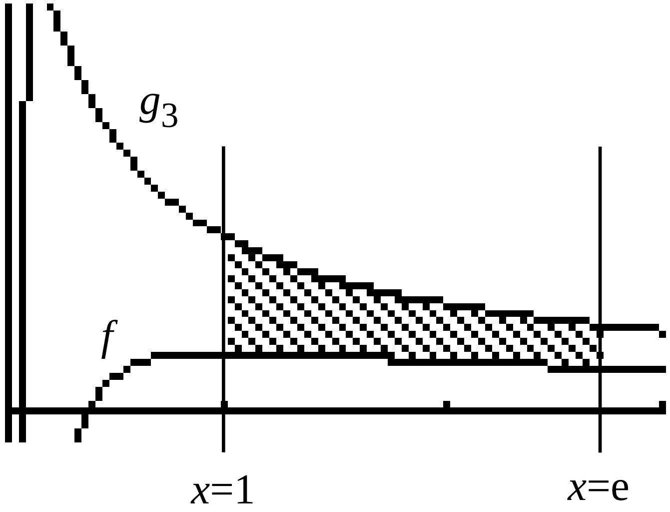
uitgewerkt tot:

2013-II Vermenigvuldigen in horizontale en verticale richting

W is het vlakdeel ingesloten door de grafieken van

$$f(x) = \frac{1+\ln x}{x} \quad \text{en} \quad g_3(x) = \frac{3+\ln x}{x}$$

en de lijnen $x = 1$ en $x = \mathrm{e}$



Vraag 7. Bereken exact de oppervlakte van W.

De oppervlakte is de integraal: $\int_1^{\mathrm{e}} (g_3(x) - f(x))\,\mathrm{d}x$

uitgewerkt tot: $\int_1^{\mathrm{e}} \left(\frac{3+\ln x}{x} - \frac{1+\ln x}{x}\right) \mathrm{d}x$

is gelijk aan: $\int_1^{\mathrm{e}} \left(\frac{3+\ln x - 1 - \ln x}{x}\right) \mathrm{d}x = \int_1^{\mathrm{e}} \left(\frac{2}{x}\right) \mathrm{d}x$

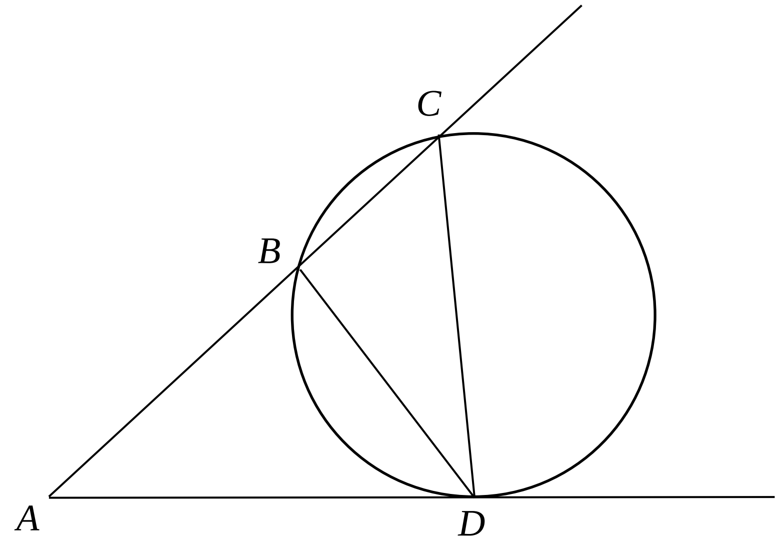
uitgewerkt tot: $\left[2\ln x\right]_1^{\mathrm{e}} = 2\ln \mathrm{e} - 2\ln 1 = 2$

2013-II Gelijke hoeken

Zie de figuur.
Een been van hoek A raakt de cirkel in D;
het andere been snijdt de cirkel in B en C.

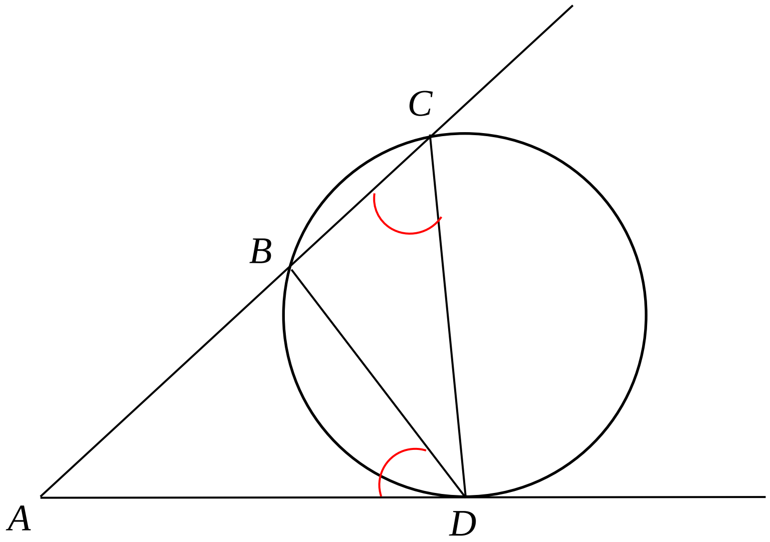
De driehoeken ABD en ADC zijn gelijkvormig.

Vraag 8. Bewijs dit.



2013-II Gelijke hoeken

Zie de figuur.
Een been van hoek *A* raakt de cirkel in *D*;
het andere been snijdt de cirkel in *B* en *C*.



De driehoeken *ABD* en *ADC* zijn gelijkvormig.

Vraag 8. Bewijs dit.

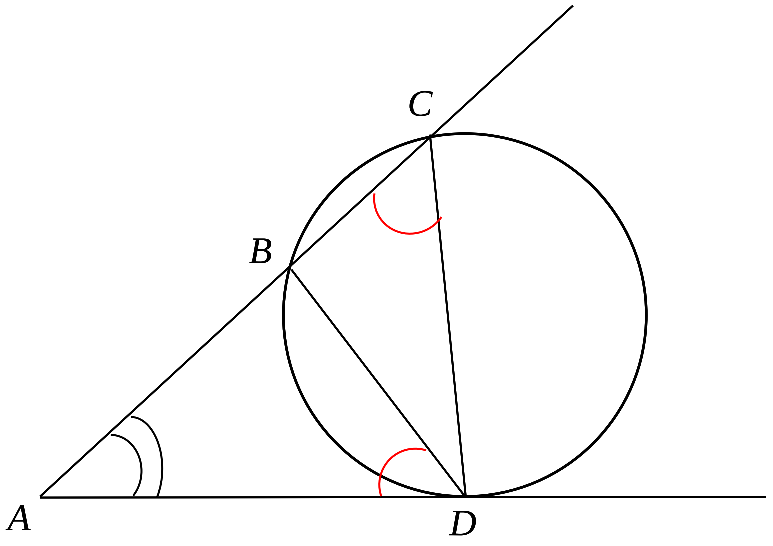
- hoek *ADB* = hoek *ACD* (*koorde-raaklijnstelling*)

2013-II Gelijke hoeken

Zie de figuur.
Een been van hoek A raakt de cirkel in D;
het andere been snijdt de cirkel in B en C.

De driehoeken ABD en ADC zijn gelijkvormig.

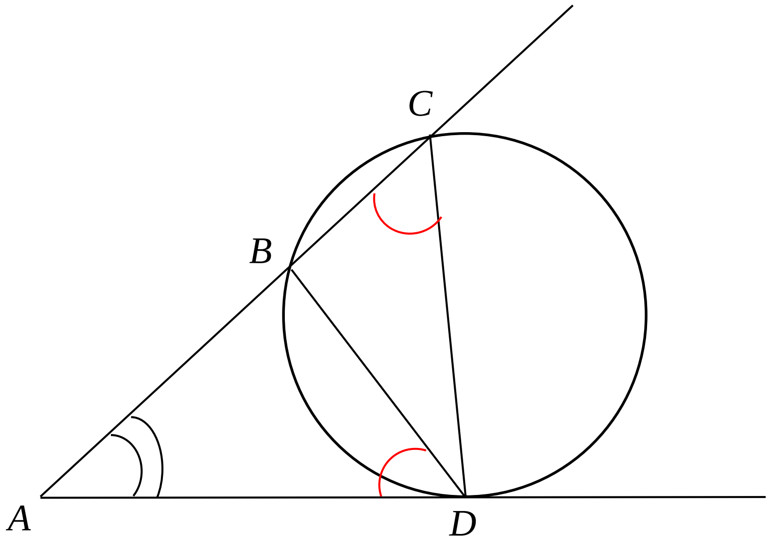
Vraag 8. Bewijs dit.



- hoek ADB = hoek ACD (*koorde-raaklijnstelling*)
- hoek A = hoek A

2013-II Gelijke hoeken

Zie de figuur.
Een been van hoek *A* raakt de cirkel in *D*;
het andere been snijdt de cirkel in *B* en *C*.



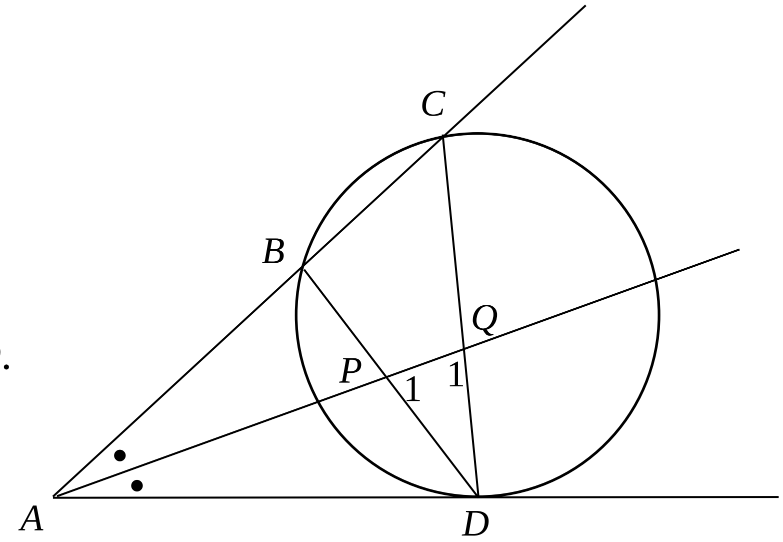
De driehoeken *ABD* en *ADC* zijn gelijkvormig.

Vraag 8. Bewijs dit.

- hoek *ADB* = hoek *ACD* (*koorde-raaklijnstelling*)
- hoek *A* = hoek *A*
- dus zijn driehoek *ABD* en *ADC* gelijkvormig (*geval hh*)

2013-II Gelijke hoeken

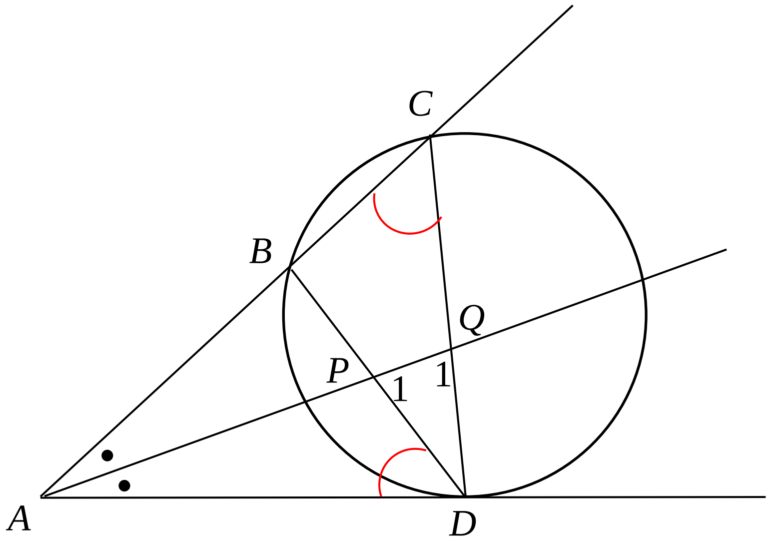
Zie de figuur.
Een been van hoek A raakt de cirkel in D;
het andere been snijdt de cirkel in B en C.
De driehoeken ABD en ADC zijn gelijkvormig.



De bissectrice van hoek A snijdt BD in P en CD in Q.

Vraag 9. Bewijs dat hoek PQD = hoek QPD.
(hoek $P1$ = hoek $Q1$)

2013-II Gelijke hoeken



Zie de figuur.
Een been van hoek *A* raakt de cirkel in *D*;
het andere been snijdt de cirkel in *B* en *C*.
De driehoeken *ABD* en *ADC* zijn gelijkvormig.

De bissectrice van hoek *A* snijdt *BD* in *P* en *CD* in *Q*.

Vraag 9. Bewijs dat hoek *PQD* = hoek *QPD*.
(hoek *P*1 = hoek *Q*1)

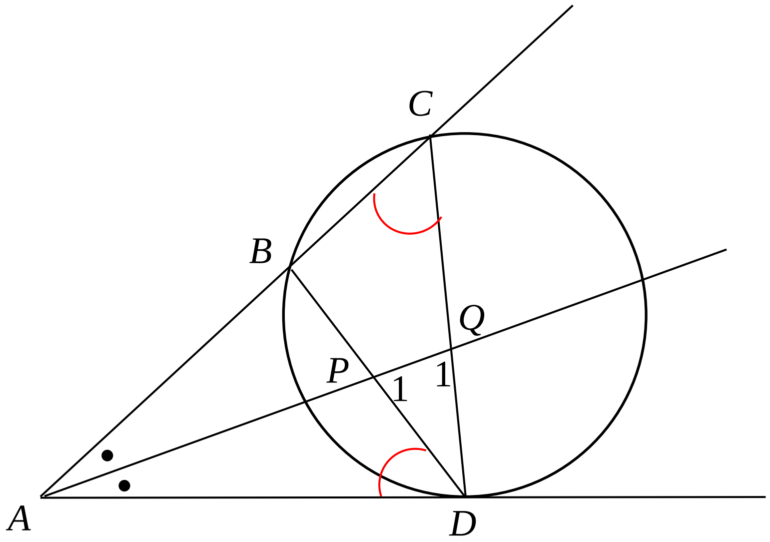
- Hoek *ADB* = hoek *ACD* (*koorde-raaklijn*, zie vorige vraag)

2013-II Gelijke hoeken

Zie de figuur.
Een been van hoek A raakt de cirkel in D;
het andere been snijdt de cirkel in B en C.
De driehoeken ABD en ADC zijn gelijkvormig.

De bissectrice van hoek A snijdt BD in P en CD in Q.

Vraag 9. Bewijs dat hoek PQD = hoek QPD.
(hoek $P1$ = hoek $Q1$)



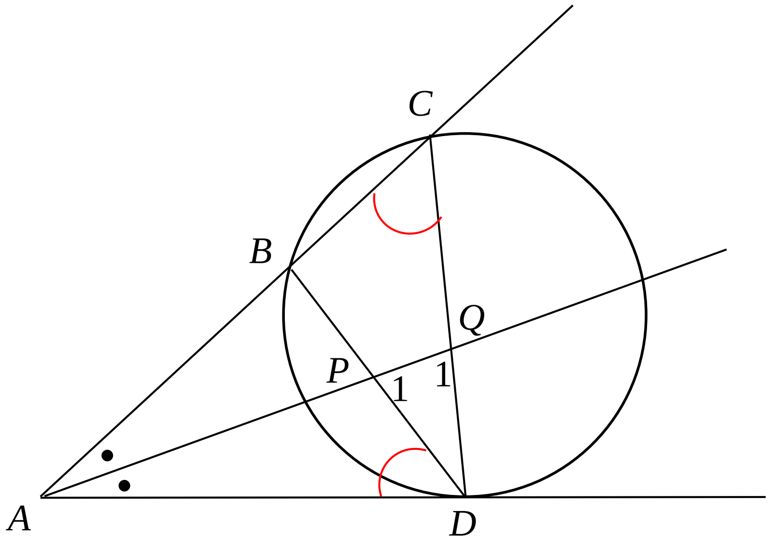
- Hoek ADB = hoek ACD (*koorde-raaklijn*, zie vorige vraag)
- Hoek $P1$ = ½ hoek A + hoek ADB (*buitenhoek*)

2013-II Gelijke hoeken

Zie de figuur.
Een been van hoek A raakt de cirkel in D;
het andere been snijdt de cirkel in B en C.
De driehoeken ABD en ADC zijn gelijkvormig.

De bissectrice van hoek A snijdt BD in P en CD in Q.

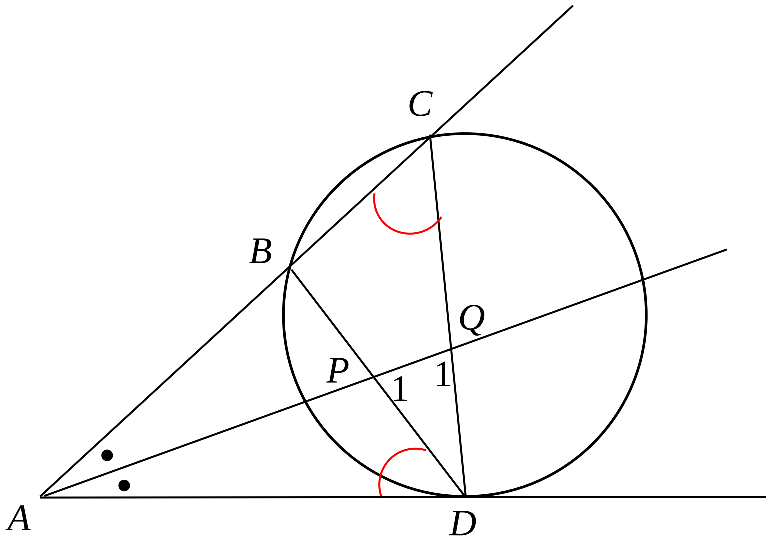
Vraag 9. Bewijs dat hoek PQD = hoek QPD.
(hoek $P1$ = hoek $Q1$)



- Hoek ADB = hoek ACD (*koorde-raaklijn*, zie vorige vraag)
- Hoek $P1$ = ½ hoek A + hoek ADB (*buitenhoek*)
- Hoek $Q1$ = ½ hoek A + hoek ACD (*buitenhoek*)

2013-II Gelijke hoeken

Zie de figuur.
Een been van hoek *A* raakt de cirkel in *D*;
het andere been snijdt de cirkel in *B* en *C*.
De driehoeken *ABD* en *ADC* zijn gelijkvormig.



De bissectrice van hoek *A* snijdt *BD* in *P* en *CD* in *Q*.

Vraag 9. Bewijs dat hoek *PQD* = hoek *QPD*.
(hoek *P*1 = hoek *Q*1)

- Hoek *ADB* = hoek *ACD* (*koorde-raaklijn*, zie vorige vraag)
- Hoek *P*1 = ½ hoek *A* + hoek *ADB* (*buitenhoek*)
- Hoek *Q*1 = ½ hoek *A* + hoek *ACD* (*buitenhoek*)
- Dus hoek *P*1 = hoek *Q*1.

2013-II vraag 10-11 Gonio: de verdubbelingsformules

Uit de somformules:

$$\sin(t+u) = \sin t \cos u + \cos t \sin u \; \ldots\ldots \; (1)$$

en

$$\cos(t+u) = \cos t \cos u - \sin t \sin u \; \ldots\ldots \; (2)$$

volgen de formules voor de dubbele hoek, door t gelijk te stellen aan u:

$$\sin(t+t) = \sin t \cos t + \cos t \sin t \quad \text{dus} \quad \boxed{\sin 2t = 2\sin t \cos t}$$

$$\cos(t+t) = \cos t \cos t - \sin t \sin t = \cos^2 t - \sin^2 t$$

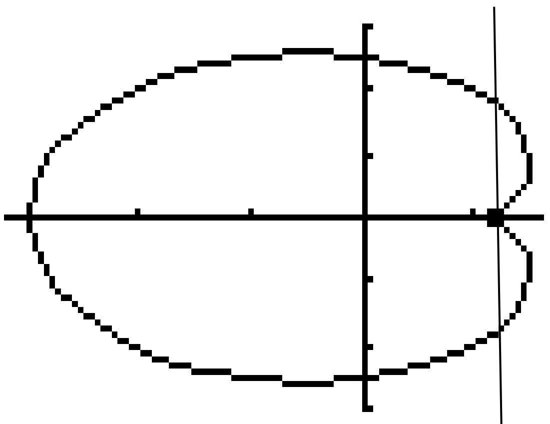
$$\cos^2 t = 1 - \sin^2 t$$

$$\sin^2 t = 1 - \cos^2 t$$

waaruit (m.b.v. Pythagoras) volgt:

$$\boxed{\cos(2t) = 2\cos^2 t - 1} \quad \text{en} \quad \boxed{\cos(2t) = 1 - 2\sin^2 t}$$

2013-II Een hartvormige kromme



Voor $0 \leq t \leq 2\pi$ wordt de beweging van een punt P beschreven door:

$$x(t) = \quad 2\cos t - \cos(2t)$$
$$y(t) = \quad 2\sin t - \sin(2t)$$

Vraag 10. Bereken exact de maximale waarde van de y-coördinaat van P.

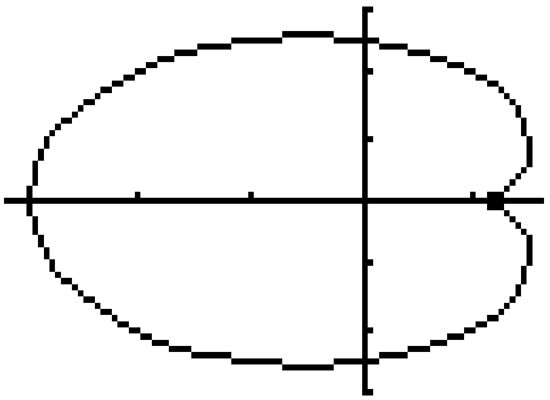
De lijn $x = 1$ snijdt de kromme behalve in (1, 0) ook in $(1, a)$ en $(1, -a)$ met $a > 0$.

Vraag 11. Bereken exact de waarde van a.

2013-II Een hartvormige kromme

Voor $0 \leq t \leq 2\pi$ wordt de beweging van een punt P beschreven door:

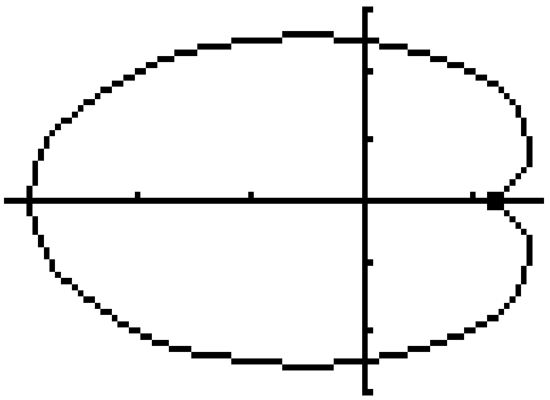
$$x(t) = 2\cos t - \cos(2t)$$
$$y(t) = 2\sin t - \sin(2t)$$



Vraag 10. Bereken exact de maximale waarde van de y-coördinaat van P.

$y\,'(t) =$

2013-II Een hartvormige kromme



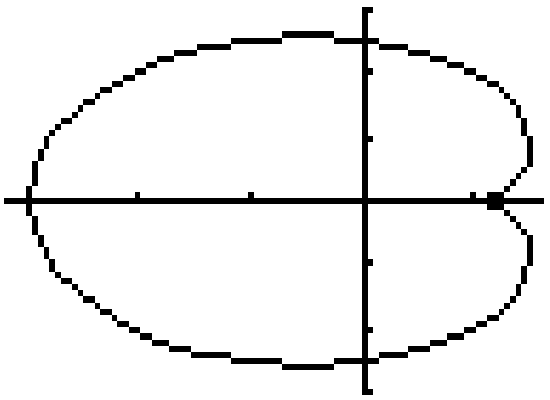
Voor $0 \leq t \leq 2\pi$ wordt de beweging van een punt P beschreven door:

$$x(t) = 2\cos t - \cos(2t)$$
$$y(t) = 2\sin t - \sin(2t)$$

Vraag 10. Bereken exact de maximale waarde van de y-coördinaat van P.

$y\,'(t) = 2\cos t - 2\cos 2t$ nulstellen geeft

2013-II Een hartvormige kromme



Voor $0 \leq t \leq 2\pi$ wordt de beweging van een punt *P* beschreven door:

$$x(t) = 2\cos t - \cos(2t)$$

$$y(t) = 2\sin t - \sin(2t)$$

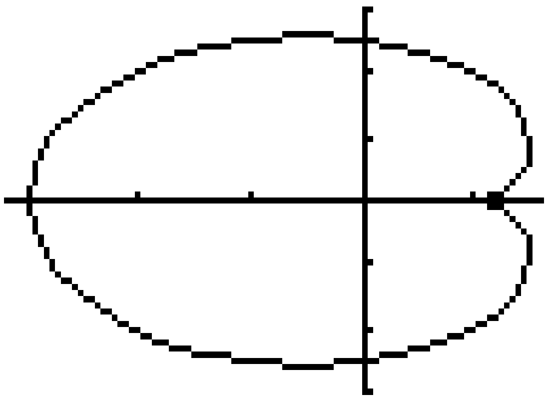
Vraag 10. Bereken exact de maximale waarde van de *y*-coördinaat van *P*.

$y'(t) = 2 \cos t - 2 \cos 2t$ nulstellen geeft $\cos t = \cos 2t$ dus

2013-II Een hartvormige kromme

Voor $0 \leq t \leq 2\pi$ wordt de beweging van een punt P beschreven door:

$$x(t) = 2\cos t - \cos(2t)$$
$$y(t) = 2\sin t - \sin(2t)$$



Vraag 10. Bereken exact de maximale waarde van de y-coördinaat van P.

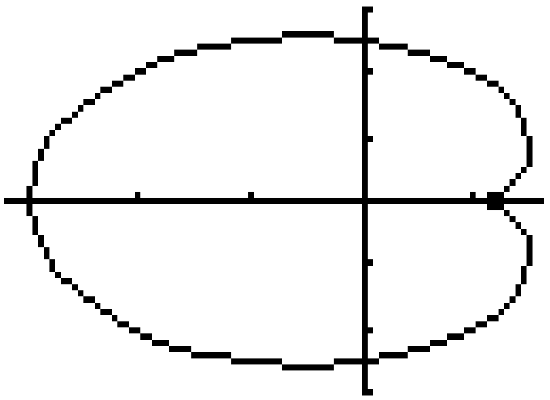
$y\,'(t) = 2\cos t - 2\cos 2t$ nulstellen geeft $\cos t = \cos 2t$ dus $t = \pm\, 2t + 2k\pi$

Voor . . . is de maximale y-waarde: . . .

2013-II Een hartvormige kromme

Voor $0 \le t \le 2\pi$ wordt de beweging van een punt P beschreven door:

$$x(t) = 2\cos t - \cos(2t)$$
$$y(t) = 2\sin t - \sin(2t)$$



Vraag 10. Bereken exact de maximale waarde van de y-coördinaat van P.

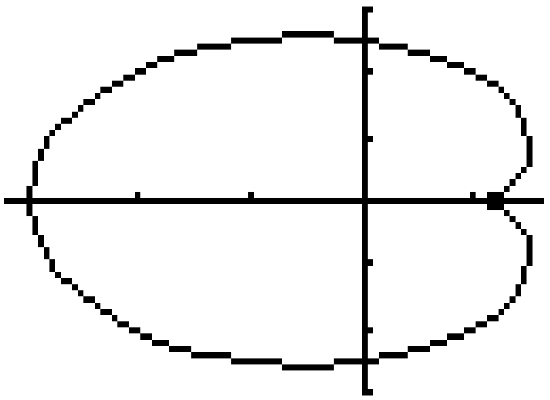
$y'(t) = 2\cos t - 2\cos 2t$ nulstellen geeft $\cos t = \cos 2t$ dus $t = \pm 2t + 2k\pi$

Voor $t = \frac{2}{3}\pi$ is de maximale y-waarde:

2013-II Een hartvormige kromme

Voor $0 \le t \le 2\pi$ wordt de beweging van een punt P beschreven door:

$$x(t) = 2\cos t - \cos(2t)$$
$$y(t) = 2\sin t - \sin(2t)$$



Vraag 10. Bereken exact de maximale waarde van de y-coördinaat van P.

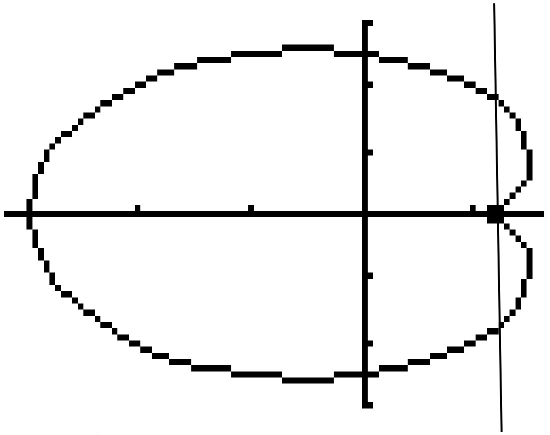
$y\,'(t) = 2\cos t - 2\cos 2t$ nulstellen geeft $\cos t = \cos 2t$ dus $t = \pm 2t + 2k\pi$

Voor $t = \frac{2}{3}\pi$ is de maximale y-waarde: $y(\frac{2}{3}\pi) = 2 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} - -\frac{1}{2}\sqrt{3} = 1\frac{1}{2}\sqrt{3}$

2013-II Een hartvormige kromme

Voor $0 \leq t \leq 2\pi$ wordt de beweging van een punt P beschreven door:

$$x(t) = \quad 2\cos t - \cos(2t)$$
$$y(t) = \quad 2\sin t - \sin(2t)$$



De lijn $x = 1$ snijdt de kromme behalve in (1, 0) ook in (1, a) en (1, – a) met $a > 0$.

Vraag 11. Bereken exact de waarde van a.

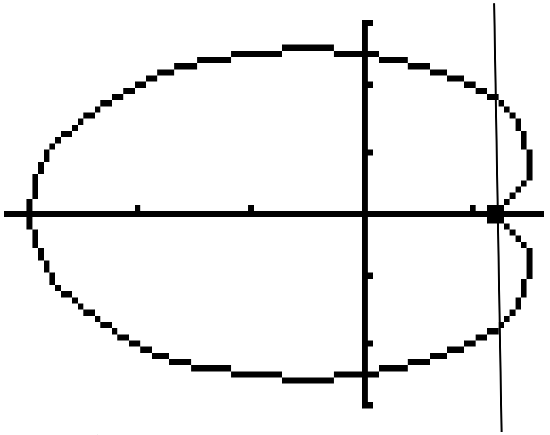
$x = 1$ geeft:

2013-II Een hartvormige kromme

Voor $0 \leq t \leq 2\pi$ wordt de beweging van een punt P beschreven door:

$$x(t) = 2\cos t - \cos(2t)$$

$$y(t) = 2\sin t - \sin(2t)$$



De lijn $x = 1$ snijdt de kromme behalve in (1, 0) ook in $(1, a)$ en $(1, -a)$ met $a > 0$.

Vraag 11. Bereken exact de waarde van a.

$x = 1$ geeft: $2\cos t - \cos(2t) = 1$

Gebruik de verdubbelingsformule: $\cos(2t) = 2\cos^2 t - 1$

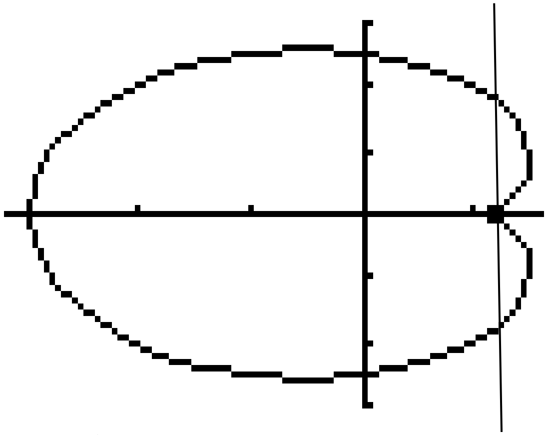
dat geeft:

2013-II Een hartvormige kromme

Voor $0 \leq t \leq 2\pi$ wordt de beweging van een punt P beschreven door:

$$x(t) = 2\cos t - \cos(2t)$$

$$y(t) = 2\sin t - \sin(2t)$$



De lijn $x = 1$ snijdt de kromme behalve in (1, 0) ook in (1, a) en (1, – a) met $a > 0$.

Vraag 11. Bereken exact de waarde van a.

$x = 1$ geeft: $2\cos t - \cos(2t) = 1$

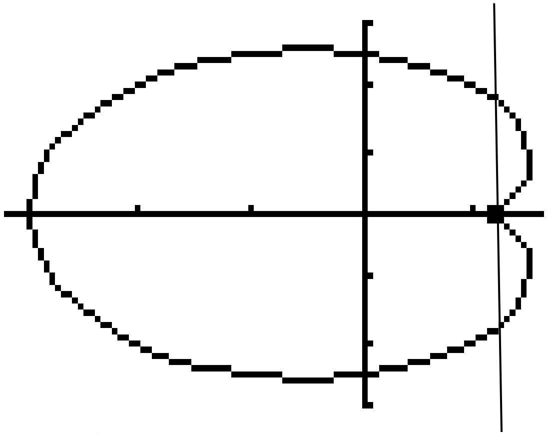
Gebruik de verdubbelingsformule: $\cos(2t) = 2\cos^2 t - 1$

dat geeft: $2\cos t - (2\cos^2 t - 1) = 1$

2013-II   Een hartvormige kromme

Voor $0 \le t \le 2\pi$ wordt de beweging van een punt P beschreven door:

$$x(t) = 2\cos t - \cos(2t)$$
$$y(t) = 2\sin t - \sin(2t)$$



De lijn $x = 1$ snijdt de kromme behalve in (1, 0) ook in (1, a) en (1, $-a$) met $a > 0$.

Vraag 11. Bereken exact de waarde van a.

$x = 1$ geeft: $2\cos t - \cos(2t) = 1$

Gebruik de verdubbelingsformule: $\cos(2t) = 2\cos^2 t - 1$

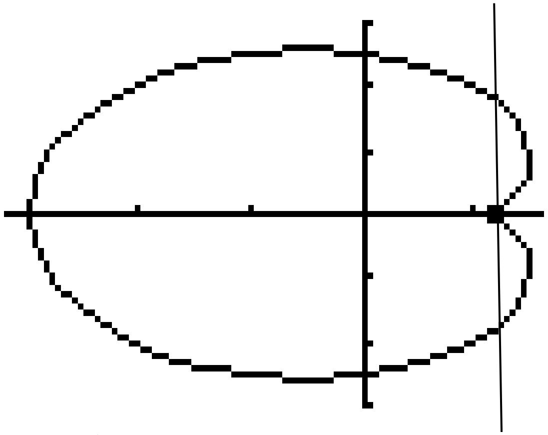
dat geeft: $2\cos t - (2\cos^2 t - 1) = 1$ $\cos t - \cos^2 t = 0$

Hieruit volgt:

2013-II Een hartvormige kromme

Voor $0 \le t \le 2\pi$ wordt de beweging van een punt P beschreven door:

$$x(t) = 2\cos t - \cos(2t)$$
$$y(t) = 2\sin t - \sin(2t)$$



x=1

De lijn $x = 1$ snijdt de kromme behalve in (1, 0) ook in (1, a) en (1, $-a$) met $a > 0$.

Vraag 11. Bereken exact de waarde van a.

$x = 1$ geeft: $2\cos t - \cos(2t) = 1$

Gebruik de verdubbelingsformule: $\cos(2t) = 2\cos^2 t - 1$

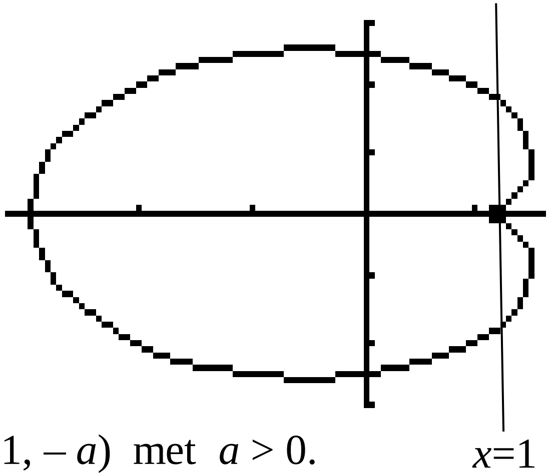
dat geeft: $2\cos t - (2\cos^2 t - 1) = 1$ $\quad \cos t - \cos^2 t = 0$ $\quad \cos t(1 - \cos t) = 0$

Hieruit volgt: $\cos t = 0$ of $\cos t = 1$ dus onder andere

2013-II Een hartvormige kromme

Voor $0 \leq t \leq 2\pi$ wordt de beweging van een punt P beschreven door:

$$x(t) = 2\cos t - \cos(2t)$$
$$y(t) = 2\sin t - \sin(2t)$$



De lijn $x = 1$ snijdt de kromme behalve in (1, 0) ook in $(1, a)$ en $(1, -a)$ met $a > 0$.

Vraag 11. Bereken exact de waarde van a.

$x = 1$ geeft: $2\cos t - \cos(2t) = 1$

Gebruik de verdubbelingsformule: $\cos(2t) = 2\cos^2 t - 1$

dat geeft: $2\cos t - (2\cos^2 t - 1) = 1$ $\quad \cos t - \cos^2 t = 0$ $\quad \cos t(1 - \cos t) = 0$

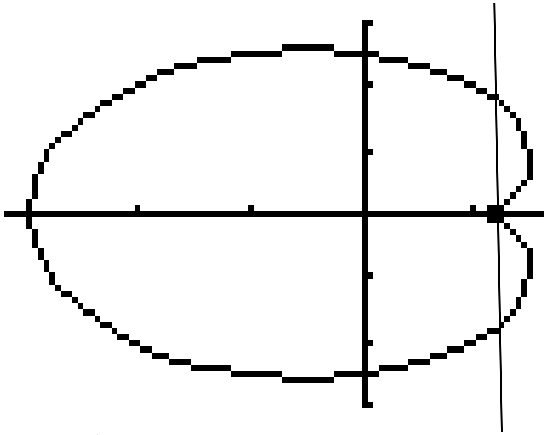
Hieruit volgt: $\cos t = 0$ of $\cos t = 1$ dus onder andere $t = ½\pi$ en $t = 1½\pi$

Uit de oplossingen $y = 2$ en $y = –2$ volgen de snijpunten:

2013-II Een hartvormige kromme

Voor $0 \leq t \leq 2\pi$ wordt de beweging van een punt P beschreven door:

$$x(t) = 2\cos t - \cos(2t)$$
$$y(t) = 2\sin t - \sin(2t)$$



De lijn $x = 1$ snijdt de kromme behalve in (1, 0) ook in $(1, a)$ en $(1, -a)$ met $a > 0$.

Vraag 11. Bereken exact de waarde van a.

$x = 1$ geeft: $2\cos t - \cos(2t) = 1$

Gebruik de verdubbelingsformule: $\cos(2t) = 2\cos^2 t - 1$

dat geeft: $2\cos t - (2\cos^2 t - 1) = 1$ $\quad \cos t - \cos^2 t = 0$ $\quad \cos t(1 - \cos t) = 0$

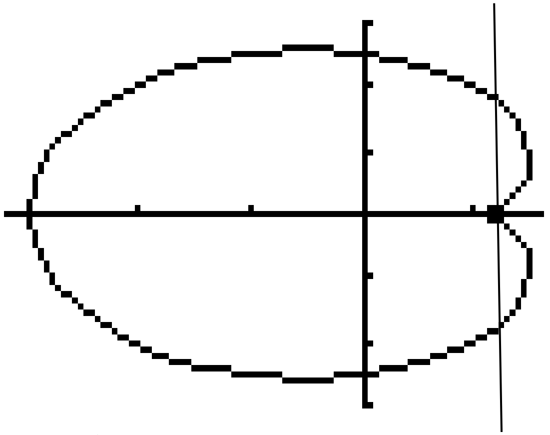
Hieruit volgt: $\cos t = 0$ of $\cos t = 1$ dus onder andere $t = ½\pi$ en $t = 1½\pi$

Uit de oplossingen $y = 2$ en $y = -2$ volgen de snijpunten: (1, 2) en (1, –2)

2013-II Een hartvormige kromme

Voor $0 \leq t \leq 2\pi$ wordt de beweging van een punt P beschreven door:

$$x(t) = 2\cos t - \cos(2t)$$
$$y(t) = 2\sin t - \sin(2t)$$



x=1

De lijn $x = 1$ snijdt de kromme behalve in (1, 0) ook in (1, a) en (1, – a) met $a > 0$.

Vraag 11. Bereken exact de waarde van a.

$x = 1$ geeft: $2\cos t - \cos(2t) = 1$

Gebruik de verdubbelingsformule: $\cos(2t) = 2\cos^2 t - 1$

dat geeft: $2\cos t - (2\cos^2 t - 1) = 1$ $\quad \cos t - \cos^2 t = 0$ $\quad \cos t(1 - \cos t) = 0$

Hieruit volgt: $\cos t = 0$ of $\cos t = 1$ dus onder andere $t = ½\pi$ en $t = 1½\pi$

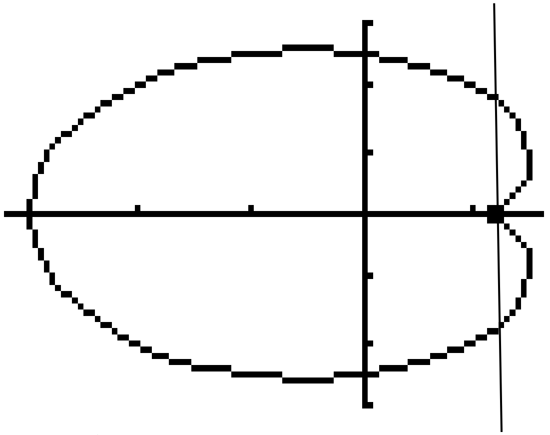
Uit de oplossingen $y = 2$ en $y = –2$ volgen de snijpunten: (1, 2) en (1, –2)
dus de exacte waarde van a is

2013-II Een hartvormige kromme

Voor $0 \leq t \leq 2\pi$ wordt de beweging van een punt P beschreven door:

$$x(t) = 2\cos t - \cos(2t)$$

$$y(t) = 2\sin t - \sin(2t)$$



De lijn $x = 1$ snijdt de kromme behalve in (1, 0) ook in (1, a) en (1, $-a$) met $a > 0$.

Vraag 11. Bereken exact de waarde van a.

$x = 1$ geeft: $2\cos t - \cos(2t) = 1$

Gebruik de verdubbelingsformule: $\cos(2t) = 2\cos^2 t - 1$

dat geeft: $2\cos t - (2\cos^2 t - 1) = 1$ $\quad \cos t - \cos^2 t = 0$ $\quad \cos t(1 - \cos t) = 0$

Hieruit volgt: $\cos t = 0$ of $\cos t = 1$ dus onder andere $t = \frac{1}{2}\pi$ en $t = 1\frac{1}{2}\pi$

Uit de oplossingen $y = 2$ en $y = -2$ volgen de snijpunten: (1, 2) en (1, –2)
dus de exacte waarde van a is: $a = 2$.

2013-II 12-14: Een contextsom over de leeftijd v/h zonnestelsel.

Datgene wat je gebruikt bij de beantwoording van de vragen is roodgedrukt. De rest is ‘ruis’ ….
Volgens sterrenkundigen zijn de meteorieten die op aarde terechtkomen tegelijk met ons zonnestelsel ontstaan.
Meteorieten bestaan onder andere uit de stoffen rubidium-87 (Rb-87), strontium-87 (Sr-87) en strontium-86 (Sr-86).
Het radioactieve Rb-87 vervalt tot Sr-87. De hoeveelheid Sr-86 verandert niet.
Om de leeftijd t (in jaren) van een meteoriet te bepalen gebruikt men de verhouding: $a(t) = \frac{\text{hoeveelheid Rb-87}}{\text{hoeveelheid Sr-86}}$ op tijdstip t

Deze verhouding verandert voortdurend vanaf het ontstaan van een meteoriet. Er geldt: $a(t) = a(0) \cdot e^{-\lambda t}$
Hierin is $\lambda = 1{,}42 \cdot 10^{-11}$ de vervalconstante per jaar.
De constante $a(0)$ is de verhouding tussen de hoeveelheden RB-87 en Sr-86 op $t = 0$.
Vraag 12. Bereken in hoeveel tijd de waarde van a gehalveerd wordt.
De waarde $a(0)$ is onbekend en verschilt per meteoriet. Daarom kunnen we de leeftijd van een meteoriet niet bepalen op grond van de gemeten waarde $a(t)$ alleen. Leeftijdsbepaling is wel mogelijk door naast $a(t)$ ook gebruik te maken van een tweede verhouding: $b(t) = \frac{\text{hoeveelheid Sr-87}}{\text{hoeveelheid Sr-86}}$ op tijdstip t Omdat Rb-87 vervalt tot Sr-87 en Sr-87 zelf niet vervalt, verandert de waarde van de **som** van $a(t)$ en $b(t)$ voor een bepaalde meteoriet niet in de loop der tijd. Dit betekent dat $a(t) + b(t) = a(0) + b(0)$ voor elke $t \geq 0$.
Vraag 13. Toon aan dat hieruit en uit $a(t) = a(0) \cdot e^{-\lambda t}$ volgt: $b(0) = b(t) + (1 - e^{\lambda t})\, a(t)$
Voor twee even oude meteorieten, M1 en M2, zijn de waarden $a(t)$ en $b(t)$ bepaald waarbij t de leeftijd is.

	$a(t)$	$b(t)$
M1	0,60	0,739
M2	0,20	0,713

Door gebruik te maken van de aanname dat $b(0)$ voor elke meteoriet hetzelfde is kan hieruit de leeftijd van de meteorieten (en volgens de sterrenkundigen dus ook die van ons zonnestelsel) worden berekend.
Vraag 14. Bereken deze leeftijd.

2013-II 12-14: De leeftijd van ons zonnestelsel

Een contextsom. De benodigde getallen en formules zijn de volgende.
De leeftijd t (in jaren) van een meteoriet wordt berekend met $a(t) = a(0) \cdot e^{-\lambda t}$
waarbij $a(t)$ een bepaalde verhouding is tussen twee stoffen op tijdstip t en $\lambda = 1{,}42 \cdot 10^{-11}$.

Vraag 12. Bereken algebraïsch in hoeveel jaar de waarde van a gehalveerd is.

2013-II 12-14: De leeftijd van ons zonnestelsel

Een contextsom. De benodigde getallen en formules zijn de volgende.
De leeftijd t (in jaren) van een meteoriet wordt berekend met $a(t) = a(0) \cdot e^{-\lambda t}$
waarbij $a(t)$ een bepaalde verhouding is tussen twee stoffen op tijdstip t en $\lambda = 1{,}42 \cdot 10^{-11}$.

Vraag 12. Bereken algebraïsch in hoeveel jaar de waarde van a gehalveerd is.

Uit $a(t) = \frac{1}{2}\, a(0)$ volgt:

2013-II 12-14: De leeftijd van ons zonnestelsel

Een contextsom. De benodigde getallen en formules zijn de volgende.
De leeftijd t (in jaren) van een meteoriet wordt berekend met $a(t) = a(0) \cdot e^{-\lambda t}$
waarbij $a(t)$ een bepaalde verhouding is tussen twee stoffen op tijdstip t en $\lambda = 1{,}42 \cdot 10^{-11}$.

Vraag 12. Bereken algebraïsch in hoeveel jaar de waarde van a gehalveerd is.

Uit $a(t) = ½\, a(0)$ volgt: $e^{-\lambda t} = ½$ dus

2013-II 12-14: De leeftijd van ons zonnestelsel

Een contextsom. De benodigde getallen en formules zijn de volgende.
De leeftijd t (in jaren) van een meteoriet wordt berekend met $a(t) = a(0) \cdot e^{-\lambda t}$
waarbij $a(t)$ een bepaalde verhouding is tussen twee stoffen op tijdstip t en $\lambda = 1{,}42 \cdot 10^{-11}$.

Vraag 12. Bereken algebraïsch in hoeveel jaar de waarde van *a* gehalveerd is.

Uit $a(t) = ½\, a(0)$ volgt: $e^{-\lambda t} = ½$ dus $-\lambda t = \ln ½$ geeft $t = \ldots$

2013-II 12-14: De leeftijd van ons zonnestelsel

Een contextsom. De benodigde getallen en formules zijn de volgende.
De leeftijd t (in jaren) van een meteoriet wordt berekend met $a(t) = a(0) \cdot e^{-\lambda t}$
waarbij $a(t)$ een bepaalde verhouding is tussen twee stoffen op tijdstip t en $\lambda = 1{,}42 \cdot 10^{-11}$.

Vraag 12. Bereken algebraïsch in hoeveel jaar de waarde van a gehalveerd is.

Uit $a(t) = \frac{1}{2}\, a(0)$ volgt: $e^{-\lambda t} = \frac{1}{2}$ dus $-\lambda t = \ln \frac{1}{2}$ $t = \dfrac{\ln \frac{1}{2}}{-\lambda} = \dfrac{\ln \frac{1}{2}}{-1{,}42 \cdot 10^{-11}} \approx$ 49 miljard jaar

2013-II 12-14: De leeftijd van ons zonnestelsel

Een contextsom. De benodigde getallen en formules zijn de volgende.
De leeftijd t (in jaren) van een meteoriet wordt berekend met $a(t) = a(0) \cdot e^{-\lambda t}$ . . . (1)
waarbij $a(t)$ een bepaalde verhouding is tussen twee stoffen op tijdstip t en $\lambda = 1{,}42 \cdot 10^{-11}$.
Er is een tweede verhouding $b(t)$ van belang met de eigenschap dat
$a(t) + b(t) = a(0) + b(0)$ . . . (2)

Vraag 13. Toon aan dat uit (1) en (2) volgt: $b(t) + (1 - e^{\lambda t})\, a(t) = b(0)$

2013-II 12-14: De leeftijd van ons zonnestelsel

Een contextsom. De benodigde getallen en formules zijn de volgende.
De leeftijd t (in jaren) van een meteoriet wordt berekend met $a(t) = a(0) \cdot e^{-\lambda t}$ . . . (1)
waarbij $a(t)$ een bepaalde verhouding is tussen twee stoffen op tijdstip t en $\lambda = 1{,}42 \cdot 10^{-11}$.
Er is een tweede verhouding $b(t)$ van belang met de eigenschap dat
$a(t) + b(t) = a(0) + b(0)$ . . . (2)

Vraag 13. Toon aan dat uit (1) en (2) volgt: $b(t) + (1 - e^{\lambda t})\, a(t) = b(0)$

Uit (1) volgt: $a(0) = . . .$

2013-II 12-14: De leeftijd van ons zonnestelsel

Een contextsom. De benodigde getallen en formules zijn de volgende.
De leeftijd t (in jaren) van een meteoriet wordt berekend met $a(t) = a(0) \cdot e^{-\lambda t}$ . . . (1)
waarbij $a(t)$ een bepaalde verhouding is tussen twee stoffen op tijdstip t en $\lambda = 1{,}42 \cdot 10^{-11}$.
Er is een tweede verhouding $b(t)$ van belang met de eigenschap dat
$a(t) + b(t) = a(0) + b(0)$ . . . (2)

Vraag 13. Toon aan dat uit (1) en (2) volgt: $b(t) + (1 - e^{\lambda t})\, a(t) = b(0)$

Uit (1) volgt: $a(0) = a(t) \cdot e^{\lambda t}$

Uit (2) volgt: . . .

2013-II 12-14: De leeftijd van ons zonnestelsel

Een contextsom. De benodigde getallen en formules zijn de volgende.
De leeftijd t (in jaren) van een meteoriet wordt berekend met $a(t) = a(0)\cdot e^{-\lambda t}$ . . . (1)
waarbij $a(t)$ een bepaalde verhouding is tussen twee stoffen op tijdstip t en $\lambda = 1{,}42\cdot 10^{-11}$.
Er is een tweede verhouding $b(t)$ van belang met de eigenschap dat
$a(t) + b(t) = a(0) + b(0)$ . . . (2)

Vraag 13. Toon aan dat uit (1) en (2) volgt: $b(t) + (1 - e^{\lambda t})\, a(t) = b(0)$

Uit (1) volgt: $a(0) = a(t)\cdot e^{\lambda t}$

Uit (2) volgt: $a(t) + b(t) - a(t)\cdot e^{\lambda t} = b(0)$ dus $b(0) = \ldots$

2013-II 12-14: De leeftijd van ons zonnestelsel

Een contextsom. De benodigde getallen en formules zijn de volgende.
De leeftijd t (in jaren) van een meteoriet wordt berekend met $a(t) = a(0)\cdot e^{-\lambda t}$ . . . (1)
waarbij $a(t)$ een bepaalde verhouding is tussen twee stoffen op tijdstip t en $\lambda = 1{,}42\cdot 10^{-11}$.
Er is een tweede verhouding $b(t)$ van belang met de eigenschap dat
$a(t) + b(t) = a(0) + b(0)$ . . . (2)

Vraag 13. Toon aan dat uit (1) en (2) volgt: $b(t) + (1 - e^{\lambda t})\, a(t) = b(0)$

Uit (1) volgt: $a(0) = a(t)\cdot e^{\lambda t}$

Uit (2) volgt: $a(t) + b(t) - a(t)\cdot e^{\lambda t} = b(0)$ dus $b(0) = b(t) + (1 - e^{\lambda t})\, a(t)$

2013-II 12-14: De leeftijd van ons zonnestelsel

Twee even oude meteorieten, M1 en M2, hebben de volgende gegevens:

	$a(t)$	$b(t)$
M1	0,60	0,739
M2	0,20	0,713

Neem aan dat M1 en M2 dezelfde $b(0)$ hebben en dezelfde $\lambda = 1{,}42 \cdot 10^{-11}$.

Vraag 14. Bereken de leeftijd t van deze meteorieten, gebruikmakend van de vorige formule:

$b(0) = b(t) + (1 - e^{\lambda t})\, a(t)$.

2013-II 12-14: De leeftijd van ons zonnestelsel

Twee even oude meteorieten, M1 en M2, hebben de volgende gegevens:

	$a(t)$	$b(t)$
M1	0,60	0,739
M2	0,20	0,713

Neem aan dat M1 en M2 dezelfde $b(0)$ hebben en dezelfde $\lambda = 1{,}42 \cdot 10^{-11}$.

Vraag 14. Bereken de leeftijd t van deze meteorieten, gebruikmakend van de vorige formule:

$b(0) = b(t) + (1 - e^{\lambda t})\, a(t)$.

- $b(0) = 0{,}739 + (1 - e^{\lambda t})\, 0{,}60$

2013-II 12-14: De leeftijd van ons zonnestelsel

Twee even oude meteorieten, M1 en M2, hebben de volgende gegevens:

	$a(t)$	$b(t)$
M1	0,60	0,739
M2	0,20	0,713

Neem aan dat M1 en M2 dezelfde $b(0)$ hebben en dezelfde $\lambda = 1{,}42\cdot 10^{-11}$.

Vraag 14. Bereken de leeftijd t van deze meteorieten, gebruikmakend van de vorige formule:

$b(0) = b(t) + (1 - e^{\lambda t})\, a(t)$.

- $b(0) = 0{,}739 + (1 - e^{\lambda t})\, 0{,}60$
- $b(0) = 0{,}713 + (1 - e^{\lambda t})\, 0{,}20$

2013-II 12-14: De leeftijd van ons zonnestelsel

Twee even oude meteorieten, M1 en M2, hebben de volgende gegevens:

	$a(t)$	$b(t)$
M1	0,60	0,739
M2	0,20	0,713

Neem aan dat M1 en M2 dezelfde $b(0)$ hebben en dezelfde $\lambda = 1{,}42 \cdot 10^{-11}$.

Vraag 14. Bereken de leeftijd t van deze meteorieten, gebruikmakend van de vorige formule:

$b(0) = b(t) + (1 - e^{\lambda t})\, a(t)$.

- $b(0) = 0{,}739 + (1 - e^{\lambda t})\, 0{,}60$
- $b(0) = 0{,}713 + (1 - e^{\lambda t})\, 0{,}20$
- Gelijkstellen geeft: $0{,}739 + (1 - e^{\lambda t})\, 0{,}60 = 0{,}713 + (1 - e^{\lambda t})\, 0{,}20$ met $\lambda = 1{,}42 \cdot 10^{-11}$.

2013-II 12-14: De leeftijd van ons zonnestelsel

Twee even oude meteorieten, M1 en M2, hebben de volgende gegevens:

	$a(t)$	$b(t)$
M1	0,60	0,739
M2	0,20	0,713

Neem aan dat M1 en M2 dezelfde $b(0)$ hebben en dezelfde $\lambda = 1{,}42 \cdot 10^{-11}$.

Vraag 14. Bereken de leeftijd t van deze meteorieten, gebruikmakend van de vorige formule:

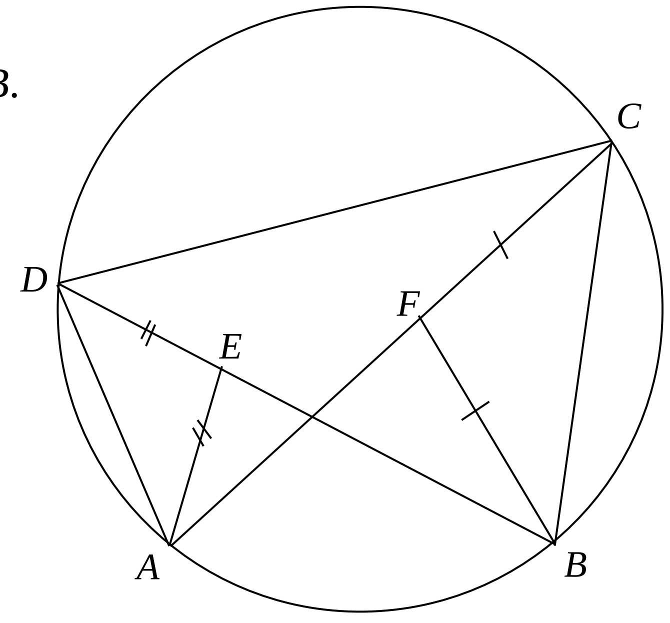
$b(0) = b(t) + (1 - e^{\lambda t})\, a(t)$.

- $b(0) = 0{,}739 + (1 - e^{\lambda t})\, 0{,}60$
- $b(0) = 0{,}713 + (1 - e^{\lambda t})\, 0{,}20$
- Gelijkstellen geeft: $0{,}739 + (1 - e^{\lambda t})\, 0{,}60 = 0{,}713 + (1 - e^{\lambda t})\, 0{,}20$ met $\lambda = 1{,}42 \cdot 10^{-11}$.
- Uitwerken tot: $0{,}426 = 0{,}4\, e^{\lambda t}$ met antwoord $\lambda t = 0{,}063$ met $t = 4{,}435$ miljard (jaar).

2013-II 15,16: Koordenvierhoek

Gegeven koordenvierhoek *ABCD*. *EA* = *ED* en *FC* = *FB*.

Vraag 15. Bewijs dat *A*, *B*, *F*, en *E* op een cirkel liggen.

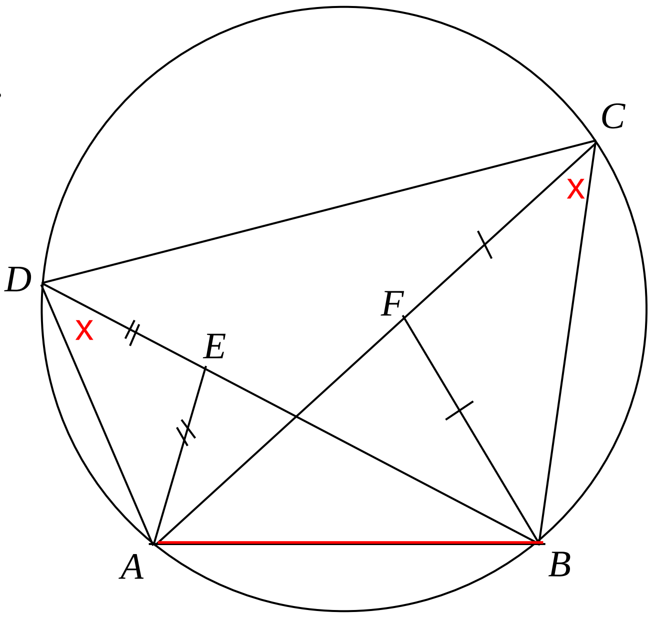


2013-II 15,16: Koordenvierhoek

Gegeven koordenvierhoek *ABCD*. $EA = ED$ en $FC = FB$.

Vraag 15. Bewijs dat *A*, *B*, *F*, en *E* op een cirkel liggen.

- $\angle ADB = \angle BCA = x$ (constante hoek op *AB*)

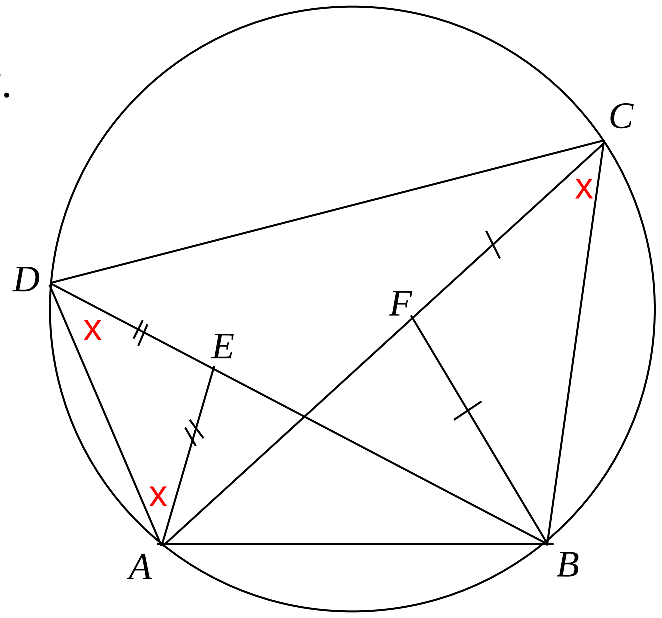


2013-II 15,16: Koordenvierhoek

Gegeven koordenvierhoek *ABCD*. *EA* = *ED* en *FC* = *FB*.

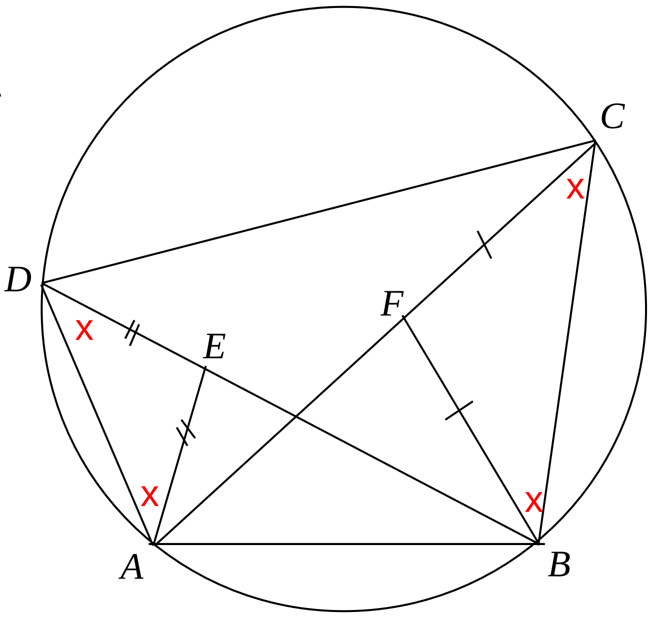
Vraag 15. Bewijs dat *A*, *B*, *F*, en *E* op een cirkel liggen.

- $\angle ADB = \angle BCA = x$ (constante hoek op *AB*)
- $\angle DAE = \angle ADE = x$ (gelijkbenige driehoek)



2013-II 15,16: Koordenvierhoek

Gegeven koordenvierhoek *ABCD*. *EA* = *ED* en *FC* = *FB*.



Vraag 15. Bewijs dat *A*, *B*, *F*, en *E* op een cirkel liggen.

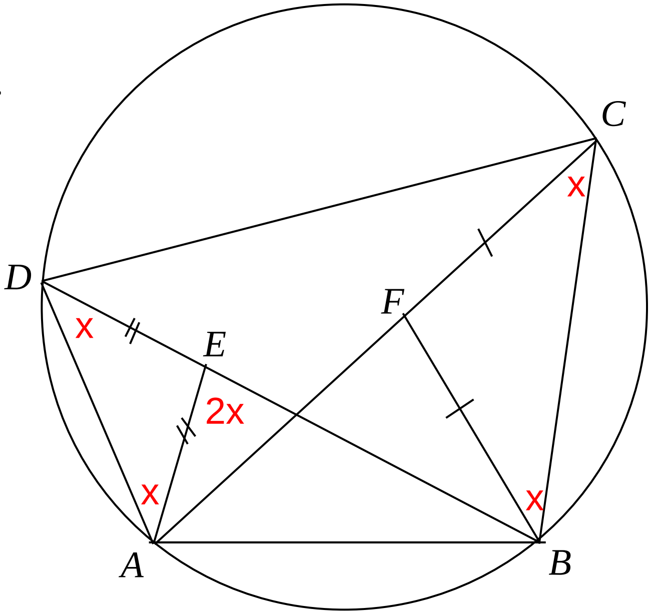
- $\angle ADB = \angle BCA = x$ (constante hoek op *AB*)
- $\angle DAE = \angle ADE = x$ (gelijkbenige driehoek)
- $\angle CBF = \angle BCF = x$ (gelijkbenige driehoek)

2013-II 15,16: Koordenvierhoek

Gegeven koordenvierhoek *ABCD*. $EA = ED$ en $FC = FB$.

Vraag 15. Bewijs dat *A*, *B*, *F*, en *E* op een cirkel liggen.

- $\angle ADB = \angle BCA = x$ (constante hoek op *AB*)
- $\angle DAE = \angle ADE = x$ (gelijkbenige driehoek)
- $\angle CBF = \angle BCF = x$ (gelijkbenige driehoek)
- $\angle AEB = 2x$ (buitenhoek van ΔADE)

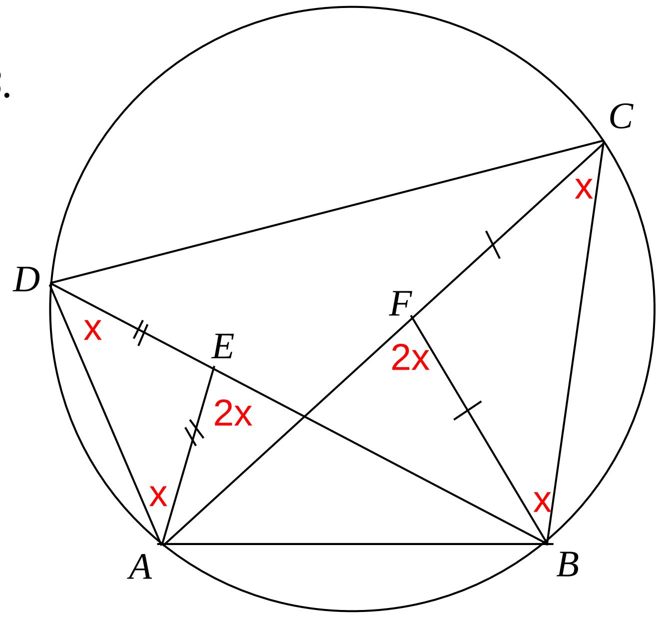


2013-II 15,16: Koordenvierhoek

Gegeven koordenvierhoek *ABCD*. $EA = ED$ en $FC = FB$.

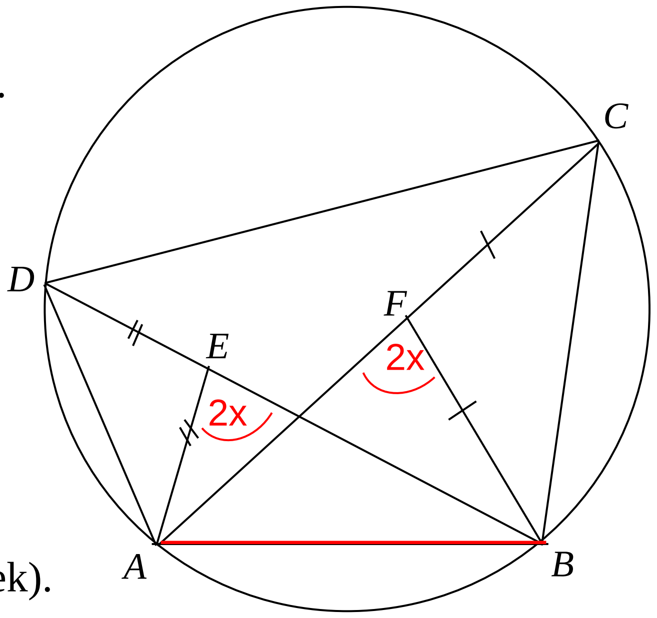
Vraag 15. Bewijs dat *A*, *B*, *F*, en *E* op een cirkel liggen.

- $\angle ADB = \angle BCA = x$ (constante hoek op *AB*)
- $\angle DAE = \angle ADE = x$ (gelijkbenige driehoek)
- $\angle CBF = \angle BCF = x$ (gelijkbenige driehoek)
- $\angle AEB = 2x$ (buitenhoek van ΔADE)
- $\angle AFB = 2x$ (buitenhoek van ΔBFC)



2013-II 15,16: Koordenvierhoek

Gegeven koordenvierhoek *ABCD*. $EA = ED$ en $FC = FB$.



Vraag 15. Bewijs dat *A*, *B*, *F*, en *E* op een cirkel liggen.

- $\angle ADB = \angle BCA = x$ (constante hoek op *AB*)
- $\angle DAE = \angle ADE = x$ (gelijkbenige driehoek)
- $\angle CBF = \angle BCF = x$ (gelijkbenige driehoek)
- $\angle AEB = 2x$ (buitenhoek van ΔADE)
- $\angle AFB = 2x$ (buitenhoek van ΔBFC)

- Dus *E* en *F* liggen met *A* en *B* op een cirkel (constante hoek).

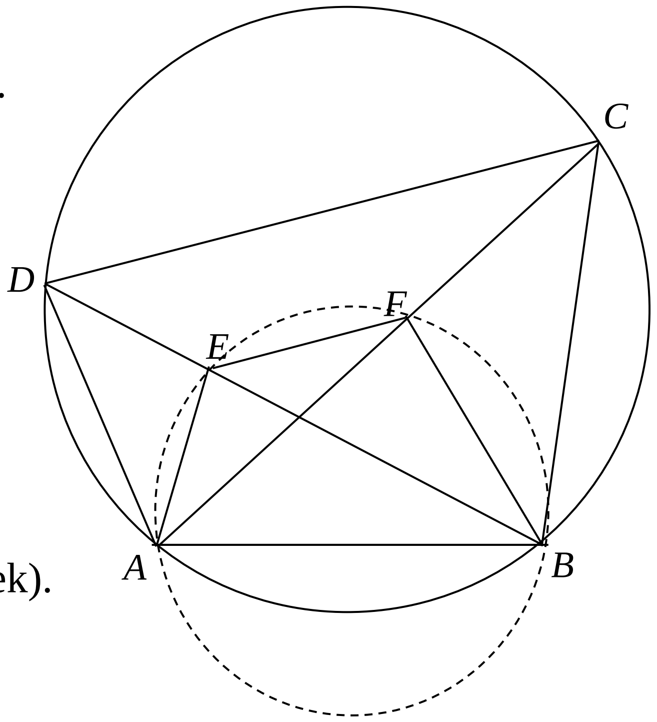
2013-II 15,16: Koordenvierhoek

Gegeven koordenvierhoek *ABCD*. *EA* = *ED* en *FC* = *FB*.

Vraag 15. Bewijs dat *A*, *B*, *F*, en *E* op een cirkel liggen.

- $\angle ADB = \angle BCA = x$ (constante hoek op *AB*)
- $\angle DAE = \angle ADE = x$ (gelijkbenige driehoek)
- $\angle CBF = \angle BCF = x$ (gelijkbenige driehoek)
- $\angle AEB = 2x$ (buitenhoek van ΔADE)
- $\angle AFB = 2x$ (buitenhoek van ΔBFC)

- Dus *E* en *F* liggen met *A* en *B* op een cirkel (constante hoek).



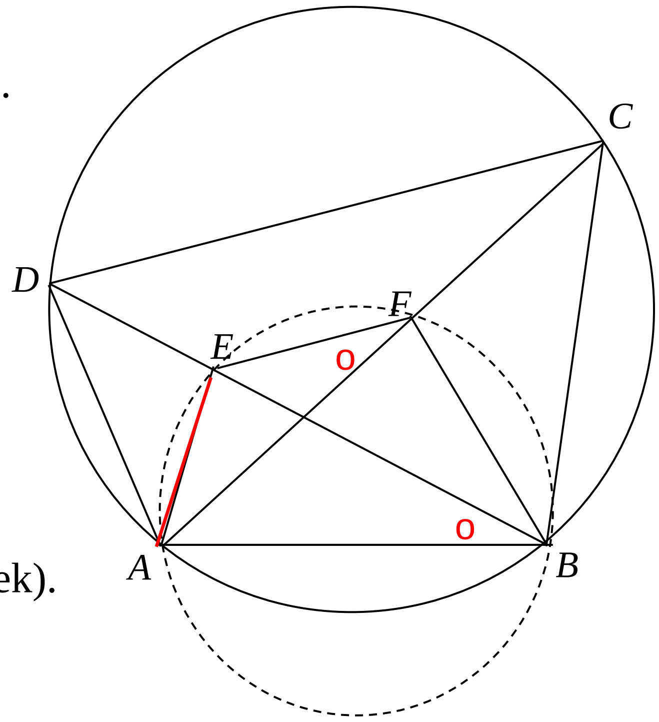
Vraag 16. Bewijs dat *EF* evenwijdig is aan *DC*.

2013-II 15,16: Koordenvierhoek

Gegeven koordenvierhoek *ABCD*. *EA* = *ED* en *FC* = *FB*.

Vraag 15. Bewijs dat *A*, *B*, *F*, en *E* op een cirkel liggen.

- $\angle ADB = \angle BCA = \text{x}$ (constante hoek op AB)
- $\angle DAE = \angle ADE = \text{x}$ (gelijkbenige driehoek)
- $\angle CBF = \angle BCF = \text{x}$ (gelijkbenige driehoek)
- $\angle AEB = 2\text{x}$ (buitenhoek van ΔADE)
- $\angle AFB = 2\text{x}$ (buitenhoek van ΔBFC)
- Dus *E* en *F* liggen met *A* en *B* op een cirkel (constante hoek).

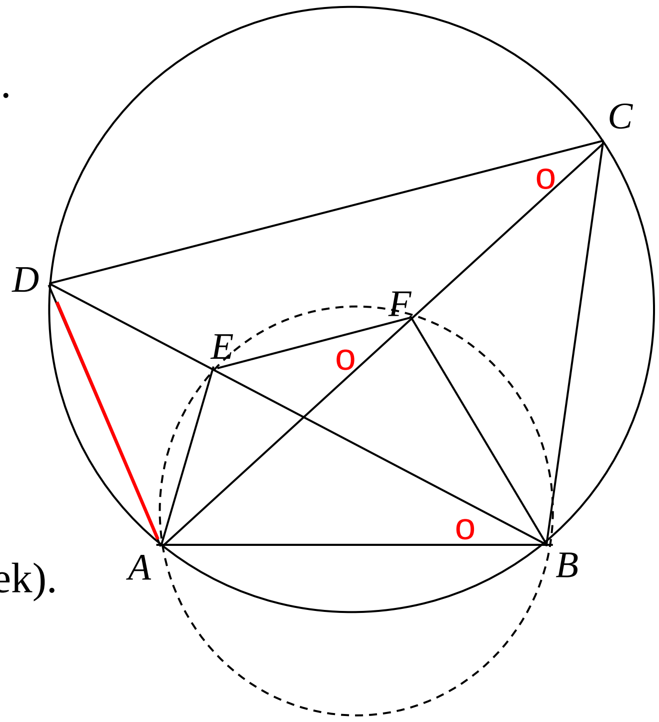


Vraag 16. Bewijs dat *EF* evenwijdig is aan *DC*.

- $\angle ABE = \angle AFE = \text{o}$ (constante hoek op AE in kleine cirkel)

2013-II 15,16: Koordenvierhoek

Gegeven koordenvierhoek *ABCD*. *EA* = *ED* en *FC* = *FB*.



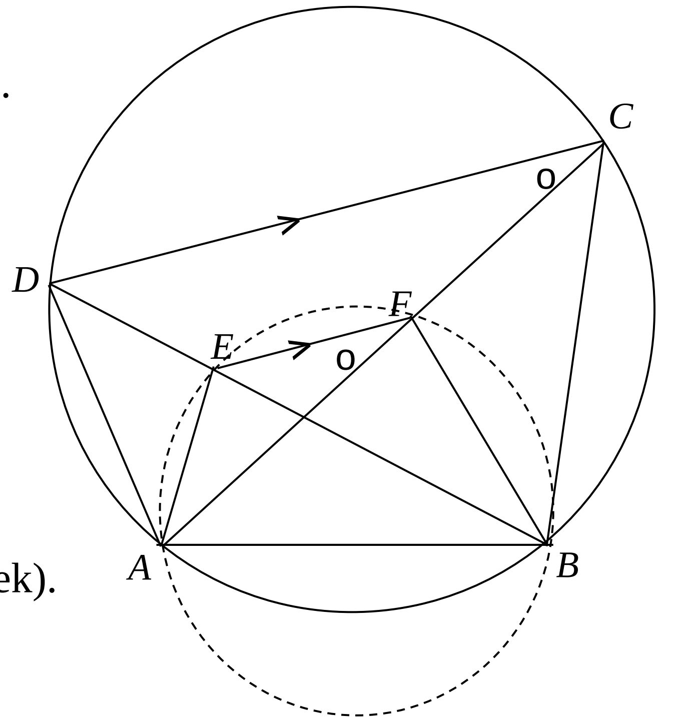
Vraag 15. Bewijs dat *A*, *B*, *F*, en *E* op een cirkel liggen.

- $\angle ADB = \angle BCA = \text{x}$ (constante hoek op *AB*)
- $\angle DAE = \angle ADE = \text{x}$ (gelijkbenige driehoek)
- $\angle CBF = \angle BCF = \text{x}$ (gelijkbenige driehoek)
- $\angle AEB = 2\text{x}$ (buitenhoek van ΔADE)
- $\angle AFB = 2\text{x}$ (buitenhoek van ΔBFC)
- Dus *E* en *F* liggen met *A* en *B* op een cirkel (constante hoek).

Vraag 16. Bewijs dat *EF* evenwijdig is aan *DC*.

- $\angle ABE = \angle AFE = \text{o}$ (constante hoek op *AE* in kleine cirkel)
- $\angle ABD = \angle ACD = \text{o}$ (constante hoek op *AD* in grote cirkel)

2013-II 15,16: Koordenvierhoek



Gegeven koordenvierhoek *ABCD*. $EA = ED$ en $FC = FB$.

Vraag 15. Bewijs dat *A*, *B*, *F*, en *E* op een cirkel liggen.

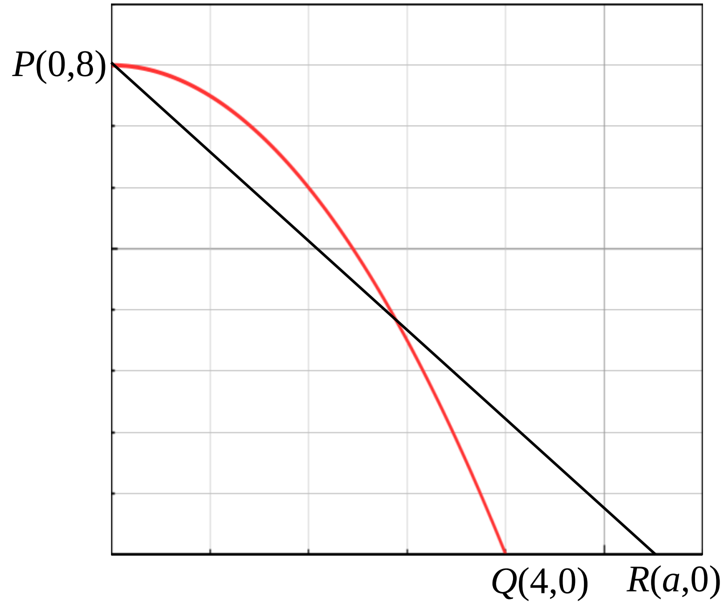
- $\angle ADB = \angle BCA = \text{x}$ (constante hoek op *AB*)
- $\angle DAE = \angle ADE = \text{x}$ (gelijkbenige driehoek)
- $\angle CBF = \angle BCF = \text{x}$ (gelijkbenige driehoek)
- $\angle AEB = 2\text{x}$ (buitenhoek van ΔADE)
- $\angle AFB = 2\text{x}$ (buitenhoek van ΔBFC)
- Dus *E* en *F* liggen met *A* en *B* op een cirkel (constante hoek).

Vraag 16. Bewijs dat *EF* evenwijdig is aan *DC*.

- $\angle ABE = \angle AFE = \text{o}$ (constante hoek op *AE* in kleine cirkel)
- $\angle ABD = \angle ACD = \text{o}$ (constante hoek op *AD* in grote cirkel)
- Dus $\angle ACD = \angle AFE$ $(= \text{o})$
- En dus is *EF* // *DC* (*F*-hoeken)

2013-II Eerste en derdegraadsfunctie

Gegeven is de grafiek van $f(x) = 8 - \frac{1}{2}x^2$ met de randpunten $P(0, 8)$ en $Q(4, 0)$. Verder is gegeven lijnstuk PR met $R(a, 0)$ met $a > 4$. Er is een waarde van a waarvoor de grafiek van f en het lijnstuk PR elkaar snijden in het midden van PR.



Vraag 17. Bereken a exact.

Vraag 18. Bereken voor welke a boog PQ gelijk is aan PR.

Booglengte $PQ = \int_0^4 \sqrt{1 + (f'(x))^2}\,\mathrm{d}x$

2013-II Eerste en derdegraadsfunctie

Gegeven is de grafiek van $f(x) = 8 - \frac{1}{2}x^2$ met de randpunten $P(0, 8)$ en $Q(4, 0)$. Verder is gegeven lijnstuk PR met $R(a, 0)$ met $a > 4$. Er is een waarde van a waarvoor de grafiek van f en het lijnstuk PR elkaar snijden in het midden van PR.

Vraag 17. Bereken a exact.

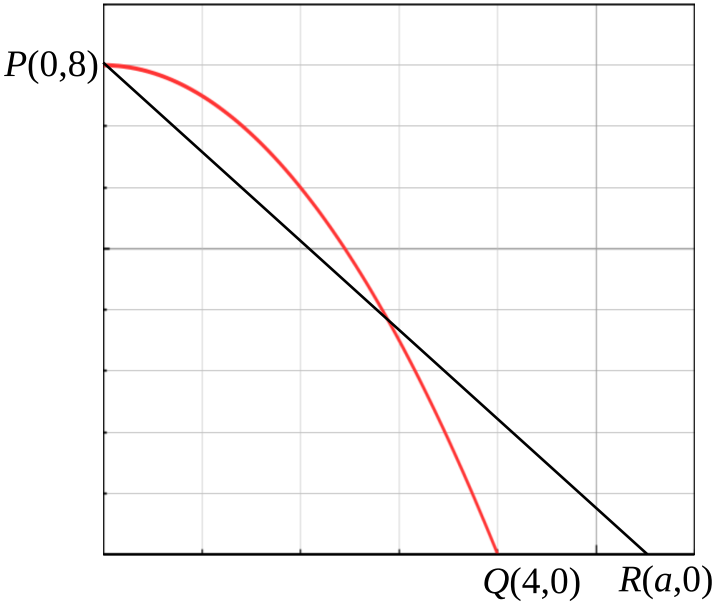
Vraag 18. Bereken voor welke a boog PQ gelijk is aan PR.

Booglengte $PQ = \int_0^4 \sqrt{1 + (f'(x))^2}\,\mathrm{d}x$

Vraag 17. Het midden van PR is . . .

2013-II Eerste en derdegraadsfunctie

Gegeven is de grafiek van $f(x) = 8 - ½x^2$ met de randpunten $P(0, 8)$ en $Q(4, 0)$. Verder is gegeven lijnstuk PR met $R(a, 0)$ met $a > 4$. Er is een waarde van a waarvoor de grafiek van f en het lijnstuk PR elkaar snijden in het midden van PR.



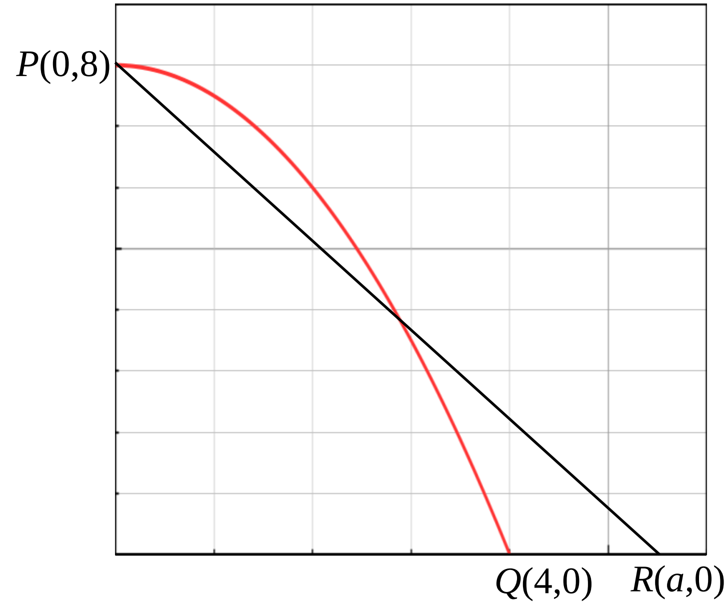
Vraag 17. Bereken a exact.

Vraag 18. Bereken voor welke a boog PQ gelijk is aan PR.

Booglengte $PQ = \int_0^4 \sqrt{1 + (f'(x))^2}\, dx$

Vraag 17. Het midden van PR is $(½a, 4)$ Dus moet gelden: $f(½a) = 4$.

2013-II Eerste en derdegraadsfunctie



Gegeven is de grafiek van $f(x) = 8 - ½x^2$ met de randpunten $P(0, 8)$ en $Q(4, 0)$. Verder is gegeven lijnstuk PR met $R(a, 0)$ met $a > 4$. Er is een waarde van a waarvoor de grafiek van f en het lijnstuk PR elkaar snijden in het midden van PR.

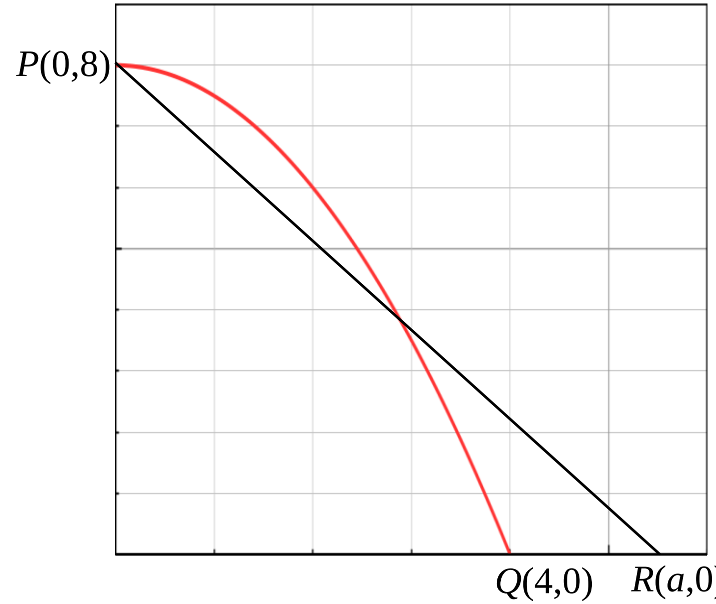
Vraag 17. Bereken a exact.

Vraag 18. Bereken voor welke a boog PQ gelijk is aan PR.

Booglengte $PQ = \int_0^4 \sqrt{1 + (f'(x))^2}\, dx$

Vraag 17. Het midden van PR is $(½a, 4)$ Dus moet gelden: $f(½a) = 4$.
Uit $8 - ½a^2 = 4$ volgt: . . .

2013-II Eerste en derdegraadsfunctie



Gegeven is de grafiek van $f(x) = 8 - ½x^2$ met de randpunten $P(0, 8)$ en $Q(4, 0)$. Verder is gegeven lijnstuk PR met $R(a, 0)$ met $a > 4$. Er is een waarde van a waarvoor de grafiek van f en het lijnstuk PR elkaar snijden in het midden van PR.

Vraag 17. Bereken a exact.

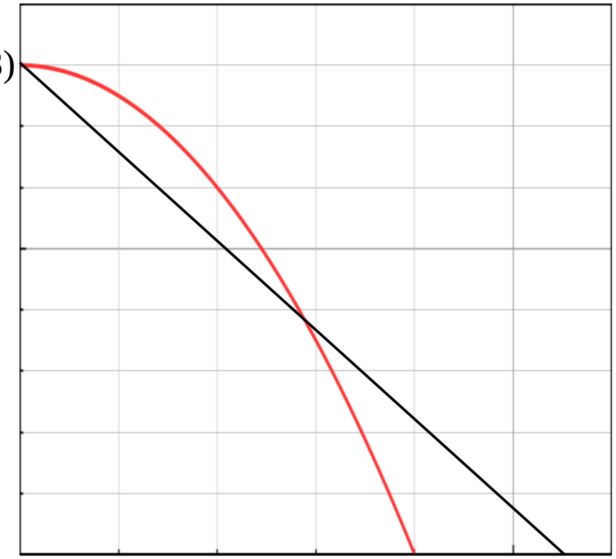
Vraag 18. Bereken voor welke a boog PQ gelijk is aan PR.

Booglengte $PQ = \int_0^4 \sqrt{1 + (f'(x))^2}\, dx$

Vraag 17. Het midden van PR is $(½a, 4)$ Dus moet gelden: $f(½a) = 4$.

Uit $8 - ½a^2 = 4$ volgt: $a^2 = 32$ dus $a = 4\sqrt{2}$

2013-II Eerste en derdegraadsfunctie



Gegeven is de grafiek van $f(x) = 8 - \frac{1}{2}x^2$ met de randpunten $P(0, 8)$ en $Q(4, 0)$. Verder is gegeven lijnstuk PR met $R(a, 0)$ met $a > 4$. Er is een waarde van a waarvoor de grafiek van f en het lijnstuk PR elkaar snijden in het midden van PR.

Vraag 17. Bereken a exact.

Vraag 18. Bereken voor welke a boog PQ gelijk is aan PR.

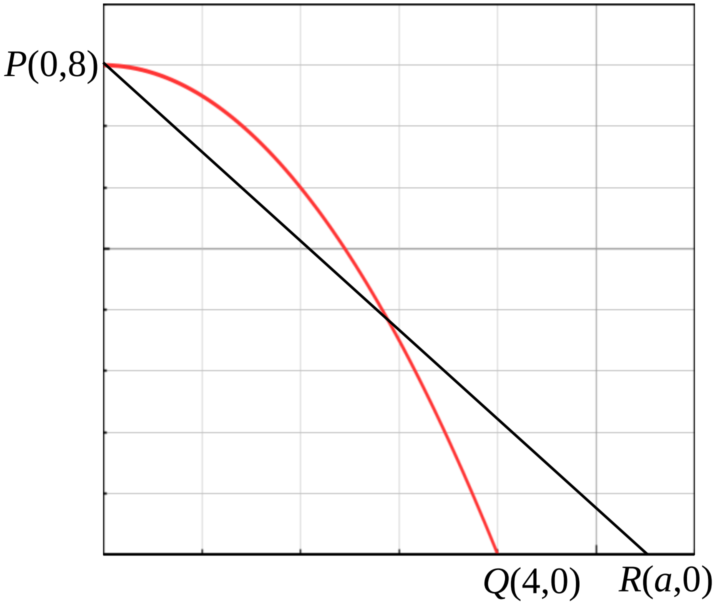
Booglengte $PQ = \int_0^4 \sqrt{1 + (f'(x))^2}\, dx$

Vraag 17. Het midden van PR is $(\frac{1}{2}a, 4)$ Dus moet gelden: $f(\frac{1}{2}a) = 4$.
Uit $8 - \frac{1}{2}a^2 = 4$ volgt: $a^2 = 32$ dus $a = 4\sqrt{2}$

Vraag 18. Via GR, bijv. fnInt(√(1+X², X, 0, 4) = 9.2936

2013-II Eerste en derdegraadsfunctie

Gegeven is de grafiek van $f(x) = 8 - ½x^2$ met de randpunten $P(0, 8)$ en $Q(4, 0)$. Verder is gegeven lijnstuk PR met $R(a, 0)$ met $a > 4$. Er is een waarde van a waarvoor de grafiek van f en het lijnstuk PR elkaar snijden in het midden van PR.



Vraag 17. Bereken a exact.

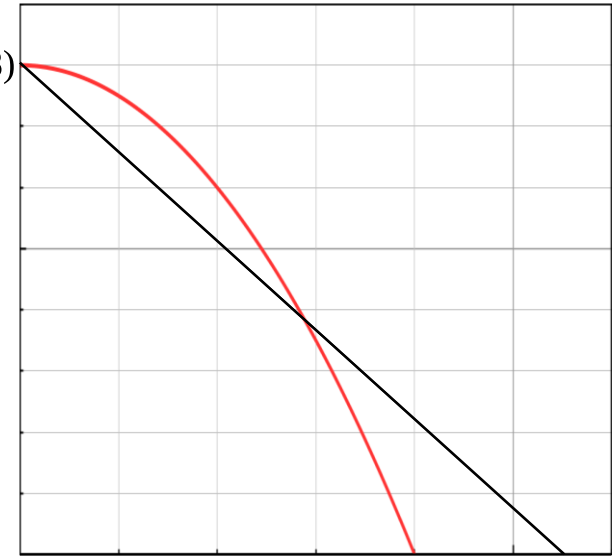
Vraag 18. Bereken voor welke a boog PQ gelijk is aan PR.

Booglengte $PQ = \int_0^4 \sqrt{1 + (f'(x))^2}\,dx$

Vraag 17. Het midden van PR is $(½a, 4)$ Dus moet gelden: $f(½a) = 4$.
Uit $8 - ½a^2 = 4$ volgt: $a^2 = 32$ dus $a = 4\sqrt{2}$

Vraag 18. Via GR, bijv. fnInt(√(1+X², X, 0, 4) = 9.2936
Lijnstuk PR is $\sqrt{(64 + a^2)}$ moet gelijk zijn aan 9,2936

2013-II Eerste en derdegraadsfunctie



Gegeven is de grafiek van $f(x) = 8 - \frac{1}{2}x^2$ met de randpunten $P(0, 8)$ en $Q(4, 0)$. Verder is gegeven lijnstuk PR met $R(a, 0)$ met $a > 4$. Er is een waarde van a waarvoor de grafiek van f en het lijnstuk PR elkaar snijden in het midden van PR.

Vraag 17. Bereken a exact.

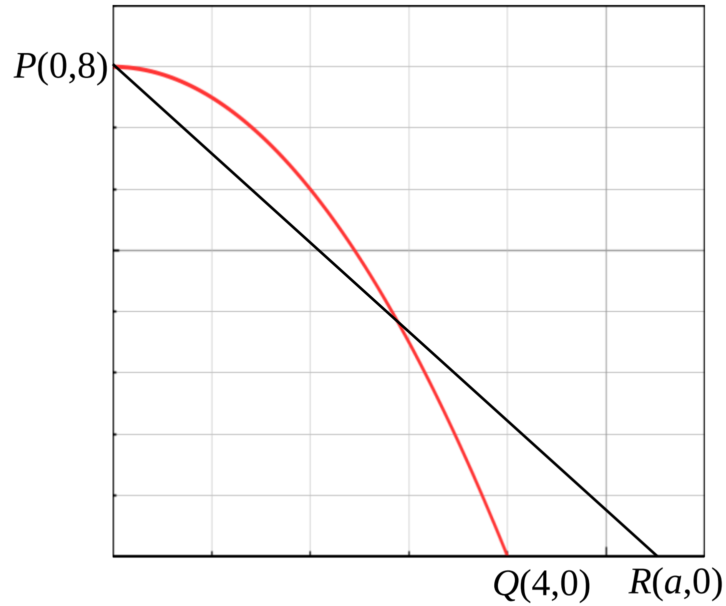
Vraag 18. Bereken voor welke a boog PQ gelijk is aan PR.

Booglengte $PQ = \int_0^4 \sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx$

Vraag 17. Het midden van PR is $(\frac{1}{2}a, 4)$ Dus moet gelden: $f(\frac{1}{2}a) = 4$.
Uit $8 - \frac{1}{2}a^2 = 4$ volgt: $a^2 = 32$ dus $a = 4\sqrt{2}$

Vraag 18. Via GR, bijv. fnInt(√(1+X^2, X, 0, 4) = 9.2936
Lijnstuk PR is $\sqrt{(64 + a^2)}$ moet gelijk zijn aan 9,2936
Uitgewerkt tot: . . .

2013-II Eerste en derdegraadsfunctie



Gegeven is de grafiek van $f(x) = 8 - \frac{1}{2}x^2$ met de randpunten $P(0, 8)$ en $Q(4, 0)$. Verder is gegeven lijnstuk PR met $R(a, 0)$ met $a > 4$. Er is een waarde van a waarvoor de grafiek van f en het lijnstuk PR elkaar snijden in het midden van PR.

Vraag 17. Bereken a exact.

Vraag 18. Bereken voor welke a boog PQ gelijk is aan PR.

Booglengte $PQ = \int_0^4 \sqrt{1 + (f'(x))^2}\,dx$

Vraag 17. Het midden van PR is $(\frac{1}{2}a, 4)$ Dus moet gelden: $f(\frac{1}{2}a) = 4$.
Uit $8 - \frac{1}{2}a^2 = 4$ volgt: $a^2 = 32$ dus $a = 4\sqrt{2}$

Vraag 18. Via GR, bijv. fnInt(√(1+X^2, X, 0, 4) = 9.2936
Lijnstuk PR is $\sqrt{(64 + a^2)}$ moet gelijk zijn aan 9,2936
Uitgewerkt tot: $64 + a^2 = 86{,}37$ met antwoord: $a \approx 4{,}73$.