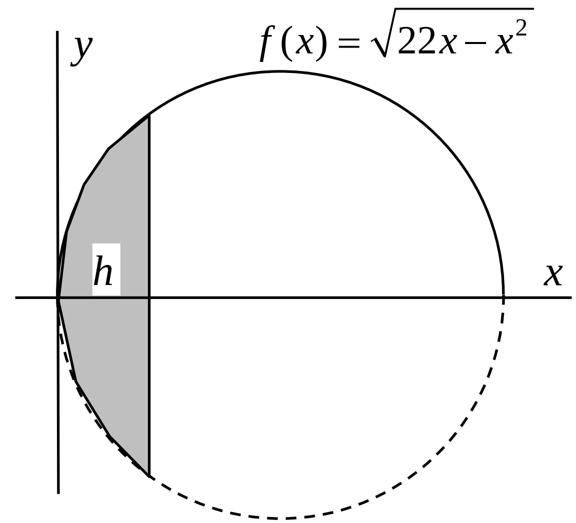
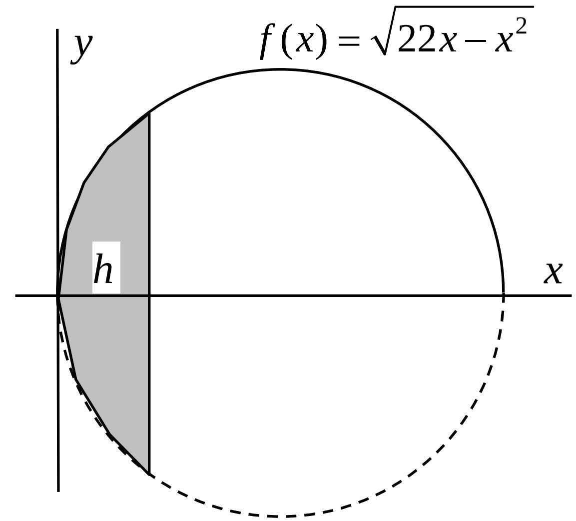
2014-I Bal in de sloot



Een bal met een straal van 11 cm blijft drijven. Het laagste punt van de bal zit h cm onder het wateroppervlak.
In de tekening is de bal een kwartslag gedraaid en is de formule gegeven van de halve cirkel die omgewenteld wordt om de x - as.

Vraag 1 Bewijs dat de inhoud I in cm^3 van het onder het water liggende deel gelijk is aan: $I = \pi h^2(11 - \frac{1}{3}h)$

2014-I Bal in de sloot

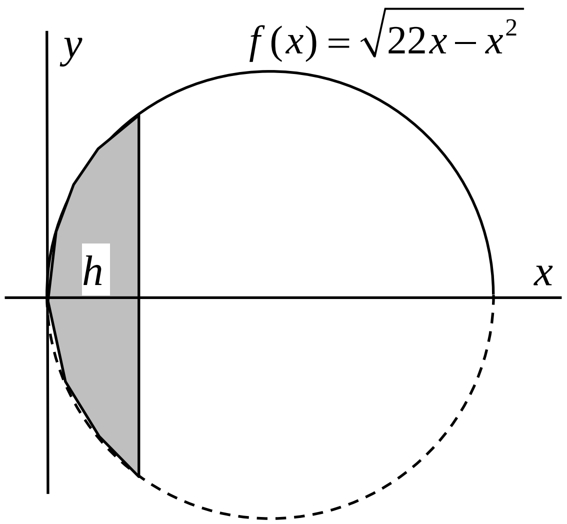


Een bal met een straal van 11 cm blijft drijven. Het laagste punt van de bal zit h cm onder het wateroppervlak.
In de tekening is de bal een kwartslag gedraaid en is de formule gegeven van de halve cirkel die omgewenteld wordt om de x - as.

Vraag 1 Bewijs dat de inhoud I in cm^3 van het onder het water liggende deel gelijk is aan: $I=\pi h^2(11-\frac{1}{3}h)$

Oplossing:
De formule voor de omwentelingsinhoud is:

2014-I Bal in de sloot

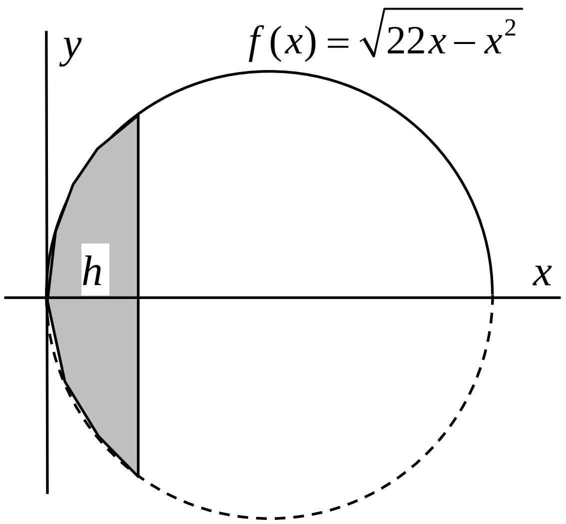


Een bal met een straal van 11 cm blijft drijven. Het laagste punt van de bal zit h cm onder het wateroppervlak.
In de tekening is de bal een kwartslag gedraaid en is de formule gegeven van de halve cirkel die omgewenteld wordt om de x - as.

Vraag 1 Bewijs dat de inhoud I in cm^3 van het onder het water liggende deel gelijk is aan: $I = \pi h^2 (11 - \frac{1}{3}h)$

Oplossing:
De formule voor de omwentelingsinhoud is: $\pi \int_0^h (f(x))^2 \, dx$

2014-I Bal in de sloot



Een bal met een straal van 11 cm blijft drijven. Het laagste punt van de bal zit *h* cm onder het wateroppervlak.
In de tekening is de bal een kwartslag gedraaid en is de formule gegeven van de halve cirkel die omgewenteld wordt om de *x* - as.

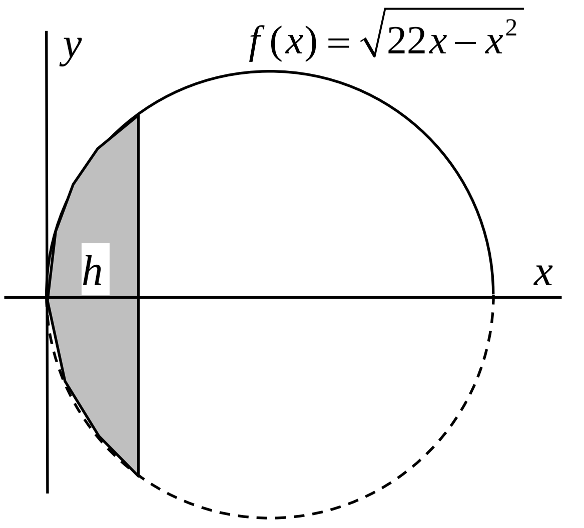
Vraag 1 Bewijs dat de inhoud I in cm^3 van het onder het water liggende deel gelijk is aan: $I = \pi h^2 (11 - \frac{1}{3} h)$

Oplossing:
De formule voor de omwentelingsinhoud is: $\pi \int_0^h (f(x))^2 \, dx$

Een primitieve van $22x - x^2$ is: $11x^2 - 1/3x^3$

Dus $I = \pi \int_0^h (22x - x^2) \, dx$

2014-I Bal in de sloot



Een bal met een straal van 11 cm blijft drijven. Het laagste punt van de bal zit h cm onder het wateroppervlak.
In de tekening is de bal een kwartslag gedraaid en is de formule gegeven van de halve cirkel die omgewenteld wordt om de x - as.

Vraag 1 Bewijs dat de inhoud I in cm^3 van het onder het water liggende deel gelijk is aan: $I = \pi h^2 (11 - \frac{1}{3}h)$

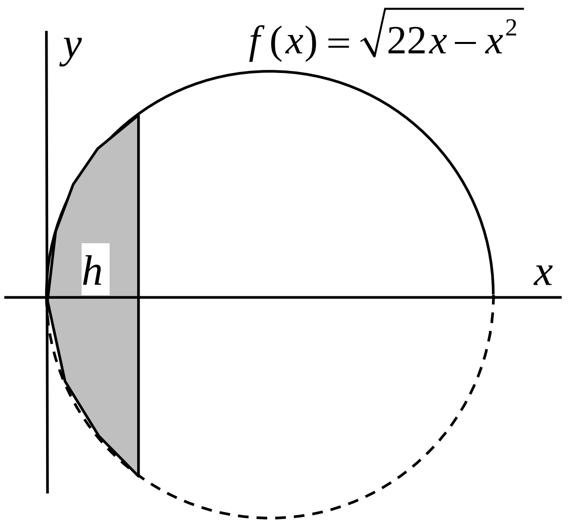
Oplossing:
De formule voor de omwentelingsinhoud is: $\pi \int_0^h (f(x))^2 \, dx$

Een primitieve van $22x - x^2$ is: $11x^2 - 1/3x^3$

Dus $I = \pi \int_0^h (22x - x^2) \, dx \quad = \pi(11h^2 - \frac{1}{3}h^3)$

2014-I Bal in de sloot

Een bal met een straal van 11 cm blijft drijven. Het laagste punt van de bal zit h cm onder het wateroppervlak.
In de tekening is de bal een kwartslag gedraaid en is de formule gegeven van de halve cirkel die omgewenteld wordt om de x - as.



Vraag 1 Bewijs dat de inhoud I in cm^3 van het onder het water liggende deel gelijk is aan: $I = \pi h^2 (11 - \frac{1}{3} h)$

Oplossing:
De formule voor de omwentelingsinhoud is: $\pi \int_0^h (f(x))^2 \, dx$

Een primitieve van $22x - x^2$ is: $11x^2 - 1/3x^3$

Dus $I = \pi \int_0^h (22x - x^2) \, dx \quad = \pi(11h^2 - \frac{1}{3} h^3) \quad = \pi h^2 (11 - \frac{1}{3} h)$

2014-I Bal in de sloot

De massa van de bal is 425 gram. Die massa is gelijk aan de massa van het weggedrukte water. Neem aan dat 1 cm^3 water een massa van 1 gram heeft.

Vraag 2. Bereken hoe diep de drijvende bal in het water ligt. Afronden op millimeters.

2014-I Bal in de sloot

De massa van de bal is 425 gram. Die massa is gelijk aan de massa van het weggedrukte water. Neem aan dat 1 cm^3 water een massa van 1 gram heeft.

Vraag 2. Bereken hoe diep de drijvende bal in het water ligt. Afronden op millimeters.

Oplossing. Er geldt: $\pi h^2(11 - h/3) = 425$

2014-I Bal in de sloot

De massa van de bal is 425 gram. Die massa is gelijk aan de massa van het weggedrukte water.
Neem aan dat 1 cm^3 water een massa van 1 gram heeft.

Vraag 2. Bereken hoe diep de drijvende bal in het water ligt. Afronden op millimeters.

Oplossing. Er geldt: $\pi h^2(11-h/3) = 425$

Oplossen met de GR. Bijvoorbeeld via Intersect.
Window $0 \leq X \leq 50$ $0 \leq Y \leq 1000$
$Y1 = \pi X^2(11-X/3)$ $Y2 = 425$

2014-I Bal in de sloot

De massa van de bal is 425 gram. Die massa is gelijk aan de massa van het weggedrukte water.
Neem aan dat 1 cm^3 water een massa van 1 gram heeft.

Vraag 2. Bereken hoe diep de drijvende bal in het water ligt. Afronden op millimeters.

Oplossing. Er geldt: $\pi h^2(11-h/3) = 425$

Oplossen met de GR. Bijvoorbeeld via Intersect.
Window $0 \leq X \leq 50$ $0 \leq Y \leq 1000$
$Y1 = \pi X^2(11-X/3)$ $Y2 = 425$

Geeft twee snijpunten: $X = 3{,}72$ en $X = 32{,}62$

2014-I Bal in de sloot

De massa van de bal is 425 gram. Die massa is gelijk aan de massa van het weggedrukte water.
Neem aan dat 1 cm^3 water een massa van 1 gram heeft.

Vraag 2. Bereken hoe diep de drijvende bal in het water ligt. Afronden op millimeters.

Oplossing. Er geldt: $\pi h^2(11-h/3) = 425$

Oplossen met de GR. Bijvoorbeeld via Intersect.
Window $0 \le X \le 50$ $0 \le Y \le 1000$
$Y1 = \pi X^2(11-X/3)$ $Y2 = 425$

Geeft twee snijpunten: X = 3,72 en X = 32,62
De laatste vervalt (is groter dan de middellijn van de bal).
Antwoord dus: h = 37 mm.

2014 - I bij vraag 3

Het woord ***primitieve*** bestaat eigenlijk alleen maar in het meervoud!

$f(x) = x^3$ heeft als primitieve bijvoorbeeld: $F(x) =$

$\frac{1}{4} x^4 + 5$

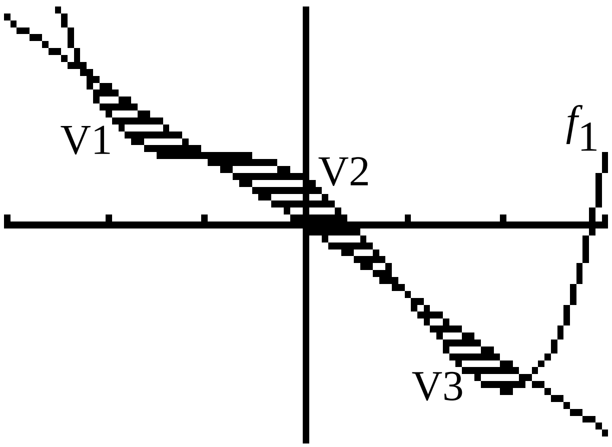
$\frac{1}{4} x^4 - 7\frac{1}{2}$

$\frac{1}{4} x^4 + \sqrt{\pi}$

$\frac{1}{4} x^4 + p$ enz.

Het is dus nooit 'de' primitieve maar altijd 'een' primitieve van . . .

2014-I Boven en onder een lijn

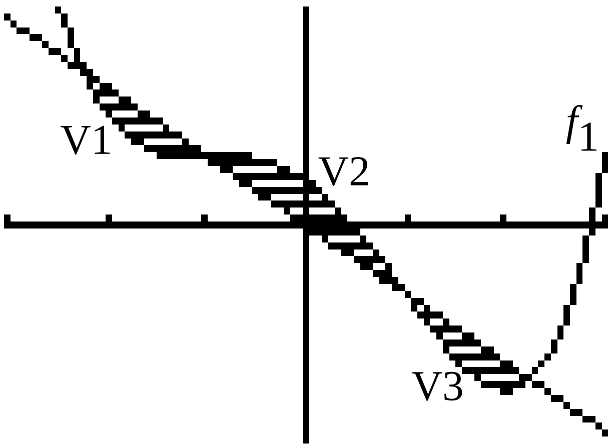


Gegeven is de tweede afgeleide van een functie $f_p(x)$ met $f_p''(x) = 12(x - p)(x + p)$

Er geldt: $f_p(x) = x^4 - 6p^2x^2 + ax + b$

Vraag 3. Toon dit aan met primitiveren.

2014-I Boven en onder een lijn



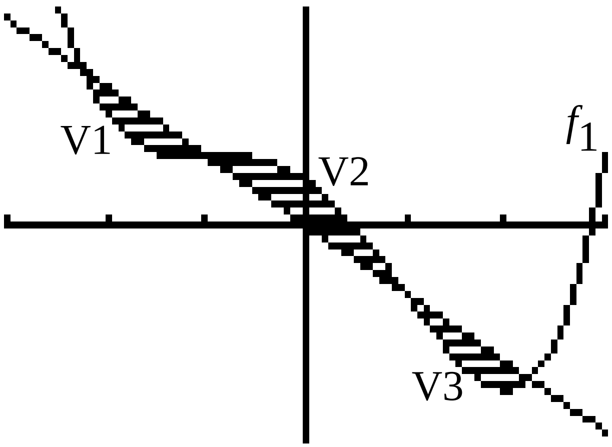
Gegeven is de tweede afgeleide van een functie $f_p(x)$ met
$f_p''(x) = 12(x - p)(x + p)$

Er geldt: $f_p(x) = x^4 - 6p^2x^2 + ax + b$

Vraag 3. Toon dit aan met primitiveren.

$f_p''(x) = 12(x - p)(x + p) = 12(x^2 - p^2) = 12x^2 - 12p^2$

2014-I Boven en onder een lijn



Gegeven is de tweede afgeleide van een functie $f_p(x)$ met
$f_p''(x) = 12(x - p)(x + p)$

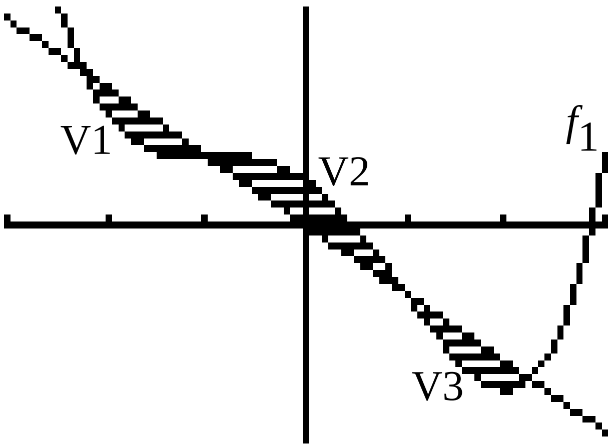
Er geldt: $f_p(x) = x^4 - 6p^2x^2 + ax + b$

Vraag 3. Toon dit aan met primitiveren.

$f_p''(x) = 12(x - p)(x + p) = 12(x^2 - p^2) = 12x^2 - 12p^2$

$f_p'(x) = \ldots$

2014-I Boven en onder een lijn



Gegeven is de tweede afgeleide van een functie $f_p(x)$ met
$f_p''(x) = 12(x - p)(x + p)$

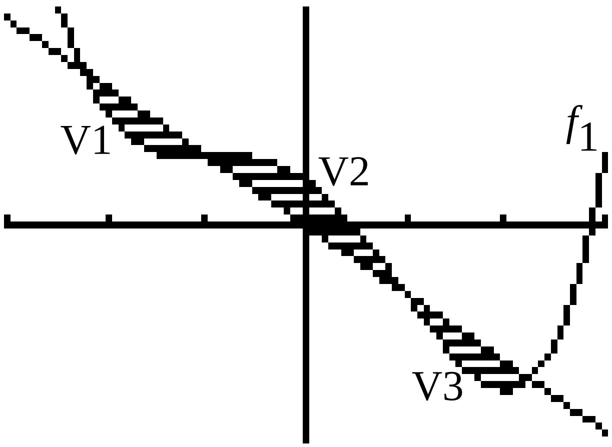
Er geldt: $f_p(x) = x^4 - 6p^2x^2 + ax + b$

Vraag 3. Toon dit aan met primitiveren.

$f_p''(x) = 12(x - p)(x + p) = 12(x^2 - p^2) = 12x^2 - 12p^2$

$f_p'(x) = 4x^3 - 12p^2x + a$ (const)

2014-I Boven en onder een lijn



Gegeven is de tweede afgeleide van een functie $f_p(x)$ met
$f_p''(x) = 12(x - p)(x + p)$

Er geldt: $f_p(x) = x^4 - 6p^2x^2 + ax + b$

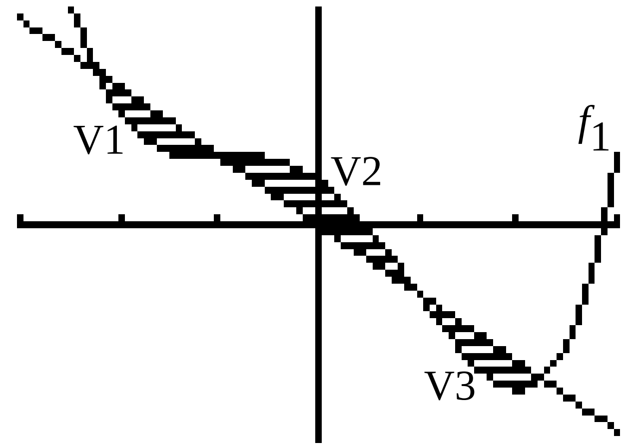
Vraag 3. Toon dit aan met primitiveren.

$f_p''(x) = 12(x - p)(x + p) = 12(x^2 - p^2) = 12x^2 - 12p^2$

$f_p'(x) = 4x^3 - 12p^2x + a$ (const)

$f_p(x) = \ldots$

2014-I Boven en onder een lijn



Gegeven is de tweede afgeleide van een functie $f_p(x)$ met
$f_p''(x) = 12(x - p)(x + p)$

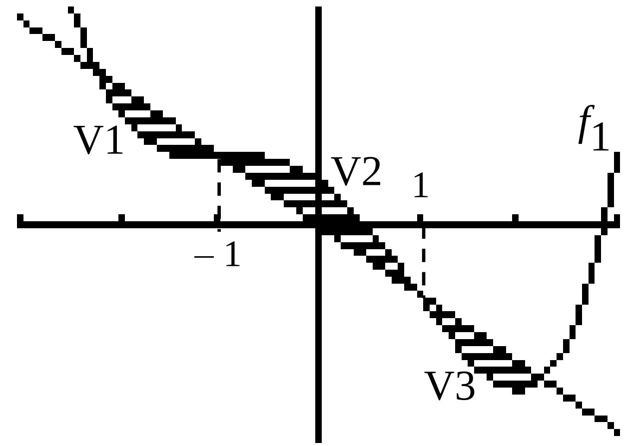
Er geldt: $f_p(x) = x^4 - 6p^2x^2 + ax + b$

Vraag 3. Toon dit aan met primitiveren.

$f_p''(x) = 12(x - p)(x + p) = 12(x^2 - p^2) = 12x^2 - 12p^2$

$f_p'(x) = 4x^3 - 12p^2x + a$ (const) $\quad f_p(x) = x^4 - 6p^2x^2 + ax + b$ klopt

2014-I Boven en onder een lijn



Gegeven is de tweede afgeleide van een functie $f_p(x)$ met
$f_p''(x) = 12(x - p)(x + p)$

Er geldt: $f_p(x) = x^4 - 6p^2x^2 + ax + b$

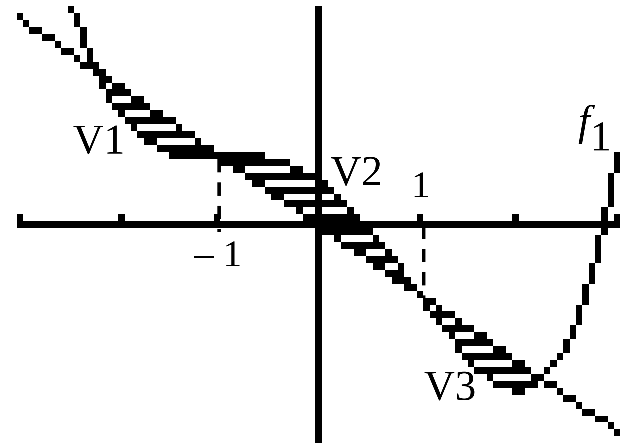
Vraag 3. Toon dit aan met primitiveren.

$f_p''(x) = 12(x - p)(x + p) = 12(x^2 - p^2) = 12x^2 - 12p^2$

$f_p'(x) = 4x^3 - 12p^2x + a$ (const) $\qquad f_p(x) = x^4 - 6p^2x^2 + ax + b$ klopt

In de figuur staan de grafieken van f_1 en $y = -8x$ en de drie ingesloten vlakdelen V1, V2 en V3.
Er zijn, behalve voor $x = -1$ en $x = 1$, nog twee snijpunten.
Vraag 4. Bereken exact de x-coördinaten van die andere twee snijpunten.

2014-I Boven en onder een lijn



Gegeven is de tweede afgeleide van een functie $f_p(x)$ met
$f_p''(x) = 12(x - p)(x + p)$

Er geldt: $f_p(x) = x^4 - 6p^2x^2 + ax + b$

Vraag 3. Toon dit aan met primitiveren.

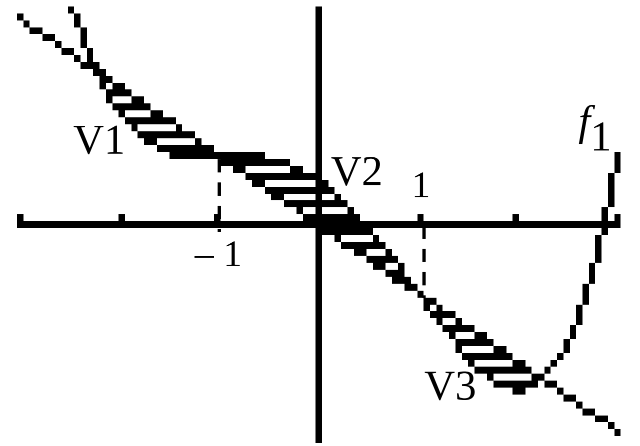
$f_p''(x) = 12(x - p)(x + p) \;=\; 12(x^2 - p^2) \;=\; 12x^2 - 12p^2$

$f_p'(x) = 4x^3 - 12p^2x + a$ (const) $\qquad f_p(x) = x^4 - 6p^2x^2 + ax + b$ klopt

In de figuur staan de grafieken van f_1 en $y = -8x$ en de drie ingesloten vlakdelen V1, V2 en V3.
Er zijn, behalve voor $x = -1$ en $x = 1$, nog twee snijpunten.
Vraag 4. Bereken exact de x-coördinaten van die andere twee snijpunten.

$x^4 - 6x^2 - \cancel{8}x + 5 = -\cancel{8}x$ geeft $x^4 - 6x^2 + 5 = 0$ geeft . . .

2014-I Boven en onder een lijn



Gegeven is de tweede afgeleide van een functie $f_p(x)$ met
$f_p''(x) = 12(x - p)(x + p)$

Er geldt: $f_p(x) = x^4 - 6p^2x^2 + ax + b$

Vraag 3. Toon dit aan met primitiveren.

$f_p''(x) = 12(x - p)(x + p) = 12(x^2 - p^2) = 12x^2 - 12p^2$

$f_p'(x) = 4x^3 - 12p^2x + a$ (const) $f_p(x) = x^4 - 6p^2x^2 + ax + b$ klopt

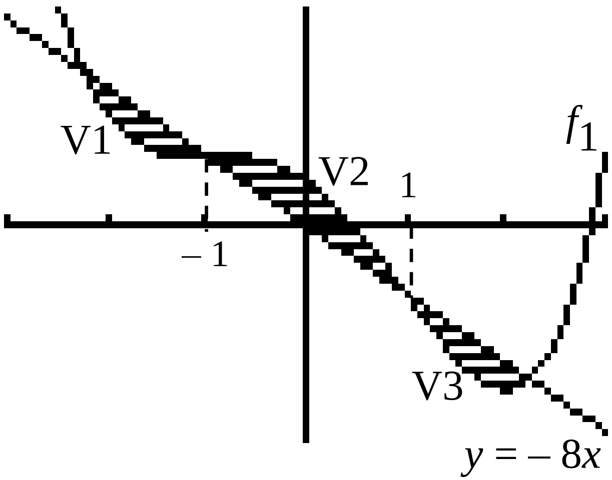
In de figuur staan de grafieken van f_1 en $y = -8x$ en de drie ingesloten vlakdelen V1, V2 en V3.
Er zijn, behalve voor $x = -1$ en $x = 1$, nog twee snijpunten.
Vraag 4. Bereken exact de x-coördinaten van die andere twee snijpunten.

$x^4 - 6x^2 - 8x + 5 = -8x$ geeft $x^4 - 6x^2 + 5 = 0$ geeft $(x^2 - 1)(x^2 - 5) = 0$

Geeft $x^2 = 1$ (vervalt) en $x^2 = 5$ dus de x-coördinaten zijn $x = \sqrt{5}$ en $x = -\sqrt{5}$

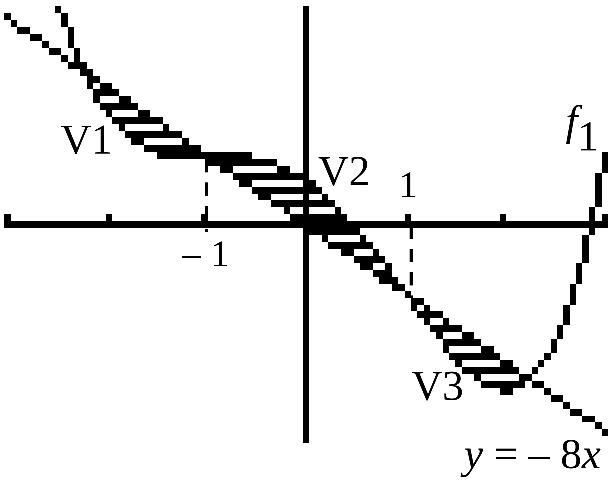
2014-I Boven en onder een lijn

Gegeven: $f_1(x) = x^4 - 6x^2 - 8x + 5$
V1 en V3 hebben gelijke oppervlakte, namelijk 3,2



Vraag 5.
Bewijs dat de gezamenlijke oppervlakte van V1 en V3 gelijk is aan de oppervlakte van V2.

2014-I Boven en onder een lijn

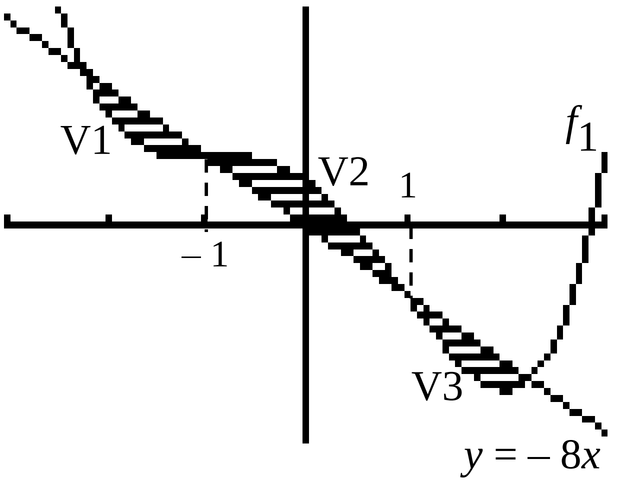


Gegeven: $f_1(x) = x^4 - 6x^2 - 8x + 5$
V1 en V3 hebben gelijke oppervlakte, namelijk 3,2

Vraag 5.
Bewijs dat de gezamenlijke oppervlakte van V1 en V3 gelijk is aan de oppervlakte van V2.

Te bewijzen dus: opp. V2 = 3,2 + 3,2 = 6,4
Bewijs:

2014-I Boven en onder een lijn



Gegeven: $f_1(x) = x^4 - 6x^2 - 8x + 5$

V1 en V3 hebben gelijke oppervlakte, namelijk 3,2

Vraag 5.

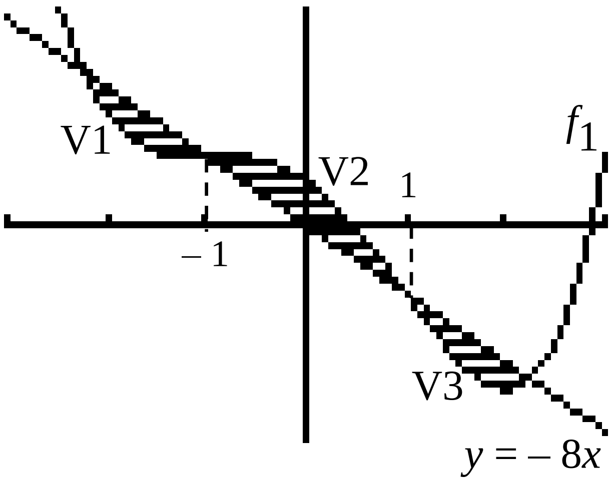
Bewijs dat de gezamenlijke oppervlakte van V1 en V3 gelijk is aan de oppervlakte van V2.

Te bewijzen dus: opp. V2 = 3,2 + 3,2 = 6,4

Bewijs:

$$\text{Opp. V2} = \int_{-1}^{1} ((x^4 - 6x^2 - 8x + 5) - (-8x))\, dx = \int_{-1}^{1} (x^4 - 6x^2 + 5)\, dx$$

2014-I Boven en onder een lijn



Gegeven: $f_1(x) = x^4 - 6x^2 - 8x + 5$
V1 en V3 hebben gelijke oppervlakte, namelijk 3,2

Vraag 5.
Bewijs dat de gezamenlijke oppervlakte van V1 en V3 gelijk is aan de oppervlakte van V2.

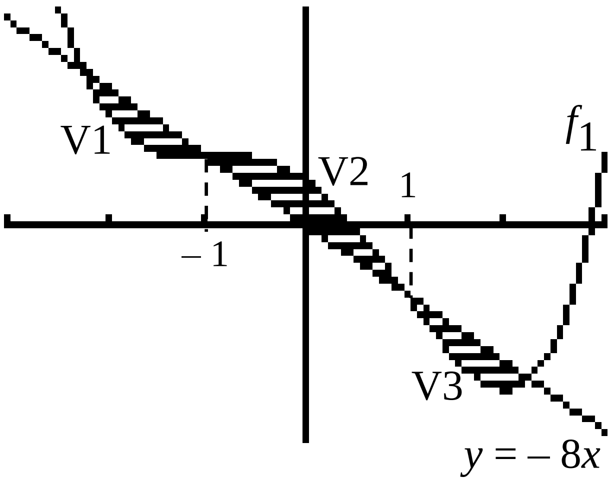
Te bewijzen dus: opp. V2 = 3,2 + 3,2 = 6,4
Bewijs:

$$\text{Opp. V2} = \int_{-1}^{1}((x^4 - 6x^2 - 8x + 5) - (-8x))\,dx = \int_{-1}^{1}(x^4 - 6x^2 + 5)\,dx$$

OPPASSEN!!! Als je hier met je grafische rekenmachine aan de slag gaat en bijvoorbeeld via fnInt (f(X), X, -1, 1) de uitkomst 6,4 krijgt, dan heb je alleen aangetoond dat het ONGEVEER klopt (namelijk tot op 10 decimalen nauwkeurig) en dat is geen bewijs.

2014-I Boven en onder een lijn

Gegeven: $f_1(x) = x^4 - 6x^2 - 8x + 5$
V1 en V3 hebben gelijke oppervlakte, namelijk 3,2



Vraag 5.
Bewijs dat de gezamenlijke oppervlakte van V1 en V3 gelijk is aan de oppervlakte van V2.

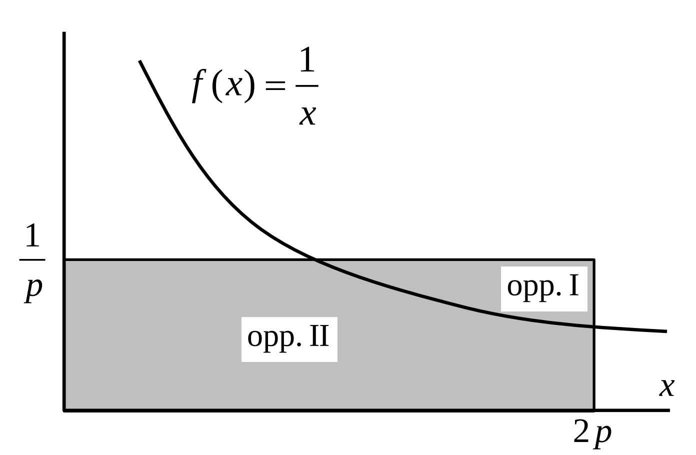
Te bewijzen dus: opp. V2 = 3,2 + 3,2 = 6,4
Bewijs:

$$\text{Opp. V2} = \int_{-1}^{1} ((x^4 - 6x^2 - 8x + 5) - (-8x))\, dx = \int_{-1}^{1} (x^4 - 6x^2 + 5)\, dx$$

$$= \left[\frac{1}{5}x^5 - 2x^3 + 5x\right]_{-1}^{1} = \frac{1}{5} - 2 + 5 - (-\frac{1}{5} + 2 - 5) = \frac{2}{5} + 3 + 3 = 6\frac{2}{5} = 6,4$$

2014-I Grafiek verdeelt rechthoek

Getekend is de grafiek van $f(x) = \frac{1}{x}$
met een rechthoek
die begrensd wordt door de lijnen
$x = 2p$ en $y = 1/p$, de x-as en de y-as.
Voor elk $p > 0$ verdeelt de grafiek van f de rechthoek
in twee stukken.

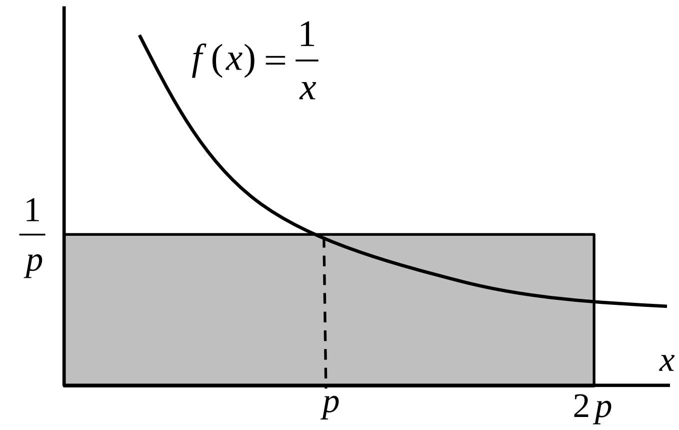


Vraag 6. Bewijs dat de oppervlakte van deze stukken onafhankelijk is van p.

Oplossing:

2014-I Grafiek verdeelt rechthoek

Getekend is de grafiek van $f(x) = \dfrac{1}{x}$
met een rechthoek
die begrensd wordt door de lijnen
$x = 2p$ en $y = 1/p$, de x-as en de y-as.
Voor elk $p > 0$ verdeelt de grafiek van f de rechthoek
in twee stukken.

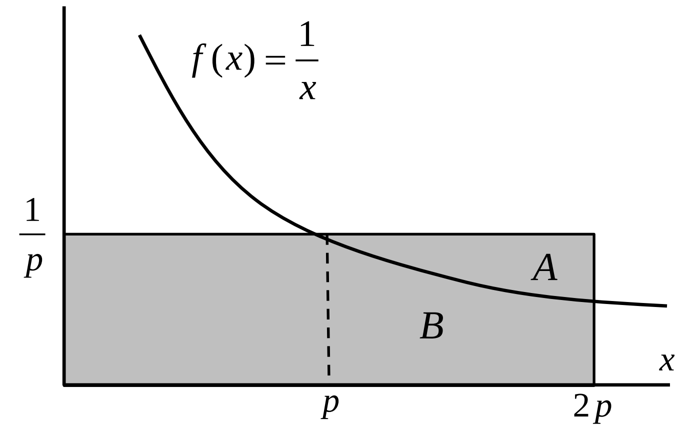


Vraag 6. Bewijs dat de oppervlakte van deze stukken onafhankelijk is van p.

Oplossing: het snijpunt van $y = \dfrac{1}{p}$ en $y = \dfrac{1}{x}$ is $(p, \dfrac{1}{p})$

2014-I Grafiek verdeelt rechthoek

Getekend is de grafiek van $f(x) = \frac{1}{x}$
met een rechthoek
die begrensd wordt door de lijnen
$x = 2p$ en $y = 1/p$, de x-as en de y-as.
Voor elk $p > 0$ verdeelt de grafiek van f de rechthoek
in twee stukken.

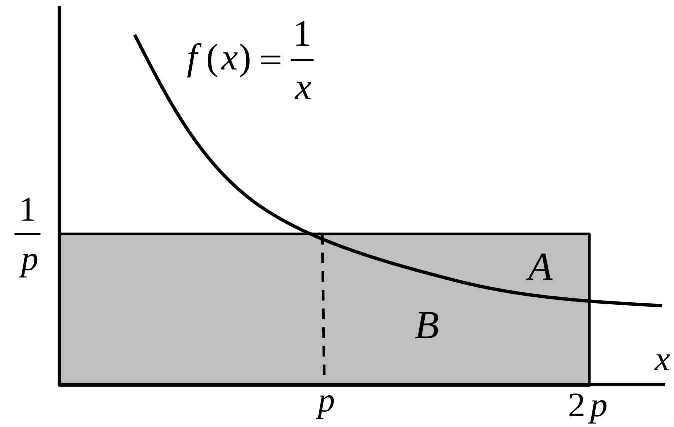


Vraag 6. Bewijs dat de oppervlakte van deze stukken onafhankelijk is van p.

Oplossing: het snijpunt van $y = \frac{1}{p}$ en $y = \frac{1}{x}$ is $(p, \frac{1}{p})$

De oppervlakte (A+B) van de rechter helft van de rechthoek is: $p \cdot \frac{1}{p} = 1$

2014-I Grafiek verdeelt rechthoek



Getekend is de grafiek van $f(x) = \frac{1}{x}$
met een rechthoek
die begrensd wordt door de lijnen
$x = 2p$ en $y = 1/p$, de x-as en de y-as.
Voor elk $p > 0$ verdeelt de grafiek van f de rechthoek
in twee stukken.

Vraag 6. Bewijs dat de oppervlakte van deze stukken onafhankelijk is van p.

Oplossing: het snijpunt van $y = \frac{1}{p}$ en $y = \frac{1}{x}$ is $(p, \frac{1}{p})$

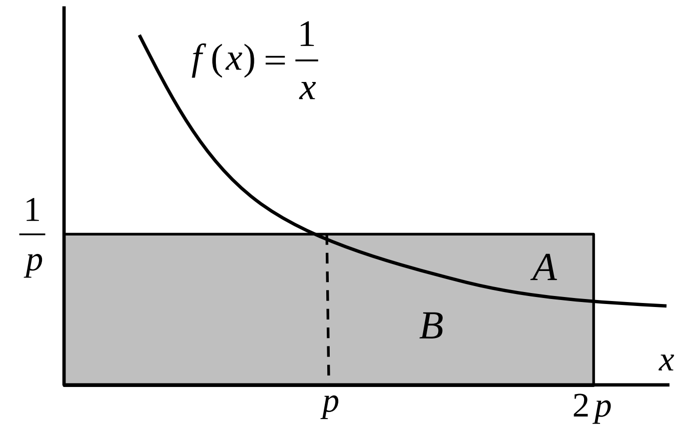
De oppervlakte (A+B) van de rechter helft van de rechthoek is: $p \cdot \frac{1}{p} = 1$

De opp. van het stuk onder de kromme (B) is $\int_p^{2p} \frac{1}{x}\, dx = \left[\ln x\right]_p^{2p}$

Uitgewerkt tot:

2014-I Grafiek verdeelt rechthoek

Getekend is de grafiek van $f(x) = \dfrac{1}{x}$
met een rechthoek
die begrensd wordt door de lijnen
$x = 2p$ en $y = 1/p$, de x-as en de y-as.
Voor elk $p > 0$ verdeelt de grafiek van f de rechthoek
in twee stukken.



Vraag 6. Bewijs dat de oppervlakte van deze stukken onafhankelijk is van p.

Oplossing: het snijpunt van $y = \dfrac{1}{p}$ en $y = \dfrac{1}{x}$ is $(p, \dfrac{1}{p})$

De oppervlakte (A+B) van de rechter helft van de rechthoek is: $p \cdot \dfrac{1}{p} = 1$

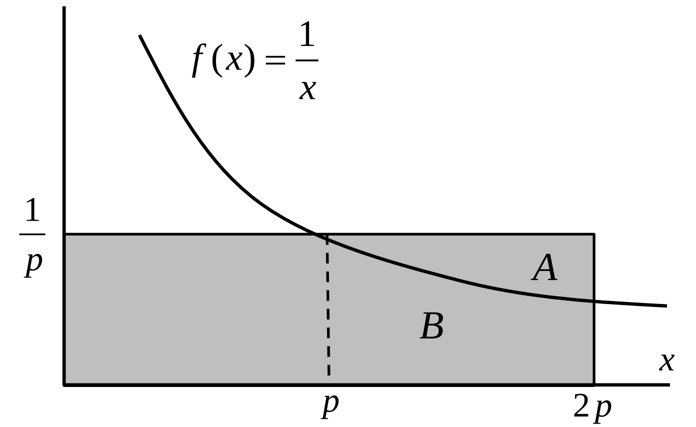
De opp. van het stuk onder de kromme (B) is $\int_p^{2p} \dfrac{1}{x}\, dx = \left[\ln x\right]_p^{2p}$

Uitgewerkt tot: $\text{opp. B} = \ln 2p - \ln p = \ln \dfrac{2p}{p} = \ln 2$

De opp. van het stuk boven de kromme is dus:

2014-I Grafiek verdeelt rechthoek

Getekend is de grafiek van $f(x) = \dfrac{1}{x}$
met een rechthoek
die begrensd wordt door de lijnen
$x = 2p$ en $y = 1/p$, de x-as en de y-as.
Voor elk $p > 0$ verdeelt de grafiek van f de rechthoek
in twee stukken.



Vraag 6. Bewijs dat de oppervlakte van deze stukken onafhankelijk is van p.

Oplossing: het snijpunt van $y = \dfrac{1}{p}$ en $y = \dfrac{1}{x}$ is $(p, \dfrac{1}{p})$

De oppervlakte (A+B) van de rechter helft van de rechthoek is: $p \cdot \dfrac{1}{p} = 1$

De opp. van het stuk onder de kromme (B) is $\int_p^{2p} \dfrac{1}{x}\, dx = \left[\ln x\right]_p^{2p}$

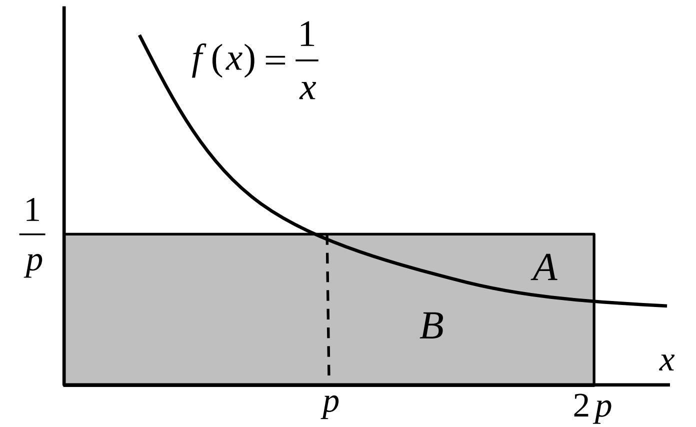
Uitgewerkt tot: $\text{opp. B} = \ln 2p - \ln p = \ln \dfrac{2p}{p} = \ln 2$

De opp. van het stuk boven de kromme is dus: $\text{opp. A} = 1 - \ln 2$

Beide dus onafhankelijk van p.

2014-I Grafiek verdeelt rechthoek

Getekend is de grafiek van $f(x) = \frac{1}{x}$
met een rechthoek
die begrensd wordt door de lijnen
$x = 2p$ en $y = 1/p$, de x-as en de y-as.
Voor elk $p > 0$ verdeelt de grafiek van f de rechthoek
in twee stukken.



Vraag 6. Bewijs dat de oppervlakte van deze stukken onafhankelijk is van p.

Oplossing: het snijpunt van $y = \frac{1}{p}$ en $y = \frac{1}{x}$ is $(p, \frac{1}{p})$

De oppervlakte (A+B) van de rechter helft van de rechthoek is: $p \cdot \frac{1}{p} = 1$

De opp. van het stuk onder de kromme (B) is $\int_p^{2p} \frac{1}{x}\,dx = \left[\ln x\right]_p^{2p}$

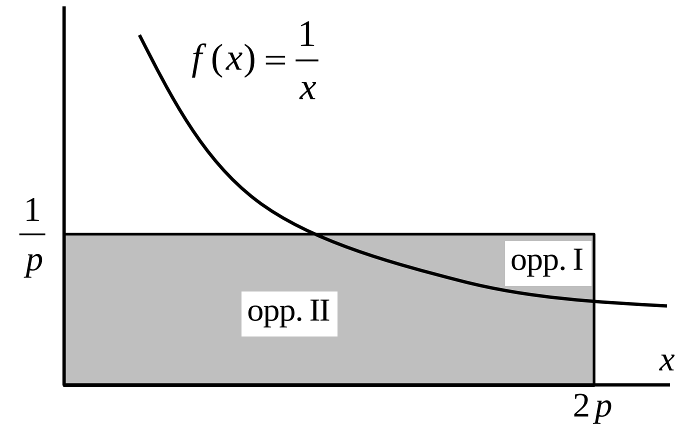
Uitgewerkt tot: $\text{opp. B} = \ln 2p - \ln p = \ln \frac{2p}{p} = \ln 2$

De opp. van het stuk boven de kromme is dus: $\text{opp. A} = 1 - \ln 2$

Beide dus onafhankelijk van p (de linkerhelft van de rechthoek heeft opp. 1, onafh. van p)

2014-I Grafiek verdeelt rechthoek

Getekend is de grafiek van $f(x) = \frac{1}{x}$
met een rechthoek
die begrensd wordt door de lijnen
$x = 2p$ en $y = 1/p$, de x-as en de y-as.
Voor elk $p > 0$ verdeelt de grafiek van f de rechthoek
in twee stukken.



Vraag 6. Bewijs dat de oppervlakte van deze stukken onafhankelijk is van p.

Oplossing: het snijpunt van $y = \frac{1}{p}$ en $y = \frac{1}{x}$ is $(p, \frac{1}{p})$

De oppervlakte (A+B) van de rechter helft van de rechthoek is: $p \cdot \frac{1}{p} = 1$

De opp. van het stuk onder de kromme (B) is $\int_p^{2p} \frac{1}{x}\, dx = \left[\ln x\right]_p^{2p}$

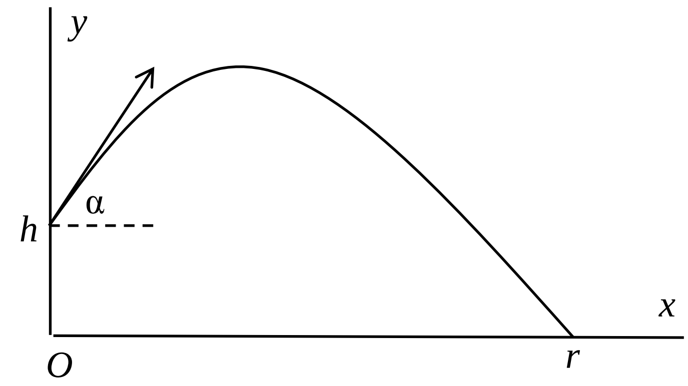
Uitgewerkt tot: $\text{opp. B} = \ln 2p - \ln p = \ln \frac{2p}{p} = \ln 2$

De opp. van het stuk boven de kromme is dus: $\text{opp. A} = 1 - \ln 2$

Totaal: opp. II = 1 – ln 2 opp. I = 1 + ln 2 samen $1 - \cancel{\ln 2} + 1 + \cancel{\ln 2} = 2$

2014-I De ideale stoothoek

Een kogelstoter stoot een kogel weg onder een hoek α (in rad, met $0 < \alpha < 0{,}5\pi$). De hoogte waarop de kogelstoter de kogel loslaat is h (meter). De kogel komt op afstand r (meter) op de grond. Zie de figuur.
Als $\cos \alpha = 0{,}6$ dan geldt:

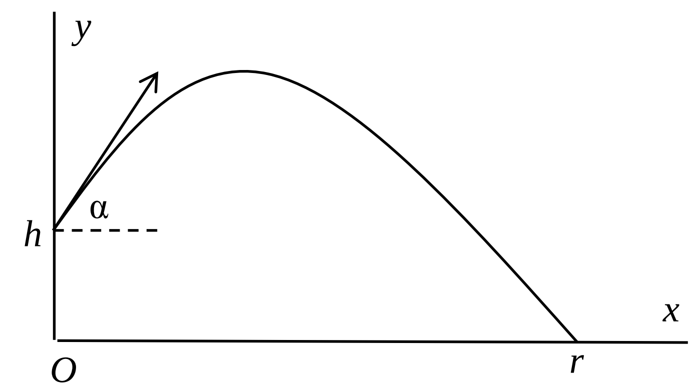


- $x(t) = 8{,}4t$
- $y(t) = h + 11{,}2t - 4{,}9t^2$

Neem als starthoogte $h = 1{,}96$ (meter).
Vraag 7. Bereken op hoeveel meter afstand de kogel op de grond komt.

2014-I De ideale stoothoek

Een kogelstoter stoot een kogel weg onder een hoek α (in rad, met $0 < \alpha < 0{,}5\pi$). De hoogte waarop de kogelstoter de kogel loslaat is h (meter). De kogel komt op afstand r (meter) op de grond. Zie de figuur.
Als $\cos \alpha = 0{,}6$ dan geldt:



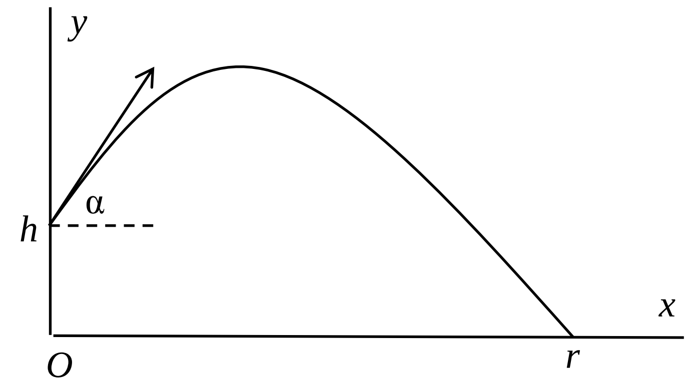
- $x(t) = 8{,}4t$
- $y(t) = h + 11{,}2t - 4{,}9t^2$

Neem als starthoogte $h = 1{,}96$ (meter).
Vraag 7. Bereken op hoeveel meter afstand de kogel op de grond komt.

Oplossing: Op de grond, als $y(t) = \ldots$

2014-I De ideale stoothoek

Een kogelstoter stoot een kogel weg onder een hoek α (in rad, met $0 < \alpha < 0{,}5\pi$). De hoogte waarop de kogelstoter de kogel loslaat is h (meter). De kogel komt op afstand r (meter) op de grond. Zie de figuur.
Als $\cos \alpha = 0{,}6$ dan geldt:



- $x(t) = 8{,}4t$
- $y(t) = h + 11{,}2t - 4{,}9t^2$

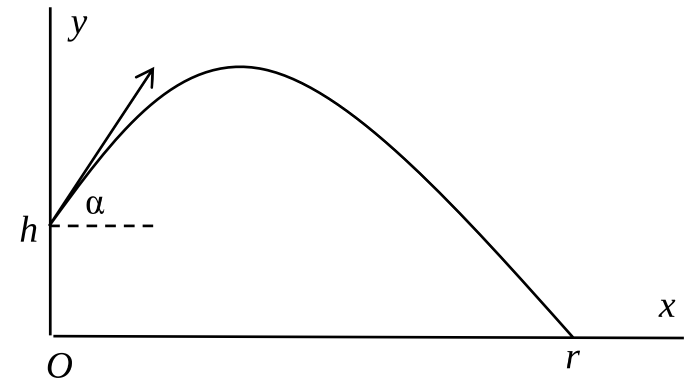
Neem als starthoogte $h = 1{,}96$ (meter).

Vraag 7. Bereken op hoeveel meter afstand de kogel op de grond komt.

Oplossing: Op de grond, als $y(t) = h + 11{,}2t - 4{,}9t^2 = 0$ met $h = 1{,}96$
abc-formule of GR geeft oplossing: $t \approx 2{,}45$ geeft $x = 8{,}4 \times 2{,}45 = 20{,}6$ (m)

2014-I De ideale stoothoek

Een kogelstoter stoot een kogel weg onder een hoek α (in rad, met $0 < \alpha < 0{,}5\pi$). De hoogte waarop de kogelstoter de kogel loslaat is h (meter). De kogel komt op afstand r (meter) op de grond. Zie de figuur.



Als $\cos \alpha = 0{,}6$ dan geldt:

- $x(t) = 8{,}4t$
- $y(t) = h + 11{,}2t - 4{,}9t^2$

Neem als starthoogte $h = 1{,}96$ (meter).

Vraag 7. Bereken op hoeveel meter afstand de kogel op de grond komt.

Oplossing: Op de grond, als $y(t) = h + 11{,}2t - 4{,}9t^2 = 0$ met $h = 1{,}96$

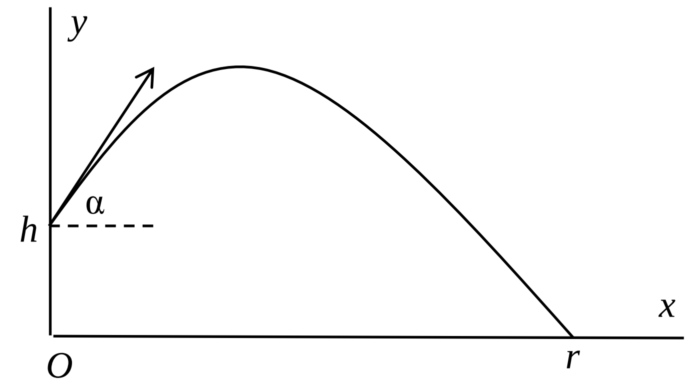
abc-formule of GR geeft oplossing: $t \approx 2{,}45$ geeft $x = 8{,}4 \times 2{,}45 = 20{,}6$ (m)

In het algemeen geldt: $r = 20 \cos \alpha (\sin \alpha + \sqrt{\sin^2 \alpha + 0{,}1h})$

Vraag 8. Bereken de ideale stoothoek α waarbij r zo groot mogelijk is, uitgaande van $h = 1{,}85$.

2014-I De ideale stoothoek

Een kogelstoter stoot een kogel weg onder een hoek α (in rad, met $0 < \alpha < 0{,}5\pi$). De hoogte waarop de kogelstoter de kogel loslaat is h (meter). De kogel komt op afstand r (meter) op de grond. Zie de figuur.



Als $\cos \alpha = 0{,}6$ dan geldt:

- $x(t) = 8{,}4t$
- $y(t) = h + 11{,}2t - 4{,}9t^2$

Neem als starthoogte $h = 1{,}96$ (meter).

Vraag 7. Bereken op hoeveel meter afstand de kogel op de grond komt.

Oplossing: Op de grond, als $y(t) = h + 11{,}2t - 4{,}9t^2 = 0$
abc-formule of GR geeft oplossing: $t \approx 2{,}45$ geeft $x = 8{,}4 \times 2{,}45 = 20{,}6$ (m)

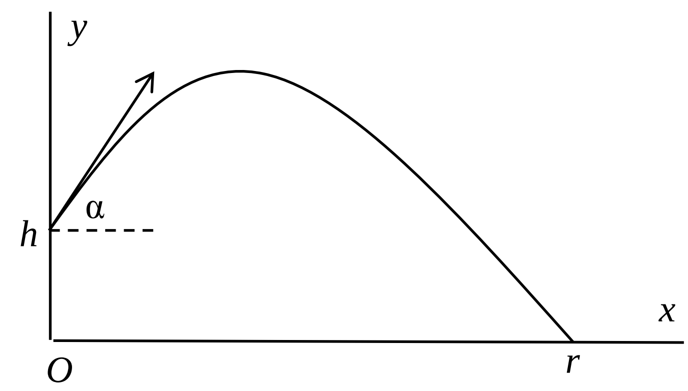
In het algemeen geldt: $r = 20\cos\alpha(\sin\alpha + \sqrt{\sin^2\alpha + 0{,}1h})$

Vraag 8. Bereken de ideale stoothoek α waarbij r zo groot mogelijk is, uitgaande van $h = 1{,}85$.

Oplossing: met de GR. MAX van Y1 = 20cos(X)(sin(X)+√((sin(X))^2 + 0.1x1,85))
wordt gevonden bij $\alpha = 0{,}74$ (rad) of 43^o (ongeveer)

2014-I De ideale stoothoek

Een kogelstoter stoot een kogel weg onder een hoek α (in rad, met $0 < \alpha < 0{,}5\pi$). De hoogte waarop de kogelstoter de kogel loslaat is h (meter). De kogel komt op afstand r (meter) op de grond. Zie de figuur.



Nogmaals de formule die het verband geeft tussen r en α:

$$r = 20\cos\alpha(\sin\alpha + \sqrt{\sin^2\alpha + 0{,}1h}\,)$$

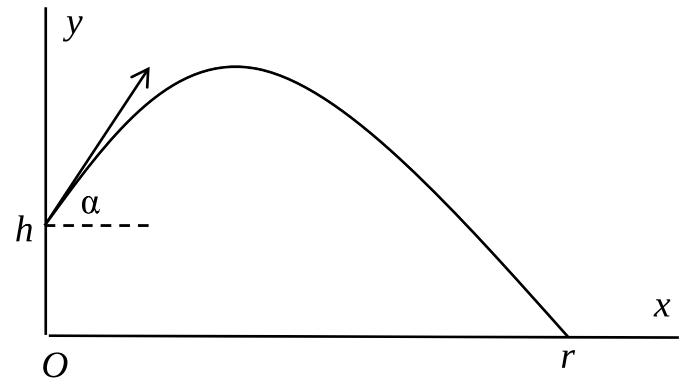
Vraag 9. Neem $h = 0$ en bereken exact de ideale stoothoek.

Oplossing: exact, dus mag niet met GR!

Als $h = 0$ staat er:

2014-I De ideale stoothoek

Een kogelstoter stoot een kogel weg onder een hoek α (in rad, met $0 < \alpha < 0{,}5\pi$). De hoogte waarop de kogelstoter de kogel loslaat is *h* (meter). De kogel komt op afstand *r* (meter) op de grond. Zie de figuur.



Nogmaals de formule die het verband geeft tussen *r* en α:

$$r = 20\cos\alpha(\sin\alpha + \sqrt{\sin^2\alpha + 0{,}1h})$$

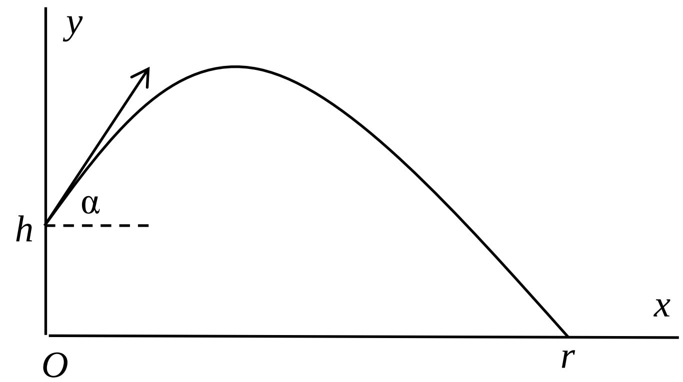
Vraag 9. Neem $h = 0$ en bereken exact de ideale stoothoek.

Oplossing: exact, dus mag niet met GR!

Als $h = 0$ staat er: $r = 20\cos\alpha(\sin\alpha + \underbrace{\sqrt{\sin^2\alpha}) = 20\cos\alpha(\sin\alpha + \sin}_{\text{want } \sin\alpha > 0}\alpha) = 40\cos\alpha\sin\alpha$

2014-I De ideale stoothoek

Een kogelstoter stoot een kogel weg onder een hoek α (in rad, met $0 < \alpha < 0{,}5\pi$). De hoogte waarop de kogelstoter de kogel loslaat is h (meter). De kogel komt op afstand r (meter) op de grond. Zie de figuur.



Nogmaals de formule die het verband geeft tussen r en α:

$$r = 20\cos\alpha(\sin\alpha + \sqrt{\sin^2\alpha + 0{,}1h})$$

Vraag 9. Neem $h = 0$ en bereken exact de ideale stoothoek.

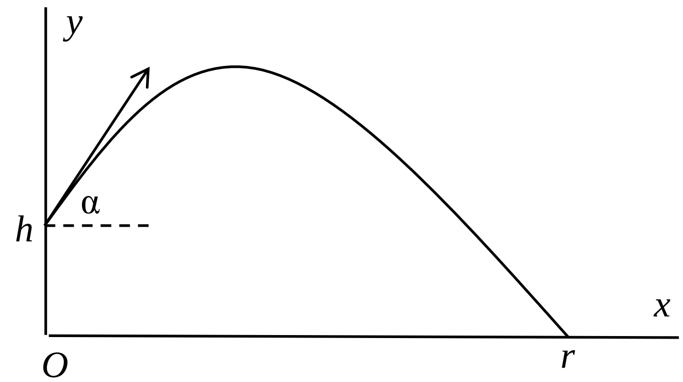
Oplossing: exact, dus mag niet met GR!

Als $h = 0$ staat er: $r = 20\cos\alpha(\sin\alpha + \sqrt{\sin^2\alpha}) = 20\cos\alpha(\sin\alpha + \sin\alpha) = 40\cos\alpha\sin\alpha$

Afgeleide nul stellen: $40\cos\alpha\cdot\cos\alpha - 40\sin\alpha\cdot\sin\alpha = 0$ (productregel)

2014-I De ideale stoothoek

Een kogelstoter stoot een kogel weg onder een hoek α (in rad, met $0 < \alpha < 0{,}5\pi$). De hoogte waarop de kogelstoter de kogel loslaat is h (meter). De kogel komt op afstand r (meter) op de grond. Zie de figuur.



Nogmaals de formule die het verband geeft tussen r en α:

$$r = 20\cos\alpha(\sin\alpha + \sqrt{\sin^2\alpha + 0{,}1h})$$

Vraag 9. Neem $h = 0$ en bereken exact de ideale stoothoek.

Oplossing: exact, dus mag niet met GR!

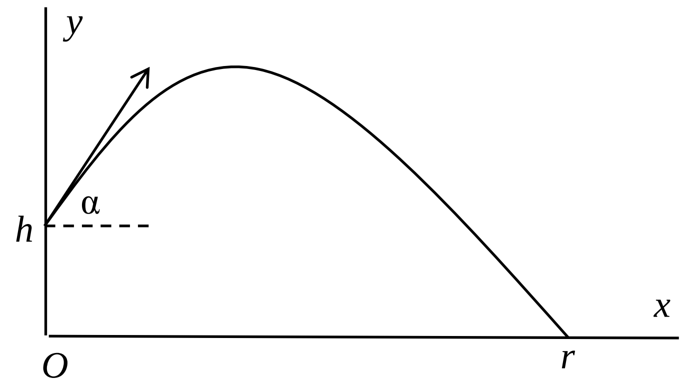
Als $h = 0$ staat er: $r = 20\cos\alpha(\sin\alpha + \sqrt{\sin^2\alpha}) = 20\cos\alpha(\sin\alpha + \sin\alpha) = 40\cos\alpha\sin\alpha$

Afgeleide nul stellen: $40\cos^2\alpha - 40\sin^2\alpha = 0$ dus $\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 0$ dus $\cos\alpha = \sin\alpha$

want $0 < \alpha < 0{,}5\pi$

2014-I De ideale stoothoek

Een kogelstoter stoot een kogel weg onder een hoek α (in rad, met $0 < \alpha < 0{,}5\pi$). De hoogte waarop de kogelstoter de kogel loslaat is *h* (meter). De kogel komt op afstand *r* (meter) op de grond. Zie de figuur.



Nogmaals de formule die het verband geeft tussen *r* en α:

$$r = 20\cos\alpha(\sin\alpha + \sqrt{\sin^2\alpha + 0{,}1h})$$

Vraag 9. Neem $h = 0$ en bereken exact de ideale stoothoek.

Oplossing: exact, dus mag niet met GR!

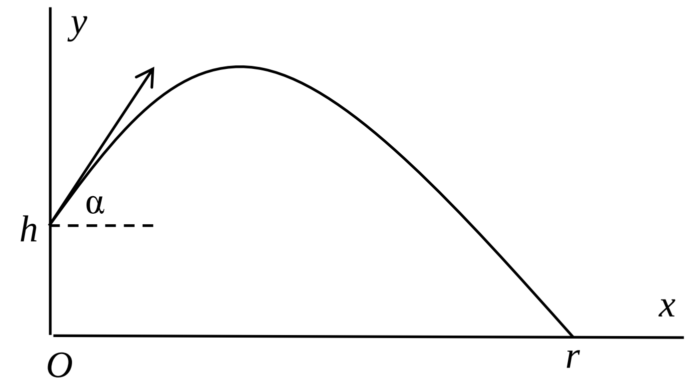
Als $h = 0$ staat er: $r = 20\cos\alpha(\sin\alpha + \sqrt{\sin^2\alpha}) = 20\cos\alpha(\sin\alpha + \sin\alpha) = 40\cos\alpha\sin\alpha$

Afgeleide nul stellen: $40\cos^2\alpha - 40\sin^2\alpha = 0$ dus $\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 0$ dus $\cos\alpha = \sin\alpha$

Delen door $\cos\alpha$ geeft $\tan\alpha = 1$

2014-I De ideale stoothoek

Een kogelstoter stoot een kogel weg onder een hoek α (in rad, met $0 < \alpha < 0{,}5\pi$). De hoogte waarop de kogelstoter de kogel loslaat is *h* (meter). De kogel komt op afstand *r* (meter) op de grond. Zie de figuur.



Nogmaals de formule die het verband geeft tussen *r* en α:

$$r = 20\cos\alpha(\sin\alpha + \sqrt{\sin^2\alpha + 0{,}1h})$$

Vraag 9. Neem $h = 0$ en bereken exact de ideale stoothoek.

Oplossing: exact, dus mag niet met GR!

Als $h = 0$ staat er: $r = 20\cos\alpha(\sin\alpha + \sqrt{\sin^2\alpha}) = 20\cos\alpha(\sin\alpha + \sin\alpha) = 40\cos\alpha\sin\alpha$

Afgeleide nul stellen: $40\cos^2\alpha - 40\sin^2\alpha = 0$ dus $\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 0$ dus $\cos\alpha = \sin\alpha$

Delen door $\cos\alpha$ geeft $\tan\alpha = 1$

Exacte oplossing: $\alpha = \frac{1}{4}\pi$

2014 – I bij vraag 10

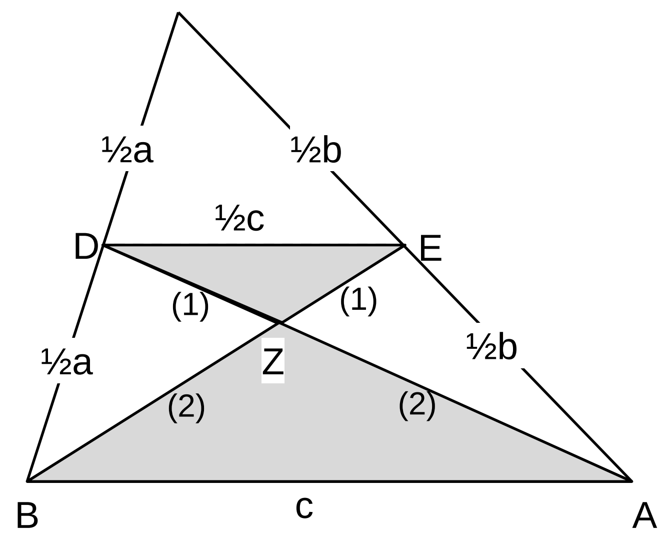
Stelling:
De zwaartelijnen in een driehoek verdelen elkaar in stukken 1:2

Bewijs (kortweg):

De middenparallel DE zorgt voor twee gelijkvormige driehoeken ABZ en EDZ (*hh*) (zandloperfiguur).

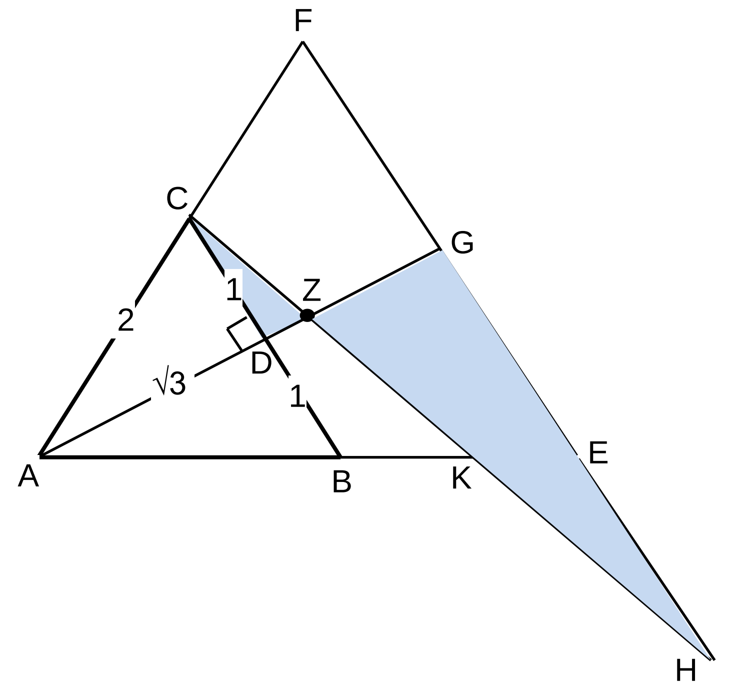
De zijden van het onderste driehoekje zijn dus 2 keer zo groot als die van het bovenste driehoekje.

Conclusie: AZ : ZD = 2 : 1 en BZ : ZE = 2 : 1



2014-I Even lang

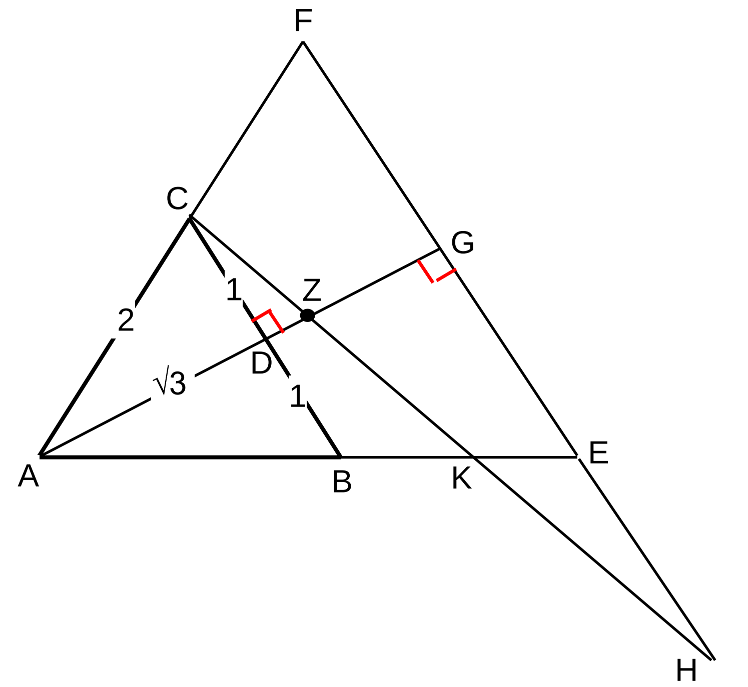
Driehoek ABC is gelijkzijdig met zijden lengte 2.
AD is hoogtelijn én zwaartelijn. Zie de figuur.
Dus is BD=CD=1 en AD=$\sqrt{3}$.
Driehoek AEF is ook gelijkzijdig met zijden $2\sqrt{3}$.
AD snijdt EF in G. Z is het zwaartepunt van ΔAEF.



Vraag 10.
Bewijs dat ΔCDZ gelijkvormig is met ΔHGZ.

2014-I Even lang

Driehoek ABC is gelijkzijdig met zijden lengte 2.
AD is hoogtelijn én zwaartelijn. Zie de figuur.
Dus is BD=CD=1 en AD=√3.
Driehoek AEF is ook gelijkzijdig met zijden 2√3.
AD snijdt EF in G. Z is het zwaartepunt van ΔAEF.



Vraag 10.
Bewijs dat ΔCDZ gelijkvormig is met ΔHGZ.

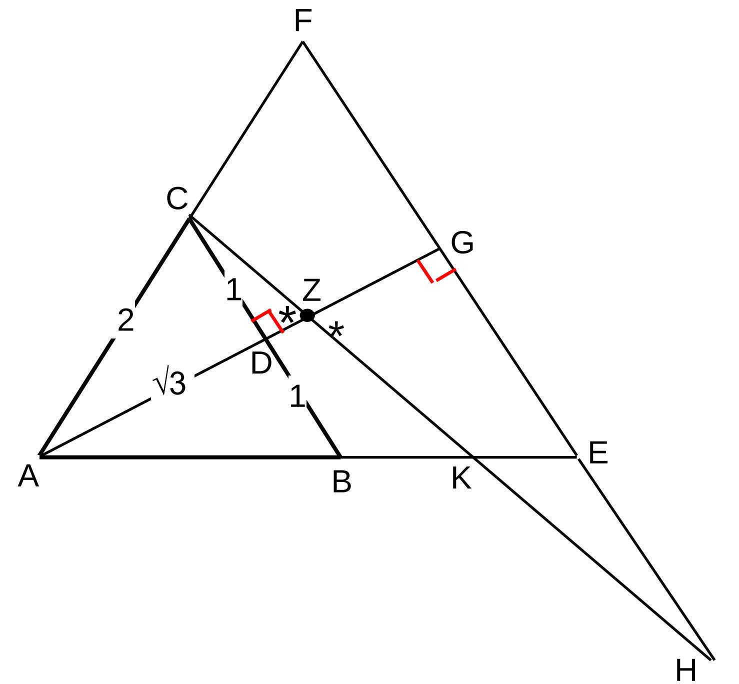
- Hoek G = 90^{o} (*want BC//EF, Z-hoeken*)

2014-I Even lang

Driehoek ABC is gelijkzijdig met zijden lengte 2.
AD is hoogtelijn én zwaartelijn. Zie de figuur.
Dus is BD=CD=1 en AD=√3.
Driehoek AEF is ook gelijkzijdig met zijden 2√3.
AD snijdt EF in G. Z is het zwaartepunt van ΔAEF.

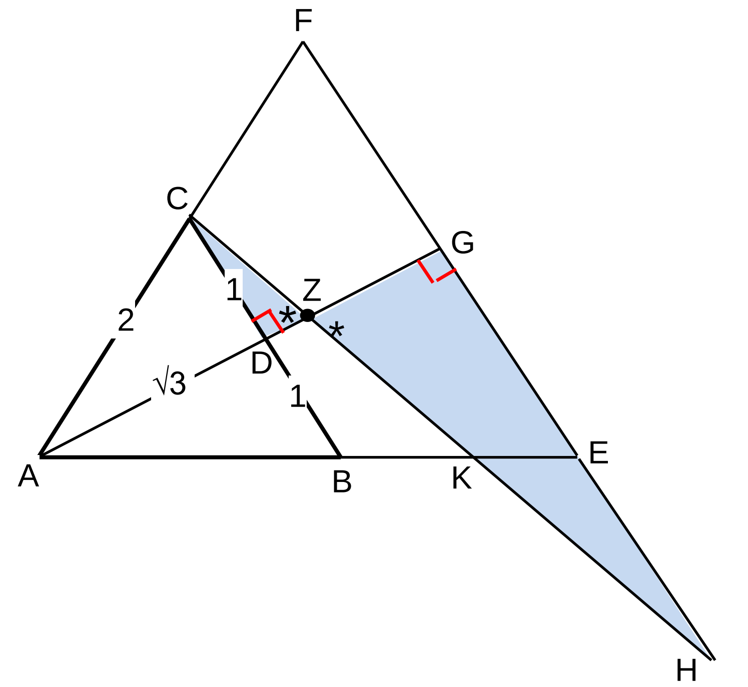
Vraag 10.
Bewijs dat ΔCDZ gelijkvormig is met ΔHGZ.

- Hoek G = 90^{o} (*want BC//EF, Z-hoeken*)
- Overstaande hoeken bij Z (*)



2014-I Even lang

Driehoek ABC is gelijkzijdig met zijden lengte 2.
AD is hoogtelijn én zwaartelijn. Zie de figuur.
Dus is BD=CD=1 en AD=√3.
Driehoek AEF is ook gelijkzijdig met zijden 2√3.
AD snijdt EF in G. Z is het zwaartepunt van ΔAEF.

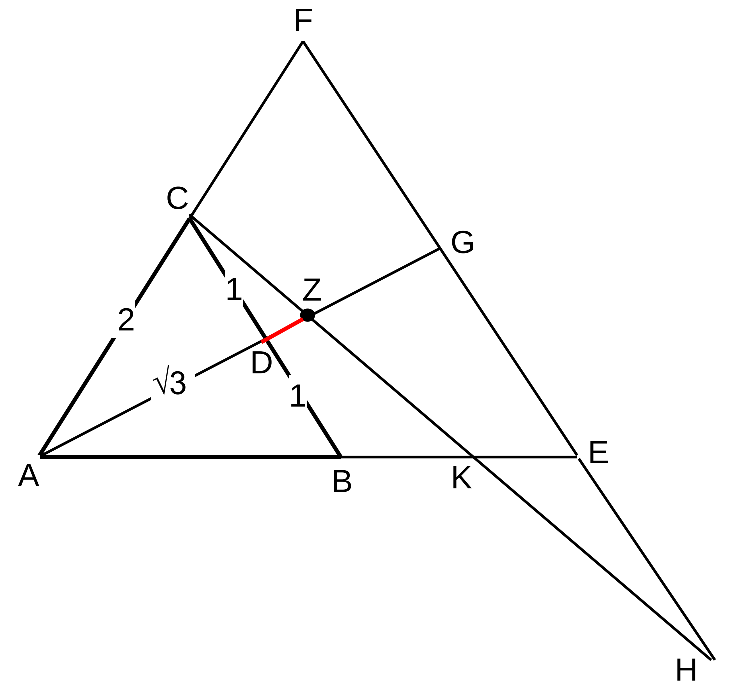


Vraag 10.
Bewijs dat ΔCDZ gelijkvormig is met ΔHGZ.

- Hoek G = 90^o (*want BC//EF, Z-hoeken*)
- Overstaande hoeken bij Z
- Dus ΔCDZ is gelijkvormig ΔHGZ (*hh*)

2014-I Even lang

Driehoek ABC is gelijkzijdig met zijden lengte 2.
AD is hoogtelijn én zwaartelijn. Zie de figuur.
Dus is BD=CD=1 en AD=√3.
Driehoek AEF is ook gelijkzijdig met zijden 2√3.
AD snijdt EF in G. Z is het zwaartepunt van ΔAEF.



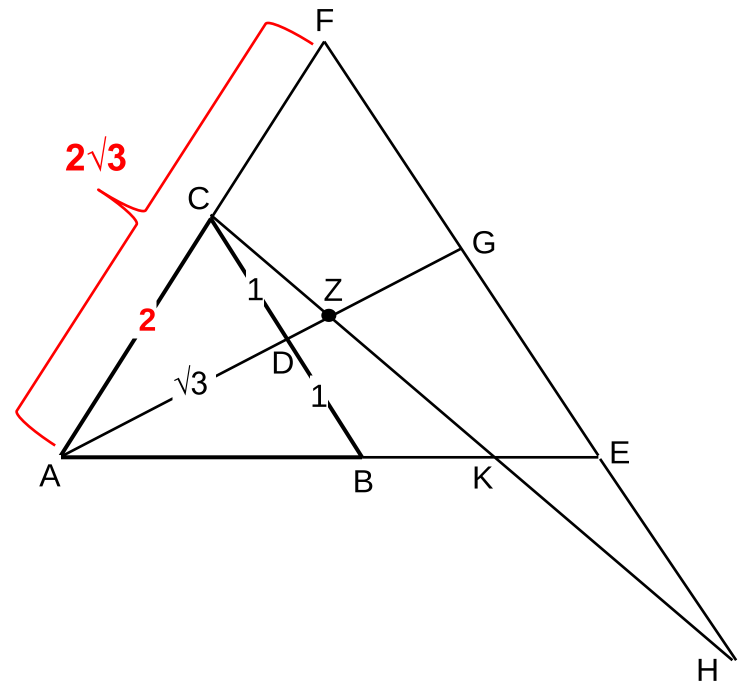
Vraag 10.
Bewijs dat ΔCDZ gelijkvormig is met ΔHGZ.

- Hoek G = 90^{o} (*want BC//EF, Z-hoeken*)
- Overstaande hoeken bij Z
- Dus ΔCDZ is gelijkvormig ΔHGZ (*hh*)

Vraag 11. Toon aan dat |DZ| = 2 – √3

2014-I Even lang

Driehoek ABC is gelijkzijdig met zijden lengte 2.
AD is hoogtelijn én zwaartelijn. Zie de figuur.
Dus is BD=CD=1 en AD=$\sqrt{3}$.
Driehoek AEF is ook gelijkzijdig met zijden $2\sqrt{3}$.
AD snijdt EF in G. Z is het zwaartepunt van ΔAEF.



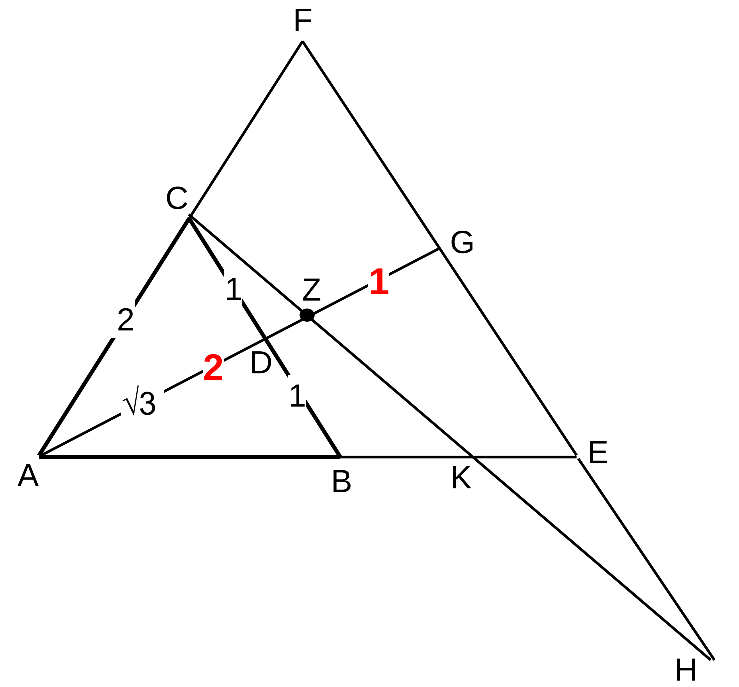
Vraag 10.
Bewijs dat ΔCDZ gelijkvormig is met ΔHGZ.

- Hoek G = 90^o (*want BC//EF, Z-hoeken*)
- Overstaande hoeken bij Z
- Dus ΔCDZ is gelijkvormig ΔHGZ (*hh*)

Vraag 11. Toon aan dat |DZ| = 2 – $\sqrt{3}$

- $\Delta AEF = \sqrt{3}\times\Delta ABC$ dus $AG = \sqrt{3}\times AD = 3$

2014-I Even lang



Driehoek ABC is gelijkzijdig met zijden lengte 2.
AD is hoogtelijn én zwaartelijn. Zie de figuur.
Dus is BD=CD=1 en AD=$\sqrt{3}$.
Driehoek AEF is ook gelijkzijdig met zijden $2\sqrt{3}$.
AD snijdt EF in G. Z is het zwaartepunt van ΔAEF.

Vraag 10.
Bewijs dat ΔCDZ gelijkvormig is met ΔHGZ.

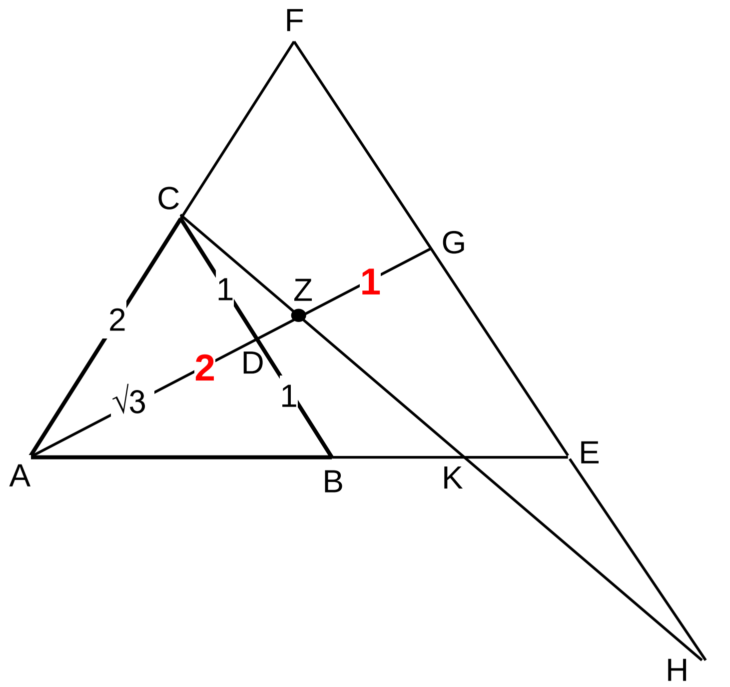
- Hoek G = 90^o (*want BC//EF, Z-hoeken*)
- Overstaande hoeken bij Z
- Dus ΔCDZ is gelijkvormig ΔHGZ (*hh*)

Vraag 11. Toon aan dat $|DZ| = 2 - \sqrt{3}$

- $\Delta AEF = \sqrt{3} \times \Delta ABC$ dus $AG = \sqrt{3} \times AD = 3$
- Zwaartepunt, dus AZ : ZG = 2 : 1 dus AZ = 2 (en ZG = 1)

2014-I Even lang

Driehoek ABC is gelijkzijdig met zijden lengte 2.
AD is hoogtelijn én zwaartelijn. Zie de figuur.
Dus is BD=CD=1 en AD=√3.
Driehoek AEF is ook gelijkzijdig met zijden 2√3.
AD snijdt EF in G. Z is het zwaartepunt van ΔAEF.



Vraag 10.
Bewijs dat ΔCDZ gelijkvormig is met ΔHGZ.

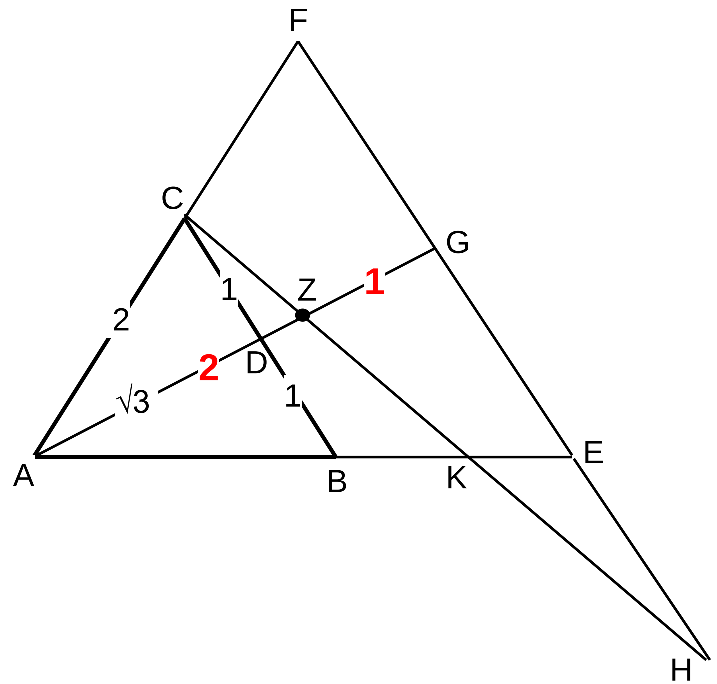
- Hoek G = 90^{o} (*want BC//EF, Z-hoeken*)
- Overstaande hoeken bij Z
- Dus ΔCDZ is gelijkvormig ΔHGZ (*hh*)

Vraag 11. Toon aan dat |DZ| = 2 – √3

- ΔAEF = √3×ΔABC dus AG = √3×AD = 3
- Zwaartepunt, dus AZ : ZG = 2 : 1 dus AZ = 2 (en ZG = 1)
- Dus: DZ = . . .

2014-I Even lang

Driehoek ABC is gelijkzijdig met zijden lengte 2.
AD is hoogtelijn én zwaartelijn. Zie de figuur.
Dus is BD=CD=1 en AD=$\sqrt{3}$.
Driehoek AEF is ook gelijkzijdig met zijden $2\sqrt{3}$.
AD snijdt EF in G. Z is het zwaartepunt van ΔAEF.



Vraag 10.
Bewijs dat ΔCDZ gelijkvormig is met ΔHGZ.

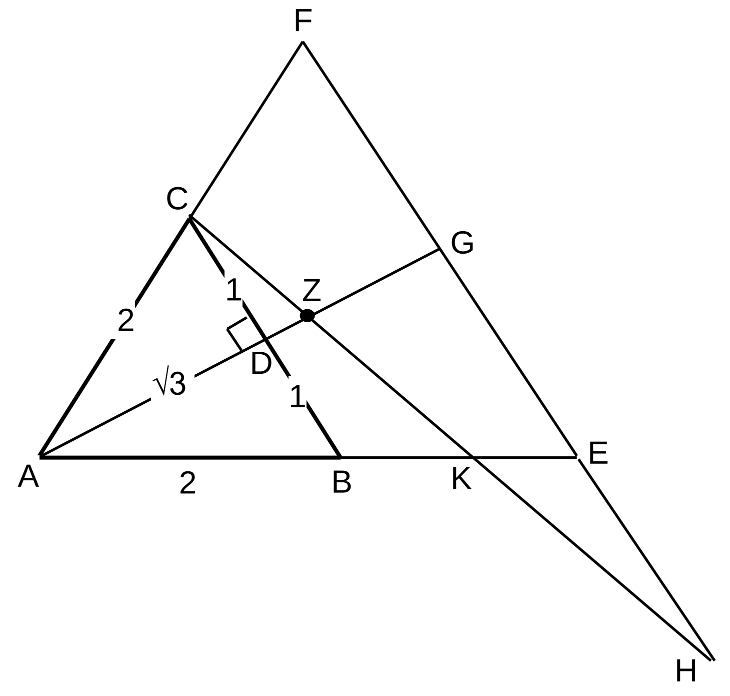
- Hoek G = 90^o (*want BC//EF, Z-hoeken*)
- Overstaande hoeken bij Z
- Dus ΔCDZ is gelijkvormig ΔHGZ (*hh*)

Vraag 11. Toon aan dat |DZ| = $2 - \sqrt{3}$

- ΔAEF = $\sqrt{3}\times\Delta$ABC dus AG = $\sqrt{3}\times$AD = 3
- Zwaartepunt, dus AZ : ZG = 2 : 1 dus AZ = 2 (en ZG = 1)
- Dus: DZ = AZ – AD = $2 - \sqrt{3}$

2014-I Even lang

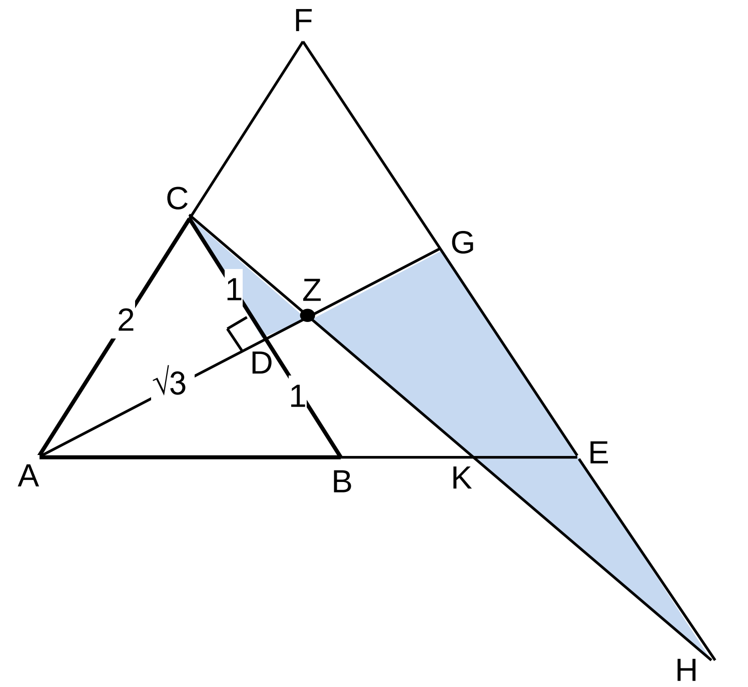
Vraag 12. Bewijs dat EH = AB.



2014-I Even lang

Vraag 12. Bewijs dat EH = AB.

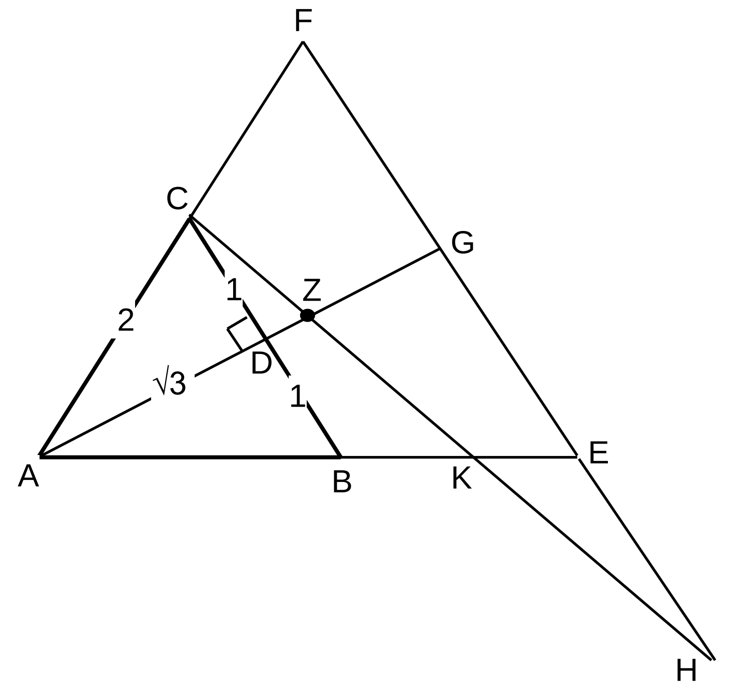
Uit de gelijkvormigheid van ΔCDZ en ΔHGZ volgt:



2014-I Even lang

Vraag 12. Bewijs dat EH = AB.

Uit de gelijkvormigheid van ΔCDZ en ΔHGZ volgt:
Voor de rechthoekszijden:

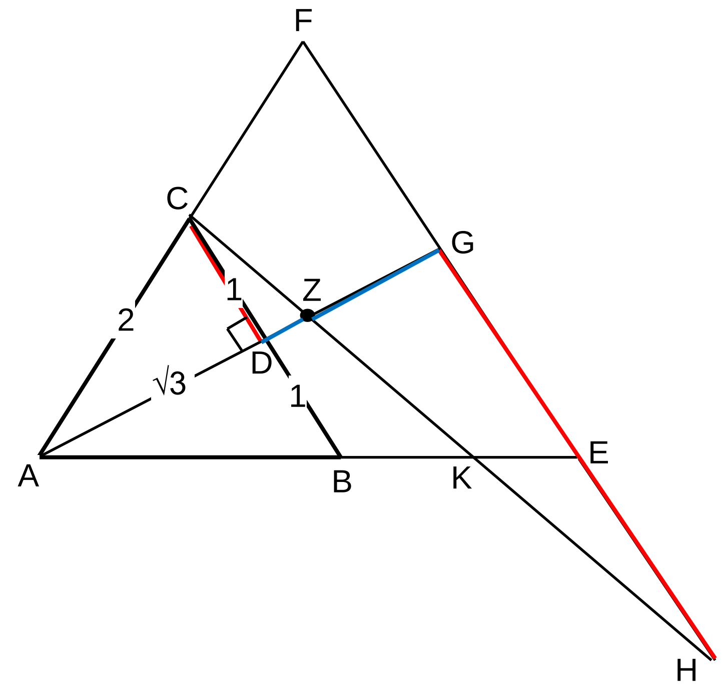


2014-I Even lang

Vraag 12. Bewijs dat EH = AB.

Uit de gelijkvormigheid van ΔCDZ en ΔHGZ volgt:
Voor de rechthoekszijden GH : GZ = DC : DZ

Met GZ =



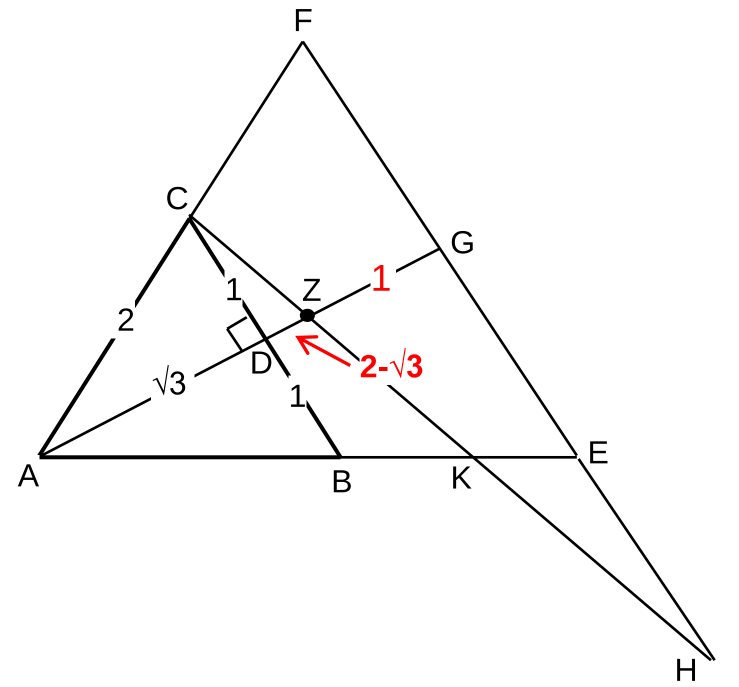
2014-I Even lang

Vraag 12. Bewijs dat EH = AB.

Uit de gelijkvormigheid van ΔCDZ en ΔHGZ volgt:
Voor de rechthoekszijden GH : GZ = DC : DZ

Met GZ = 3 – 2 = 1 en DZ = 2 – √3 (*vorige vraag*)

Dus:



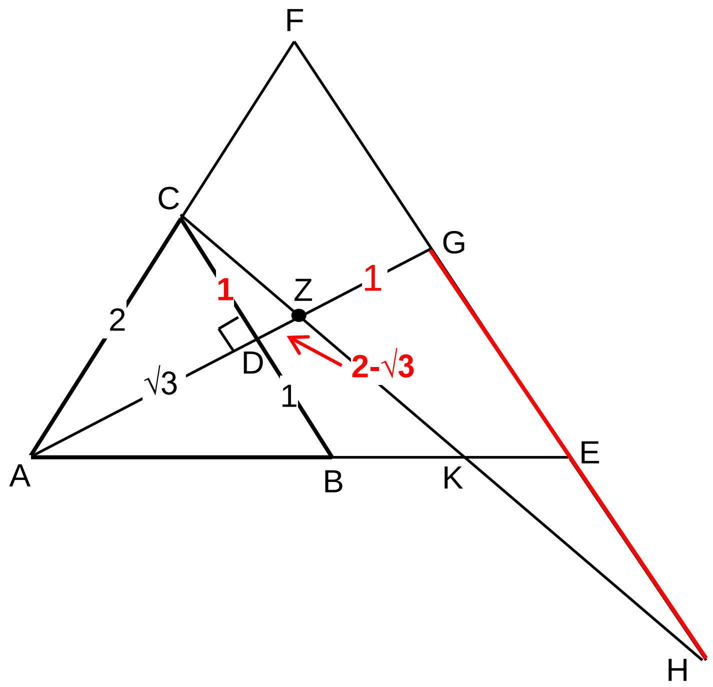
2014-I Even lang

Vraag 12. Bewijs dat EH = AB.

Uit de gelijkvormigheid van ΔCDZ en ΔHGZ volgt:
Voor de rechthoekszijden GH : GZ = DC : DZ

Met GZ = 3 – 2 = 1 en DZ = 2 – √3 (*vorige vraag*)

Dus GH : 1 = 1 : 2 – √3



2014-I Even lang

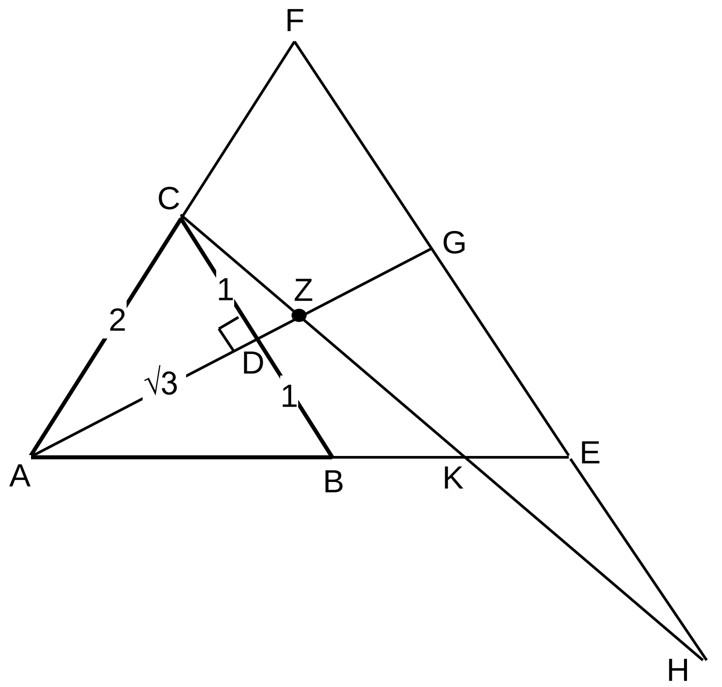
Vraag 12. Bewijs dat EH = AB.

Uit de gelijkvormigheid van ΔCDZ en ΔHGZ volgt:
Voor de rechthoekszijden GH : GZ = DC : DZ

Met GZ = 3 – 2 = 1 en DZ = 2 – √3 (*vorige vraag*)

Dus GH : 1 = 1 : 2 – √3 $\quad GH = \dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$

$$\frac{GH}{1} = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$$



2014-I Even lang

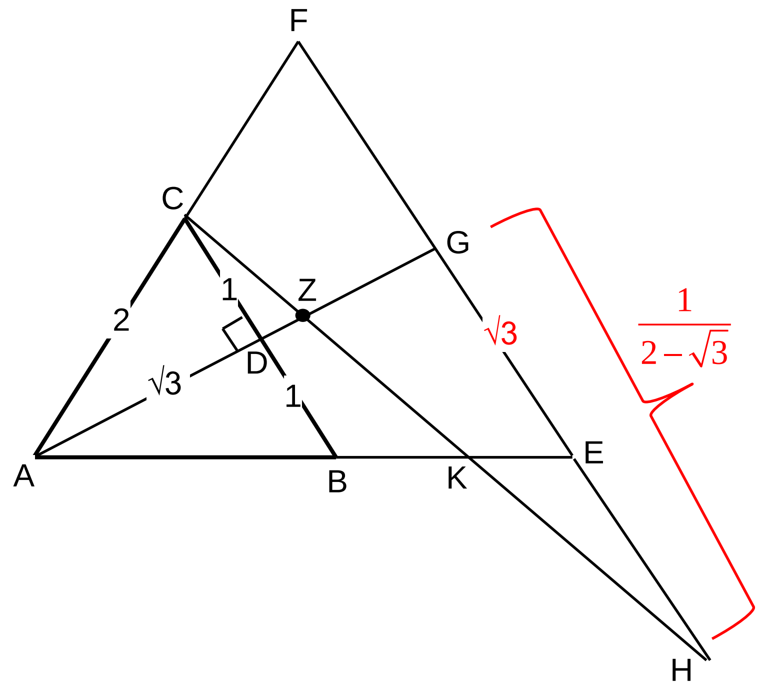
Vraag 12. Bewijs dat EH = AB.

Uit de gelijkvormigheid van ΔCDZ en ΔHGZ volgt:
Voor de rechthoekszijden GH : GZ = DC : DZ

Met GZ = 3 – 2 = 1 en DZ = 2 – √3 (*vorige vraag*)

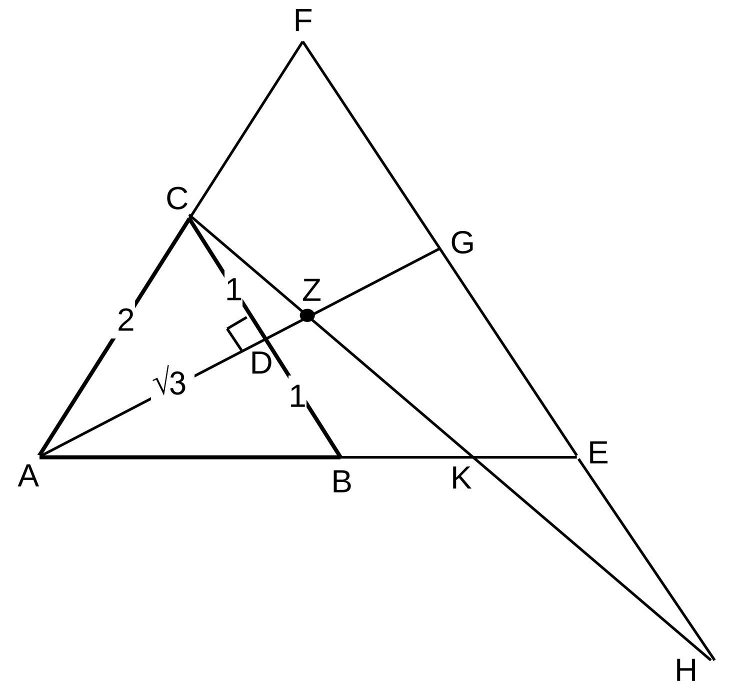
Dus GH : 1 = 1 : 2 – √3 $\quad GH = \dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$

Dus $EH = GH - EG = \dfrac{1}{2-\sqrt{3}} - \sqrt{3}$



2014-I Even lang

Vraag 12. Bewijs dat EH = AB.



Uit de gelijkvormigheid van ΔCDZ en ΔHGZ volgt:
Voor de rechthoekszijden GH : GZ = DC : DZ

Met GZ = 3 – 2 = 1 en DZ = 2 – √3 (*vorige vraag*)

Dus GH : 1 = 1 : 2 – √3 $\quad GH = \dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$

Dus $EH = GH - EG = \dfrac{1}{2-\sqrt{3}} - \sqrt{3}$

Als volgt uitgewerkt:

2014-I Even lang

Vraag 12. Bewijs dat EH = AB.

Uit de gelijkvormigheid van ΔCDZ en ΔHGZ volgt:
Voor de rechthoekszijden GH : GZ = DC : DZ

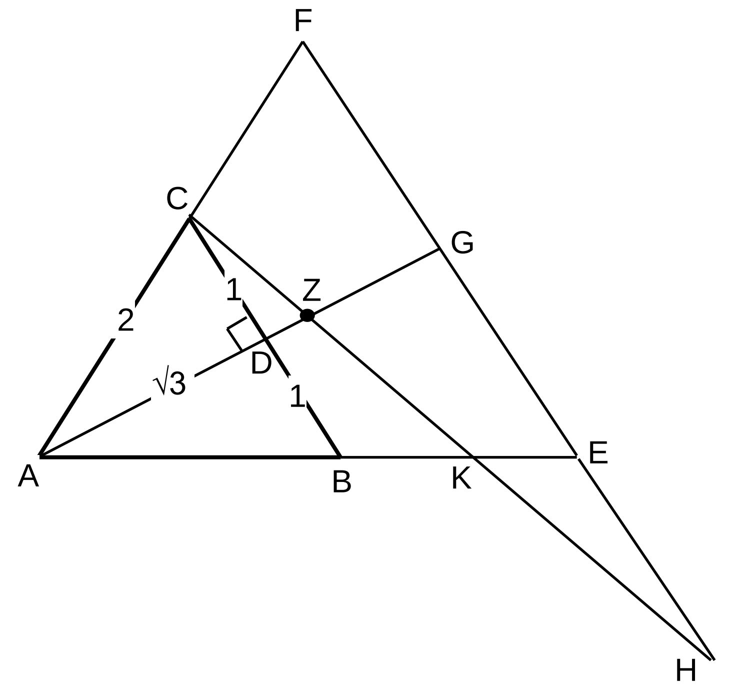
Met GZ = 3 – 2 = 1 en DZ = 2 – √3 (*vorige vraag*)

Dus GH : 1 = 1 : 2 – √3 $\qquad GH = \dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$

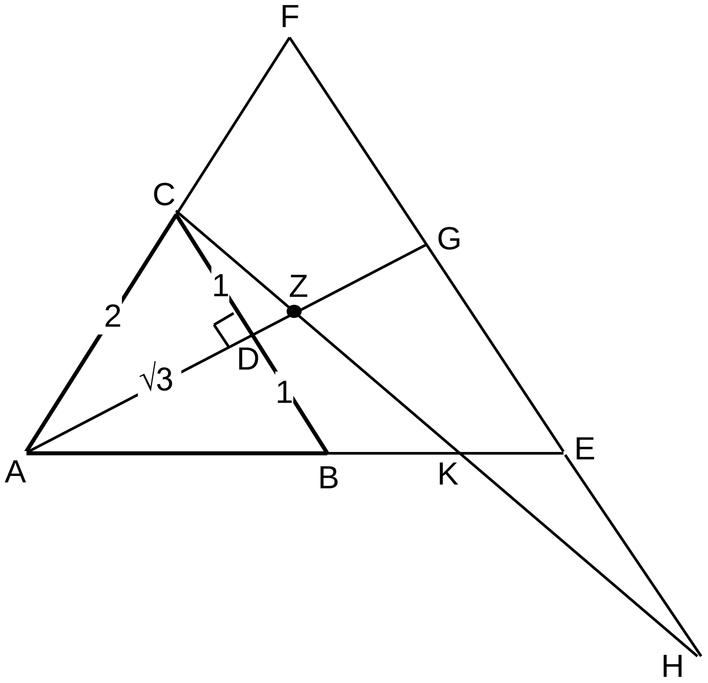
Dus EH = GH – EG = $\dfrac{1}{2-\sqrt{3}} - \sqrt{3}$

Als volgt uitgewerkt:

$$\frac{1}{2-\sqrt{3}} - \sqrt{3} = \frac{1-(2-\sqrt{3})\cdot\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \quad = \ldots$$



2014-I Even lang



Vraag 12. Bewijs dat EH = AB.

Uit de gelijkvormigheid van ΔCDZ en ΔHGZ volgt:
Voor de rechthoekszijden GH : GZ = DC : DZ

Met GZ = 3 – 2 = 1 en DZ = 2 – √3 (*vorige vraag*)

Dus GH : 1 = 1 : 2 – √3 $\quad GH = \dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$

Dus $EH = GH - EG = \dfrac{1}{2-\sqrt{3}} - \sqrt{3}$

Als volgt uitgewerkt:

$$\frac{1}{2-\sqrt{3}}-\sqrt{3}=\frac{1-(2-\sqrt{3})\cdot\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \qquad =\frac{1-2\sqrt{3}+\overset{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{3}}{2-\sqrt{3}}=\frac{4-2\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}=\frac{2\cdot(2-\sqrt{3})}{2-\sqrt{3}}=2$$

Bij vraag 14   Puntsymmetrie

De (grafiek) van $f(x)$
is puntsymmetrisch t.o.v. (0, 0)
als voor alle waarden van p geldt:

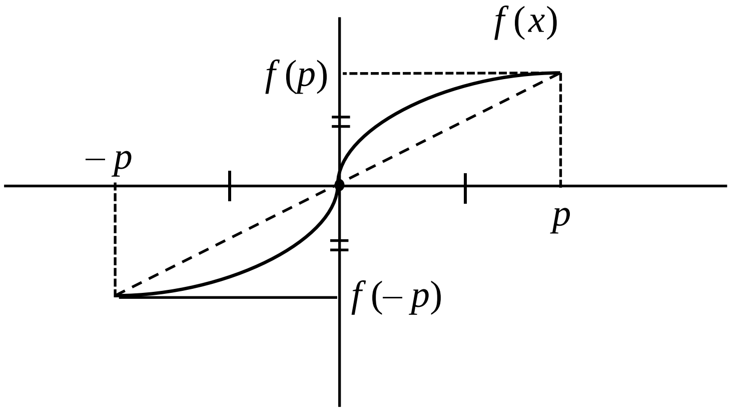
$$\boldsymbol{f(p) = -f(-p)}$$

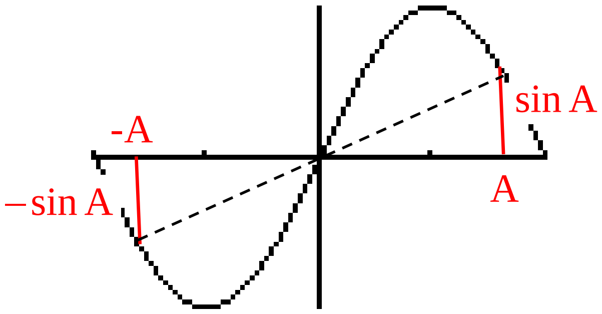
of

$$\boldsymbol{f(p) + f(-p) = 0}$$

De sinus is puntsymmetrisch in (0, 0):

$$\mathbf{sin}\,\boldsymbol{(-A) = -}\,\mathbf{sin}\,\boldsymbol{(A)}$$

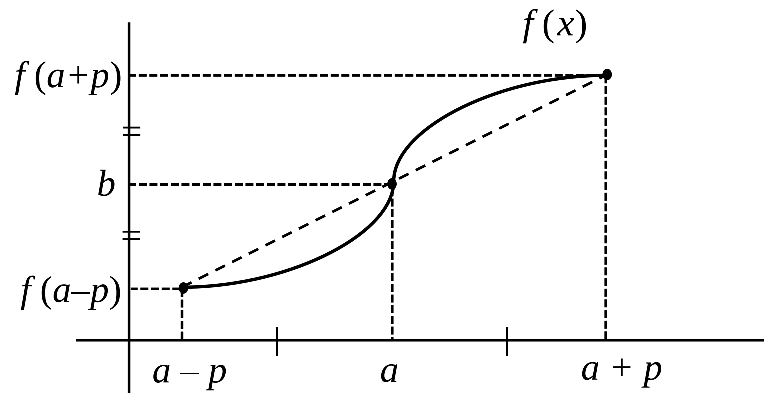




Bij vraag 14 Puntsymmetrie

De (grafiek) van $f(x)$
is puntsymmetrisch t.o.v. (a, b)
als voor alle waarden van p geldt:

$$\boldsymbol{f(a+p) - b = b - f(a-p)}$$

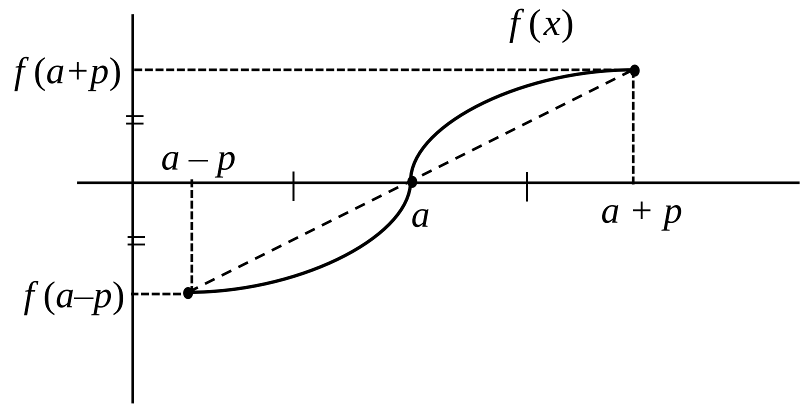


De (grafiek) van $f(x)$
is puntsymmetrisch t.o.v. $(a, 0)$
als voor alle waarden van p geldt:

$$\boldsymbol{f(a+p) = -f(a-p)}$$

of

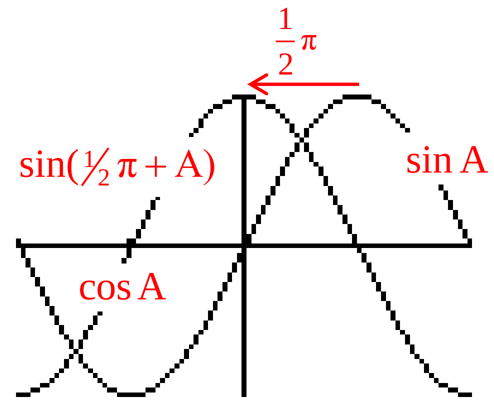
$$\boldsymbol{f(a+p) + f(a-p) = 0}$$



Bij vraag 14   Andere formules

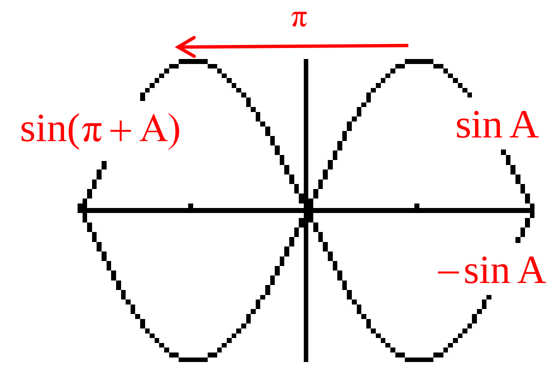
$\sin(\tfrac{1}{2}\pi + A) = \sin(A + \tfrac{1}{2}\pi) = \cos A$

sin A ½π naar links verschuiven



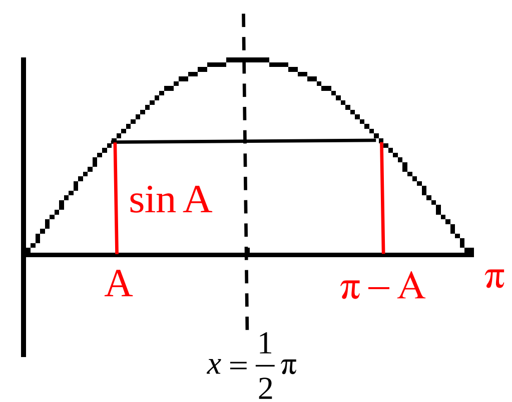
$\sin(\pi + A) = \sin(A + \pi) = -\sin A$

sin A π naar links verschuiven



$\sin(\pi - A) = \sin A$

spiegelen in $x = \tfrac{1}{2}\pi$



2014-I Gemeenschappelijk met de x-as

Vraag 13. Voor alle $a \neq 0$ is gegeven: $f_a(x) = 2\sin(ax) + \sin(2ax)$
Het punt $(\pi/a, 0)$ is een gemeenschappelijk punt van de grafiek van f_a en de x-as.
Bewijs dat voor elke waarde van a ($\neq 0$) de grafiek van f_a de x-as in $(\pi/a, 0)$ raakt.

Oplossing:

2014-I Gemeenschappelijk met de x-as

Vraag 13. Voor alle $a \neq 0$ is gegeven: $f_a(x) = 2\sin(ax) + \sin(2ax)$
Het punt $(\pi/a, 0)$ is een gemeenschappelijk punt van de grafiek van f_a en de x-as.
Bewijs dat voor elke waarde van a ($\neq 0$) de grafiek van f_a de x-as in $(\pi/a, 0)$ raakt.

Oplossing:
$f\,'(x) = 2\cos(ax)\cdot a + \sin(2ax)\cdot 2a = 2a\cos(ax) + 2a\cos(2ax)$

kettingregel

2014-I Gemeenschappelijk met de x-as

Vraag 13. Voor alle $a \neq 0$ is gegeven: $f_a(x) = 2\sin(ax) + \sin(2ax)$
Het punt $(\pi/a, 0)$ is een gemeenschappelijk punt van de grafiek van f_a en de x-as.
Bewijs dat voor elke waarde van a ($\neq 0$) de grafiek van f_a de x-as in $(\pi/a, 0)$ raakt.

Oplossing:
$f'(x) = 2\cos(ax)\cdot a + \sin(2ax)\cdot 2a = 2a\cos(ax) + 2a\cos(2ax)$
f raakt x-as in $(\pi/a, 0)$ als $f'(\pi/a) = 0$

2014-I Gemeenschappelijk met de x-as

Vraag 13. Voor alle $a \neq 0$ is gegeven: $f_a(x) = 2\sin(ax) + \sin(2ax)$
Het punt $(\pi/a, 0)$ is een gemeenschappelijk punt van de grafiek van f_a en de x-as.
Bewijs dat voor elke waarde van a ($\neq 0$) de grafiek van f_a de x-as in $(\pi/a, 0)$ raakt.

Oplossing:
$f\,'(x) = 2\cos(ax)\cdot a + \sin(2ax)\cdot 2a = 2a\cos(ax) + 2a\cos(2ax)$
f raakt x-as in $(\pi/a, 0)$ als $f\,'(\pi/a) = 0$
$f\,'(\pi/a) = 2a\cos(\pi) + 2a\cos(2\pi) = 2a\cdot -1 + 2a\cdot 1 = 0$ klopt.

$a \cdot \frac{\pi}{a} = \pi$

2014-I Gemeenschappelijk met de x-as

Vraag 13. Voor alle $a \neq 0$ is gegeven: $f_a(x) = 2\sin(ax) + \sin(2ax)$
Het punt $(\pi/a, 0)$ is een gemeenschappelijk punt van de grafiek van f_a en de x-as.
Bewijs dat voor elke waarde van a ($\neq 0$) de grafiek van f_a de x-as in $(\pi/a, 0)$ raakt.

Oplossing:
$f\,'(x) = 2\cos(ax)\cdot a + \sin(2ax)\cdot 2a = 2a\cos(ax) + 2a\cos(2ax)$
f raakt x-as in $(\pi/a, 0)$ als $f\,'(\pi/a) = 0$
$f\,'(\pi/a) = 2a\cos(\pi) + 2a\cos(2\pi) = 2a\cdot -1 + 2a\cdot 1 = 0$ klopt.

Vraag 14. Bewijs dat de grafiek van f_2 puntsymmetrisch is in $(\frac{1}{2}\pi, 0)$

Oplossing:

2014-I Gemeenschappelijk met de x-as

Vraag 13. Voor alle $a \neq 0$ is gegeven: $f_a(x) = 2\sin(ax) + \sin(2ax)$
Het punt $(\pi/a, 0)$ is een gemeenschappelijk punt van de grafiek van f_a en de x-as.
Bewijs dat voor elke waarde van a ($\neq 0$) de grafiek van f_a de x-as in $(\pi/a, 0)$ raakt.

Oplossing:
$f'(x) = 2\cos(ax)\cdot a + \sin(2ax)\cdot 2a = 2a\cos(ax) + 2a\cos(2ax)$
f raakt x-as in $(\pi/a, 0)$ als $f'(\pi/a) = 0$
$f'(\pi/a) = 2a\cos(\pi) + 2a\cos(2\pi) = 2a\cdot -1 + 2a\cdot 1 = 0$ klopt.

Vraag 14. Bewijs dat de grafiek van f_2 puntsymmetrisch is in $(\frac{1}{2}\pi, 0)$

Oplossing: $f_2(x) = 2\sin(2x) + \sin(4x)$ $a = 2$

2014-I Gemeenschappelijk met de x-as

Vraag 13. Voor alle $a \neq 0$ is gegeven: $f_a(x) = 2\sin(ax) + \sin(2ax)$
Het punt $(\pi/a, 0)$ is een gemeenschappelijk punt van de grafiek van f_a en de x-as.
Bewijs dat voor elke waarde van a ($\neq 0$) de grafiek van f_a de x-as in $(\pi/a, 0)$ raakt.

Oplossing:
$f'(x) = 2\cos(ax) \cdot a + \sin(2ax) \cdot 2a = 2a\cos(ax) + 2a\cos(2ax)$
f raakt x-as in $(\pi/a, 0)$ als $f'(\pi/a) = 0$
$f'(\pi/a) = 2a\cos(\pi) + 2a\cos(2\pi) = 2a \cdot -1 + 2a \cdot 1 = 0$ klopt.

Vraag 14. Bewijs dat de grafiek van f_2 puntsymmetrisch is in $(\frac{1}{2}\pi, 0)$

Oplossing: $f_2(x) = 2\sin(2x) + \sin(4x)$
$f_2(\frac{1}{2}\pi + p) + f_2(\frac{1}{2}\pi - p) =$

2014-I Gemeenschappelijk met de x-as

Vraag 13. Voor alle $a \neq 0$ is gegeven: $f_a(x) = 2\sin(ax) + \sin(2ax)$
Het punt $(\pi/a, 0)$ is een gemeenschappelijk punt van de grafiek van f_a en de x-as.
Bewijs dat voor elke waarde van a ($\neq 0$) de grafiek van f_a de x-as in $(\pi/a, 0)$ raakt.

Oplossing:
$f\,‘(x) = 2\cos(ax)\cdot a + \sin(2ax)\cdot 2a = 2a\cos(ax) + 2a\cos(2ax)$
f raakt x-as in $(\pi/a, 0)$ als $f\,‘(\pi/a) = 0$
$f\,‘(\pi/a) = 2a\cos(\pi) + 2a\cos(2\pi) = 2a\cdot -1 + 2a\cdot 1 = 0$ klopt.

Vraag 14. Bewijs dat de grafiek van f_2 puntsymmetrisch is in $(½\pi, 0)$

Oplossing: $f_2(x) = 2\sin(2x) + \sin(4x)$
$f_2(½\pi + p) + f_2(½\pi - p) = 2\sin(\pi + 2p) + \sin(2\pi + 4p) + 2\sin(\pi - 2p) + \sin(2\pi - 4p)$

2014-I Gemeenschappelijk met de x-as

Vraag 13. Voor alle $a \neq 0$ is gegeven: $f_a(x) = 2\sin(ax) + \sin(2ax)$
Het punt $(\pi/a, 0)$ is een gemeenschappelijk punt van de grafiek van f_a en de x-as.
Bewijs dat voor elke waarde van a ($\neq 0$) de grafiek van f_a de x-as in $(\pi/a, 0)$ raakt.

Oplossing:
$f'(x) = 2\cos(ax)\cdot a + \sin(2ax)\cdot 2a = 2a\cos(ax) + 2a\cos(2ax)$
f raakt x-as in $(\pi/a, 0)$ als $f'(\pi/a) = 0$
$f'(\pi/a) = 2a\cos(\pi) + 2a\cos(2\pi) = 2a\cdot -1 + 2a\cdot 1 = 0$ klopt.

Vraag 14. Bewijs dat de grafiek van f_2 puntsymmetrisch is in $(\frac{1}{2}\pi, 0)$

Oplossing: $f_2(x) = 2\sin(2x) + \sin(4x)$
$f_2(\frac{1}{2}\pi + p) + f_2(\frac{1}{2}\pi - p) = 2\sin(\pi + 2p) + \sin(2\pi + 4p) + 2\sin(\pi - 2p) + \sin(2\pi - 4p)$
$= -\sin 2p + \sin(4p) + \sin(2p) - \sin(4p)$

Formules:
$\sin(\pi+A) = -\sin A$ $\quad \sin(2\pi+A) = \sin A$ $\quad \sin(\pi-A) = \sin A$ $\quad \sin(2\pi-A) = \sin(-A) = -\sin A$

2014-I Gemeenschappelijk met de x-as

Vraag 13. Voor alle $a \neq 0$ is gegeven: $f_a(x) = 2\sin(ax) + \sin(2ax)$
Het punt $(\pi/a, 0)$ is een gemeenschappelijk punt van de grafiek van f_a en de x-as.
Bewijs dat voor elke waarde van a ($\neq 0$) de grafiek van f_a de x-as in $(\pi/a, 0)$ raakt.

Oplossing:
$f\,'(x) = 2\cos(ax)\cdot a + \sin(2ax)\cdot 2a = 2a\cos(ax) + 2a\cos(2ax)$
f raakt x-as in $(\pi/a, 0)$ als $f\,'(\pi/a) = 0$
$f\,'(\pi/a) = 2a\cos(\pi) + 2a\cos(2\pi) = 2a\cdot -1 + 2a\cdot 1 = 0$ klopt.

Vraag 14. Bewijs dat de grafiek van f_2 puntsymmetrisch is in $(½\pi, 0)$

Oplossing: $f_2(x) = 2\sin(2x) + \sin(4x)$
$f_2(½\pi + p) + f_2(½\pi - p) = 2\sin(\pi + 2p) + \sin(2\pi + 4p) + 2\sin(\pi - 2p) + \sin(2\pi - 4p)$
$= \cancel{-\sin 2p} + \cancel{\sin(4p)} + \cancel{\sin(2p)} - \cancel{\sin(4p)}$
$= 0$
Dus puntsymmetrisch .

2014-I Hoogwaterstanden

Een formule om de risico’s te bereken bij hoogwaterstanden is:

$$f(h) = 10^{a - b \cdot h}$$

Hierin is h de hoogte in meters boven NAP en $f(h)$ het gemiddeld aantal keren per jaar dat een hoogwaterstand de waarde van h overschrijdt.
In Hoek van Holland geldt voor hoogwaterstanden tussen 0,9 m en 2,5 m:

$a = 4{,}3$ en $b = 1{,}9$.

Vraag 15. Bereken welke waarde van h gemiddeld één keer per jaar wordt overschreden. Afronden op één decimaal.

2014-I Hoogwaterstanden

Een formule om de risico's te bereken bij hoogwaterstanden is:

$$f(h) = 10^{a - b \cdot h}$$

Hierin is h de hoogte in meters boven NAP en $f(h)$ het gemiddeld aantal keren per jaar dat een hoogwaterstand de waarde van h overschrijdt.
In Hoek van Holland geldt voor hoogwaterstanden tussen 0,9 m en 2,5 m:

$a = 4{,}3$ en $b = 1{,}9$.

Vraag 15. Bereken welke waarde van h gemiddeld één keer per jaar wordt overschreden. Afronden op één decimaal.

Oplossing: $10^{4{,}3 - 1{,}9h} = 1$ oplossen.

Geeft:

2014-I Hoogwaterstanden

Een formule om de risico's te bereken bij hoogwaterstanden is:

$$f(h) = 10^{a - b \cdot h}$$

Hierin is h de hoogte in meters boven NAP en $f(h)$ het gemiddeld aantal keren per jaar dat een hoogwaterstand de waarde van h overschrijdt.
In Hoek van Holland geldt voor hoogwaterstanden tussen 0,9 m en 2,5 m:

$a = 4{,}3$ en $b = 1{,}9$.

Vraag 15. Bereken welke waarde van h gemiddeld één keer per jaar wordt overschreden. Afronden op één decimaal.

Oplossing: $10^{4{,}3 - 1{,}9h} = 1$ oplossen.

Geeft $4{,}3 - 1{,}9h = 0$

2014-I Hoogwaterstanden

Een formule om de risico’s te bereken bij hoogwaterstanden is:

$$f(h) = 10^{a - b \cdot h}$$

Hierin is h de hoogte in meters boven NAP en $f(h)$ het gemiddeld aantal keren per jaar dat een hoogwaterstand de waarde van h overschrijdt.
In Hoek van Holland geldt voor hoogwaterstanden tussen 0,9 m en 2,5 m:

$a = 4{,}3$ en $b = 1{,}9$.

Vraag 15. Bereken welke waarde van h gemiddeld één keer per jaar wordt overschreden. Afronden op één decimaal.

Oplossing: $10^{4{,}3 - 1{,}9h} = 1$ oplossen.

Geeft $4{,}3 - 1{,}9h = 0$

Met het antwoord:

2014-I Hoogwaterstanden

Een formule om de risico's te bereken bij hoogwaterstanden is:

$$f(h) = 10^{a - b \cdot h}$$

Hierin is h de hoogte in meters boven NAP en $f(h)$ het gemiddeld aantal keren per jaar dat een hoogwaterstand de waarde van h overschrijdt.
In Hoek van Holland geldt voor hoogwaterstanden tussen 0,9 m en 2,5 m:

$a = 4{,}3$ en $b = 1{,}9$.

Vraag 15. Bereken welke waarde van h gemiddeld één keer per jaar wordt overschreden. Afronden op één decimaal.

Oplossing: $10^{4{,}3 - 1{,}9h} = 1$ oplossen.

Geeft $4{,}3 - 1{,}9h = 0$

Met het antwoord $h = 2{,}3$ (m)

2014-I Hoogwaterstanden

Een formule om de risico's te bereken bij hoogwaterstanden is:

$$f(h) = 10^{a - b \cdot h}$$

Hierin is h de hoogte in meters boven NAP en $f(h)$ het gemiddeld aantal keren per jaar dat een hoogwaterstand de waarde van h overschrijdt.
In Hoek van Holland geldt voor hoogwaterstanden tussen 0,9 m en 2,5 m:

$a = 4{,}3$ en $b = 1{,}9$.

Als de zeespiegel, en daarmee ook de hoogwaterstanden, 0,1 m zou stijgen, zou dit leiden tot een groter aantal keren per jaar dat de waarde $h = 2{,}5$ in Hoek van Holland wordt overschreden.

Vraag 16. Bereken hoeveel keer zo groot dit gemiddeld aantal keren zou zijn.

Oplossing:

2014-I Hoogwaterstanden

Een formule om de risico's te bereken bij hoogwaterstanden is:

$$f(h) = 10^{a - b \cdot h}$$

Hierin is h de hoogte in meters boven NAP en $f(h)$ het gemiddeld aantal keren per jaar dat een hoogwaterstand de waarde van h overschrijdt.
In Hoek van Holland geldt voor hoogwaterstanden tussen 0,9 m en 2,5 m:

$a = 4{,}3$ en $b = 1{,}9$.

Als de zeespiegel, en daarmee ook de hoogwaterstanden, 0,1 m zou stijgen, zou dit leiden tot een groter aantal keren per jaar dat de waarde $h = 2{,}5$ in Hoek van Holland wordt overschreden.

Vraag 16. Bereken hoeveel keer zo groot dit gemiddeld aantal keren zou zijn.

Oplossing: Voor de stijging: $f(2{,}5) =$

2014-I Hoogwaterstanden

Een formule om de risico's te bereken bij hoogwaterstanden is:

$$f(h) = 10^{a - b \cdot h}$$

Hierin is h de hoogte in meters boven NAP en $f(h)$ het gemiddeld aantal keren per jaar dat een hoogwaterstand de waarde van h overschrijdt.
In Hoek van Holland geldt voor hoogwaterstanden tussen 0,9 m en 2,5 m:

$$a = 4{,}3 \quad \text{en} \quad b = 1{,}9.$$

Als de zeespiegel, en daarmee ook de hoogwaterstanden, 0,1 m zou stijgen, zou dit leiden tot een groter aantal keren per jaar dat de waarde $h = 2{,}5$ in Hoek van Holland wordt overschreden.

Vraag 16. Bereken hoeveel keer zo groot dit gemiddeld aantal keren zou zijn.

Oplossing: Voor de stijging: $f(2{,}5) = 10^{4{,}3 - 1{,}9 \cdot 2{,}5} = 0{,}3548$

2014-I Hoogwaterstanden

Een formule om de risico's te bereken bij hoogwaterstanden is:

$$f(h) = 10^{a - b \cdot h}$$

Hierin is h de hoogte in meters boven NAP en $f(h)$ het gemiddeld aantal keren per jaar dat een hoogwaterstand de waarde van h overschrijdt.
In Hoek van Holland geldt voor hoogwaterstanden tussen 0,9 m en 2,5 m:

$a = 4{,}3$ en $b = 1{,}9$.

Als de zeespiegel, en daarmee ook de hoogwaterstanden, 0,1 m zou stijgen, zou dit leiden tot een groter aantal keren per jaar dat de waarde $h = 2{,}5$ in Hoek van Holland wordt overschreden.

Vraag 16. Bereken hoeveel keer zo groot dit gemiddeld aantal keren zou zijn.

Oplossing: Voor de stijging: $f(2{,}5) = 10^{4{,}3 - 1{,}9 \cdot 2{,}5} = 0{,}3548$

Na de stijging:

2014-I Hoogwaterstanden

Een formule om de risico's te bereken bij hoogwaterstanden is:

$$f(h) = 10^{a - b \cdot h}$$

Hierin is h de hoogte in meters boven NAP en $f(h)$ het gemiddeld aantal keren per jaar dat een hoogwaterstand de waarde van h overschrijdt.
In Hoek van Holland geldt voor hoogwaterstanden tussen 0,9 m en 2,5 m:

$a = 4{,}3$ en $b = 1{,}9$.

Als de zeespiegel, en daarmee ook de hoogwaterstanden, 0,1 m zou stijgen, zou dit leiden tot een groter aantal keren per jaar dat de waarde $h = 2{,}5$ in Hoek van Holland wordt overschreden.

Vraag 16. Bereken hoeveel keer zo groot dit gemiddeld aantal keren zou zijn.

Oplossing: Voor de stijging: $f(2{,}5) = 10^{4{,}3 - 1{,}9 \cdot 2{,}5} = 0{,}3548$

Na de stijging: $f(2{,}4) =$

2014-I Hoogwaterstanden

Een formule om de risico's te bereken bij hoogwaterstanden is:

$$f(h) = 10^{\,a - b \cdot h}$$

Hierin is h de hoogte in meters boven NAP en $f(h)$ het gemiddeld aantal keren per jaar dat een hoogwaterstand de waarde van h overschrijdt.
In Hoek van Holland geldt voor hoogwaterstanden tussen 0,9 m en 2,5 m:

$a = 4{,}3$ en $b = 1{,}9$.

Als de zeespiegel, en daarmee ook de hoogwaterstanden, 0,1 m zou stijgen, zou dit leiden tot een groter aantal keren per jaar dat de waarde $h = 2{,}5$ in Hoek van Holland wordt overschreden.

Vraag 16. Bereken hoeveel keer zo groot dit gemiddeld aantal keren zou zijn.

Oplossing: Voor de stijging: $f(2{,}5) = 10^{\,4{,}3 - 1{,}9 \cdot 2{,}5} = 0{,}3548$

Na de stijging: $f(2{,}4) = 10^{\,4{,}3 - 1{,}9 \cdot 2{,}4} = 0{,}5495$

Na de stijging wordt $h = 2{,}5$ net zo vaak overschreden als $h = 2{,}4$ ervoor

2014-I Hoogwaterstanden

Een formule om de risico's te bereken bij hoogwaterstanden is:

$$f(h) = 10^{a - b \cdot h}$$

Hierin is h de hoogte in meters boven NAP en $f(h)$ het gemiddeld aantal keren per jaar dat een hoogwaterstand de waarde van h overschrijdt.
In Hoek van Holland geldt voor hoogwaterstanden tussen 0,9 m en 2,5 m:

$a = 4{,}3$ en $b = 1{,}9$.

Als de zeespiegel, en daarmee ook de hoogwaterstanden, 0,1 m zou stijgen, zou dit leiden tot een groter aantal keren per jaar dat de waarde $h = 2{,}5$ in Hoek van Holland wordt overschreden.

Vraag 16. Bereken hoeveel keer zo groot dit gemiddeld aantal keren zou zijn.

Oplossing: Voor de stijging: $f(2{,}5) = 10^{4{,}3 - 1{,}9 \cdot 2{,}5} = 0{,}3548$

Na de stijging: $f(2{,}4) = 10^{4{,}3 - 1{,}9 \cdot 2{,}4} = 0{,}5495$

De factor is 0,5495 : 0,3548 = 1,55 (ongeveer)

2014-I Hoogwaterstanden

Een formule om de risico's te bereken bij hoogwaterstanden is:

$$f(h) = 10^{a - b \cdot h}$$

Hierin is h de hoogte in meters boven NAP en $f(h)$ het gemiddeld aantal keren per jaar dat een hoogwaterstand de waarde van h overschrijdt.
In Hoek van Holland geldt voor hoogwaterstanden tussen 0,9 m en 2,5 m:

$a = 4{,}3$ en $b = 1{,}9$.

We zoeken nieuwe waarden voor a en b onder de volgende voorwaarden:

- $h = 2{,}5$ levert zelfde $f(h)$ als de oude waarden
- $h = 3{,}9$ levert $f(h) = 0{,}01$

Vraag 17. Bereken de nieuwe waarden voor a en b.

Oplossing:

2014-I Hoogwaterstanden

Een formule om de risico's te bereken bij hoogwaterstanden is:

$$f(h) = 10^{a - b \cdot h}$$

Hierin is h de hoogte in meters boven NAP en $f(h)$ het gemiddeld aantal keren per jaar dat een hoogwaterstand de waarde van h overschrijdt.
In Hoek van Holland geldt voor hoogwaterstanden tussen 0,9 m en 2,5 m:

$a = 4{,}3$ en $b = 1{,}9$.

We zoeken nieuwe waarden voor a en b onder de volgende voorwaarden:

- $h = 2{,}5$ levert zelfde $f(h)$ als de oude waarden
- $h = 3{,}9$ levert $f(h) = 0{,}01$

Vraag 17. Bereken de nieuwe waarden voor a en b.

Oplossing:

$10^{-0{,}45} = 10^{a - b \cdot 2{,}5}$ geeft

2014-I Hoogwaterstanden

Een formule om de risico's te bereken bij hoogwaterstanden is:

$$f(h) = 10^{a - b \cdot h}$$

Hierin is h de hoogte in meters boven NAP en $f(h)$ het gemiddeld aantal keren per jaar dat een hoogwaterstand de waarde van h overschrijdt.
In Hoek van Holland geldt voor hoogwaterstanden tussen 0,9 m en 2,5 m:

$a = 4{,}3$ en $b = 1{,}9$.

We zoeken nieuwe waarden voor a en b onder de volgende voorwaarden:

- $h = 2{,}5$ levert zelfde $f(h)$ als de oude waarden
- $h = 3{,}9$ levert $f(h) = 0{,}01$

Vraag 17. Bereken de nieuwe waarden voor a en b.

Oplossing:

$10^{-0{,}45} = 10^{a - b \cdot 2{,}5}$ geeft $-0{,}45 = a - b \cdot 2{,}5$ (1)

2014-I **Hoogwaterstanden**

Een formule om de risico's te bereken bij hoogwaterstanden is:

$$f(h) = 10^{\,a - b \cdot h}$$

Hierin is h de hoogte in meters boven NAP en $f(h)$ het gemiddeld aantal keren per jaar dat een hoogwaterstand de waarde van h overschrijdt.
In Hoek van Holland geldt voor hoogwaterstanden tussen 0,9 m en 2,5 m:

$a = 4{,}3$ en $b = 1{,}9$.

We zoeken nieuwe waarden voor a en b onder de volgende voorwaarden:

- $h = 2{,}5$ levert zelfde $f(h)$ als de oude waarden
- $h = 3{,}9$ levert $f(h) = 0{,}01$

Vraag 17. Bereken de nieuwe waarden voor a en b.

Oplossing:

$10^{-0{,}45} = 10^{\,a - b \cdot 2{,}5}$ geeft $-0{,}45 = a - b \cdot 2{,}5$ (1)

$0{,}01 = 10^{-2} = 10^{\,a - b \cdot 3{,}9}$

2014-I Hoogwaterstanden

Een formule om de risico's te bereken bij hoogwaterstanden is:

$$f(h) = 10^{a - b \cdot h}$$

Hierin is h de hoogte in meters boven NAP en $f(h)$ het gemiddeld aantal keren per jaar dat een hoogwaterstand de waarde van h overschrijdt.
In Hoek van Holland geldt voor hoogwaterstanden tussen 0,9 m en 2,5 m:

$a = 4{,}3$ en $b = 1{,}9$.

We zoeken nieuwe waarden voor a en b onder de volgende voorwaarden:

- $h = 2{,}5$ levert zelfde $f(h)$ als de oude waarden
- $h = 3{,}9$ levert $f(h) = 0{,}01$

Vraag 17. Bereken de nieuwe waarden voor a en b.

Oplossing:

$10^{-0{,}45} = 10^{a - b \cdot 2{,}5}$ geeft $-0{,}45 = a - b \cdot 2{,}5$ (1)

$0{,}01 = 10^{-2} = 10^{a - b \cdot 3{,}9}$ geeft $-2 = a - b \cdot 3{,}9$ (2)

Uit (1) volgt:

2014-I Hoogwaterstanden

Een formule om de risico's te bereken bij hoogwaterstanden is:

$$f\,(h) = 10^{\,a - b \cdot h}$$

Hierin is h de hoogte in meters boven NAP en $f\,(h)$ het gemiddeld aantal keren per jaar dat een hoogwaterstand de waarde van h overschrijdt.
In Hoek van Holland geldt voor hoogwaterstanden tussen 0,9 m en 2,5 m:

$$a = 4{,}3 \text{ en } b = 1{,}9.$$

We zoeken nieuwe waarden voor a en b onder de volgende voorwaarden:

- $h = 2{,}5$ levert zelfde $f\,(h)$ als de oude waarden
- $h = 3{,}9$ levert $f\,(h) = 0{,}01$

Vraag 17. Bereken de nieuwe waarden voor a en b.

Oplossing:

$10^{-0{,}45} = 10^{\,a - b \cdot 2{,}5}$ geeft $-0{,}45 = a - b \cdot 2{,}5$ (1)

$0{,}01 = 10^{-2} = 10^{\,a - b \cdot 3{,}9}$ geeft $-2 = a - b \cdot 3{,}9$ (2)

Uit (1) volgt: $b \cdot 2{,}5 - 0{,}45 = a$ Uit (2) volgt:

2014-I Hoogwaterstanden

Een formule om de risico's te bereken bij hoogwaterstanden is:

$$f(h) = 10^{a - b \cdot h}$$

Hierin is h de hoogte in meters boven NAP en $f(h)$ het gemiddeld aantal keren per jaar dat een hoogwaterstand de waarde van h overschrijdt.
In Hoek van Holland geldt voor hoogwaterstanden tussen 0,9 m en 2,5 m:

$$a = 4{,}3 \text{ en } b = 1{,}9.$$

We zoeken nieuwe waarden voor a en b onder de volgende voorwaarden:

- $h = 2{,}5$ levert zelfde $f(h)$ als de oude waarden
- $h = 3{,}9$ levert $f(h) = 0{,}01$

Vraag 17. Bereken de nieuwe waarden voor a en b.

Oplossing:

$10^{-0{,}45} = 10^{a - b \cdot 2{,}5}$ geeft $-0{,}45 = a - b \cdot 2{,}5$ (1)

$0{,}01 = 10^{-2} = 10^{a - b \cdot 3{,}9}$ geeft $-2 = a - b \cdot 3{,}9$ (2)

Uit (1) volgt: $b \cdot 2{,}5 - 0{,}45 = a$ Uit (2) volgt: $b \cdot 3{,}9 - 2 = a$

2014-I **Hoogwaterstanden**

Een formule om de risico's te bereken bij hoogwaterstanden is:

$$f(h) = 10^{a - b \cdot h}$$

Hierin is h de hoogte in meters boven NAP en $f(h)$ het gemiddeld aantal keren per jaar dat een hoogwaterstand de waarde van h overschrijdt.
In Hoek van Holland geldt voor hoogwaterstanden tussen 0,9 m en 2,5 m:

$a = 4{,}3$ en $b = 1{,}9$.

We zoeken nieuwe waarden voor a en b onder de volgende voorwaarden:
- $h = 2{,}5$ levert zelfde $f(h)$ als de oude waarden
- $h = 3{,}9$ levert $f(h) = 0{,}01$

Vraag 17. Bereken de nieuwe waarden voor a en b.
Oplossing:

$10^{-0{,}45} = 10^{a - b \cdot 2{,}5}$ geeft $-0{,}45 = a - b \cdot 2{,}5$ (1)
$0{,}01 = 10^{-2} = 10^{a - b \cdot 3{,}9}$ geeft $-2 = a - b \cdot 3{,}9$ (2)

Uit (1) volgt: $b \cdot 2{,}5 - 0{,}45 = a$ Uit (2) volgt: $b \cdot 3{,}9 - 2 = a$
Gelijkstellen:

2014-I Hoogwaterstanden

Een formule om de risico's te bereken bij hoogwaterstanden is:

$$f(h) = 10^{a - b \cdot h}$$

Hierin is h de hoogte in meters boven NAP en $f(h)$ het gemiddeld aantal keren per jaar dat een hoogwaterstand de waarde van h overschrijdt.
In Hoek van Holland geldt voor hoogwaterstanden tussen 0,9 m en 2,5 m:

$a = 4{,}3$ en $b = 1{,}9$.

We zoeken nieuwe waarden voor a en b onder de volgende voorwaarden:

- $h = 2{,}5$ levert zelfde $f(h)$ als de oude waarden
- $h = 3{,}9$ levert $f(h) = 0{,}01$

Vraag 17. Bereken de nieuwe waarden voor a en b.

Oplossing:

$10^{-0{,}45} = 10^{a - b \cdot 2{,}5}$ geeft $-0{,}45 = a - b \cdot 2{,}5$ (1)

$0{,}01 = 10^{-2} = 10^{a - b \cdot 3{,}9}$ geeft $-2 = a - b \cdot 3{,}9$ (2)

Uit (1) volgt: $b \cdot 2{,}5 - 0{,}45 = a$ Uit (2) volgt: $b \cdot 3{,}9 - 2 = a$

Gelijkstellen: $b \cdot 2{,}5 - 0{,}45 = b \cdot 3{,}9 - 2$ dus

2014-I Hoogwaterstanden

Een formule om de risico's te bereken bij hoogwaterstanden is:

$$f(h) = 10^{\,a - b \cdot h}$$

Hierin is *h* de hoogte in meters boven NAP en $f(h)$ het gemiddeld aantal keren per jaar dat een hoogwaterstand de waarde van *h* overschrijdt.
In Hoek van Holland geldt voor hoogwaterstanden tussen 0,9 m en 2,5 m:

$a = 4{,}3$ en $b = 1{,}9$.

We zoeken nieuwe waarden voor *a* en *b* onder de volgende voorwaarden:

- $h = 2{,}5$ levert zelfde $f(h)$ als de oude waarden
- $h = 3{,}9$ levert $f(h) = 0{,}01$

Vraag 17. Bereken de nieuwe waarden voor *a* en *b*.

Oplossing:

$10^{-0{,}45} = 10^{\,a - b \cdot 2{,}5}$ geeft $-0{,}45 = a - b \cdot 2{,}5$ (1)

$0{,}01 = 10^{-2} = 10^{\,a - b \cdot 3{,}9}$ geeft $-2 = a - b \cdot 3{,}9$ (2)

Uit (1) volgt: $b \cdot 2{,}5 - 0{,}45 = a$ Uit (2) volgt: $b \cdot 3{,}9 - 2 = a$

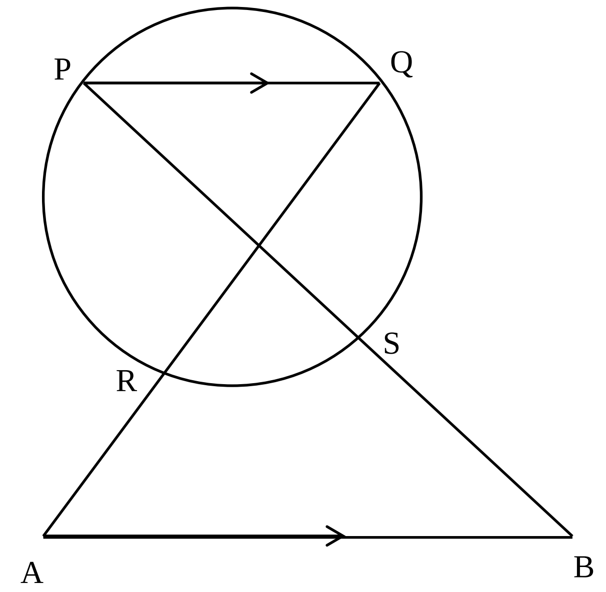
Gelijkstellen: $b \cdot 2{,}5 - 0{,}45 = b \cdot 3{,}9 - 2$ dus $b = 1{,}1$

en $a = 2{,}3$

2014-I Koordenvierhoek

Zie de figuur: PQ // AB.

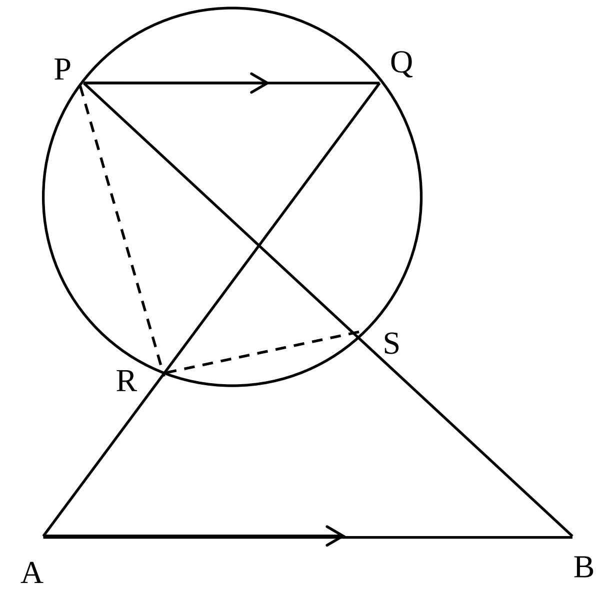
Vraag 18.
Bewijs dat ABSR een koordenvierhoek is.



2014-I Koordenvierhoek

Zie de figuur: PQ // AB.

Vraag 18.
Bewijs dat ABSR een koordenvierhoek is.



Trek PR en SR.

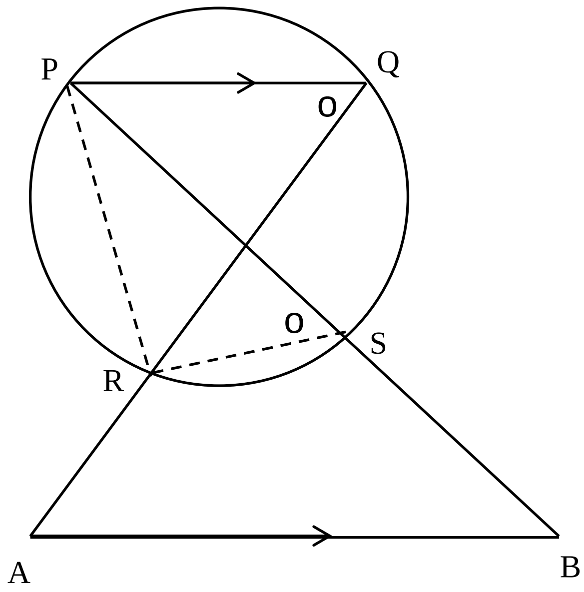
2014-I Koordenvierhoek

Zie de figuur: PQ // AB.

Vraag 18.
Bewijs dat ABSR een koordenvierhoek is.

Trek PR en SR.

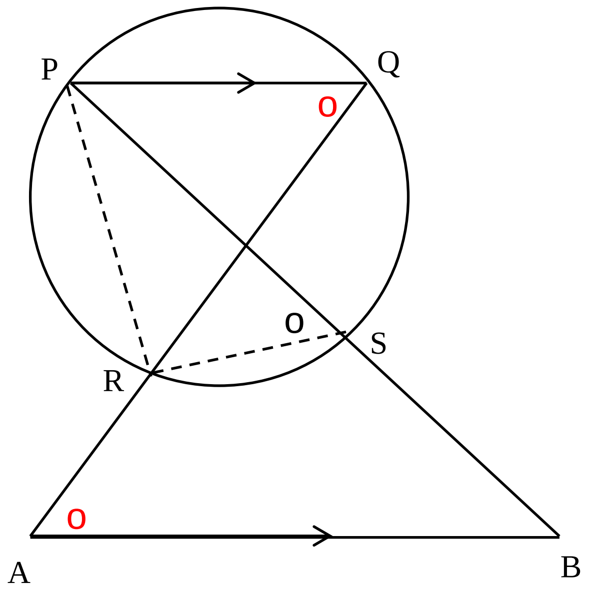
$\angle PQR = \angle PSR$ (*constante hoek op PR*)



2014-I Koordenvierhoek

Zie de figuur: PQ // AB.

Vraag 18.
Bewijs dat ABSR een koordenvierhoek is.

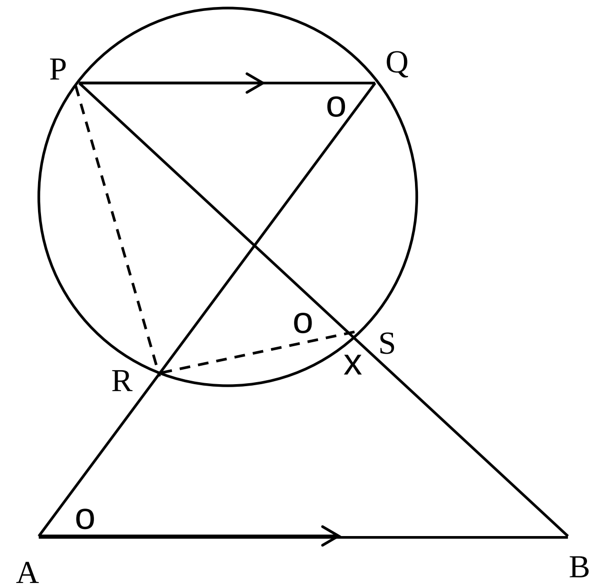


Trek PR en SR.

$\angle PQR = \angle PSR$ (*constante hoek op PR*)
$\angle PQR = \angle BAR$ (*Z-hoeken*)

2014-I Koordenvierhoek

Zie de figuur: PQ // AB.



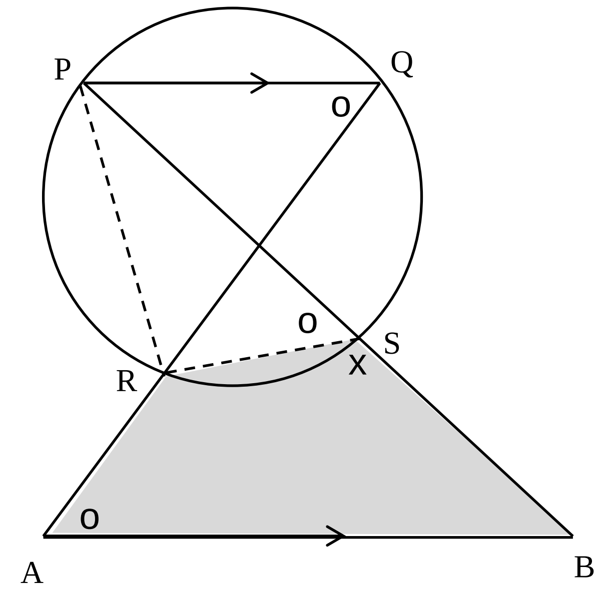
Vraag 18.
Bewijs dat ABSR een koordenvierhoek is.

Trek PR en SR.

$\angle PQR = \angle PSR$ (*constante hoek op PR*)
$\angle PQR = \angle BAR$ (*Z-hoeken*)
$\angle RSB = 180^{o} - \angle PSR$ (*gestrekte hoek*)

2014-I Koordenvierhoek

Zie de figuur: PQ // AB.



Vraag 18.
Bewijs dat ABSR een koordenvierhoek is.

Trek PR en SR.

$\angle PQR = \angle PSR$ (*constante hoek op PR*)
$\angle PQR = \angle BAR$ (*Z-hoeken*)
$\angle RSB = 180^o - \angle PSR$ (*gestrekte hoek*)

Dus $\angle BAR + \angle RSB = 180^o$

Dus is *ABSR* een koordenvierhoek (*koordenvierhoekstelling*)