2008-I Achtkromme de vragen 9 - 12

Drie goniometrische formules vooraf.

- De *verdubbelingsformule*: $\sin 2t = 2 \sin t \cos t$ volgt met $t = u$ uit $\sin t + \sin u = \sin t \cos u + \cos t \sin u$

- *Pythagoras*: $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$

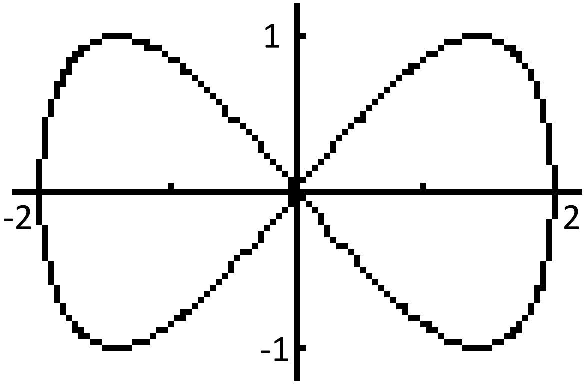
- *Lengte* parameterkromme: $\int_{t=a}^{t=b} \sqrt{(x')^2 + (y')^2}\; dt$

$$v = \int dv = \int \frac{dv}{dt}\, dt = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2}$$

2008-I   Achtkromme

Getekend is de kromme k voor $0 \leq t \leq 2\pi$:

$$x = 2\cos t$$
$$y = \sin 2t$$



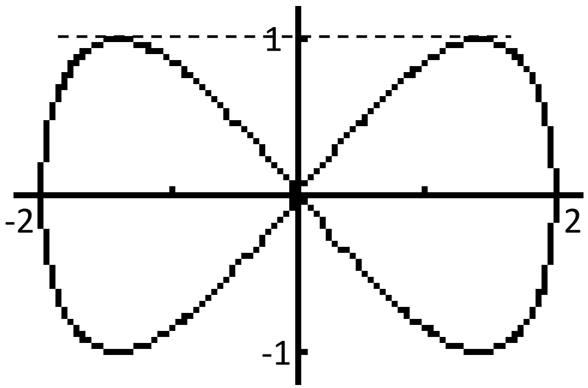
Deze kromme is symmetrisch t.o.v.
de x-as en de y-as.
De kromme heeft 4 punten waarin de raaklijn horizontaal loopt. Deze 4 punten zijn de hoekpunten van een rechthoek.

Vraag 9. Bereken exact de oppervlakte van deze rechthoek.

2008-I Achtkromme

Getekend is de kromme k voor $0 \leq t \leq 2\pi$:

$$x = 2\cos t$$
$$y = \sin 2t$$



Deze kromme is symmetrisch t.o.v. de x-as en de y-as.
De kromme heeft 4 punten waarin de raaklijn horizontaal loopt. Deze 4 punten zijn de hoekpunten van een rechthoek.

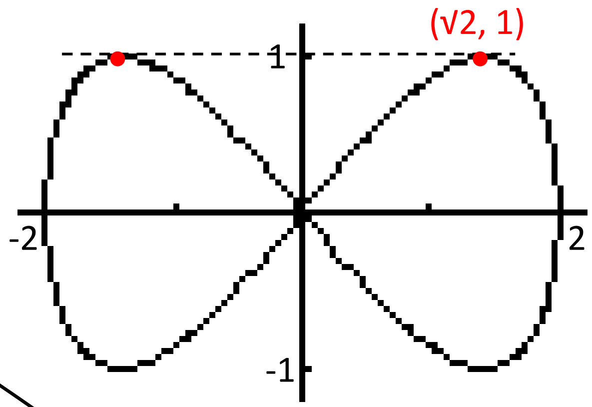
Vraag 9. Bereken exact de oppervlakte van deze rechthoek.

Hoogste punt $y = 1$ geeft: $\sin 2t = 1$ $\rightarrow$

2008-I Achtkromme

Getekend is de kromme k voor $0 \le t \le 2\pi$:

$$x = 2\cos t$$
$$y = \sin 2t$$



Deze kromme is symmetrisch t.o.v. de x-as en de y-as.
De kromme heeft 4 punten waarin de raaklijn horizontaal loopt. Deze 4 punten zijn de hoekpunten van een rechthoek.

Vraag 9. Bereken exact de oppervlakte van deze rechthoek.

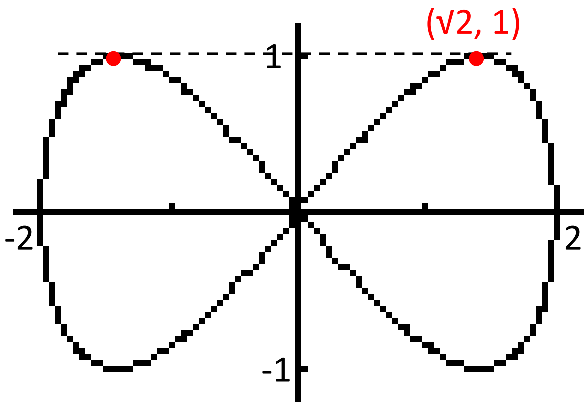
Hoogste punt $y = 1$ geeft: $\sin 2t = 1 \;\rightarrow\; 2t = 0{,}5\pi + 2k\pi$ dus o.a. $t = 0{,}25\pi$ geeft punt $(\sqrt{2}, 1)$

$2 \cdot \cos \frac{1}{4}\pi = 2 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2} = \sqrt{2}$

2008-I Achtkromme

Getekend is de kromme k voor $0 \leq t \leq 2\pi$:

$$x = 2\cos t$$
$$y = \sin 2t$$



Deze kromme is symmetrisch t.o.v. de x-as en de y-as.
De kromme heeft 4 punten waarin de raaklijn horizontaal loopt. Deze 4 punten zijn de hoekpunten van een rechthoek.

Vraag 9. Bereken exact de oppervlakte van deze rechthoek.

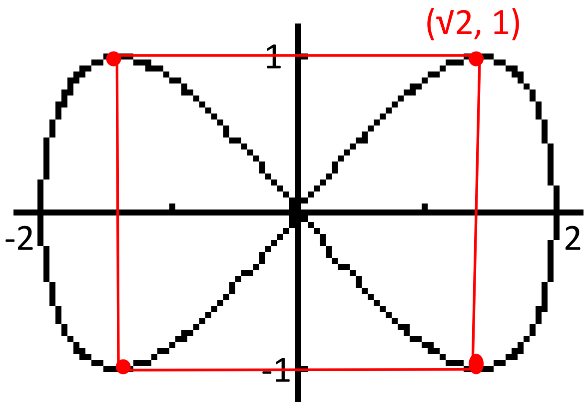
Hoogste punt $y = 1$ geeft: $\sin 2t = 1 \rightarrow 2t = 0{,}5\pi + 2k\pi$ dus o.a. $t = 0{,}25\pi$ geeft punt $(\sqrt{2}, 1)$

De grafiek is symmetrisch dus de vier punten zijn:

2008-I Achtkromme

Getekend is de kromme k voor $0 \leq t \leq 2\pi$:

$$x = 2\cos t$$
$$y = \sin 2t$$



Deze kromme is symmetrisch t.o.v. de x-as en de y-as.
De kromme heeft 4 punten waarin de raaklijn horizontaal loopt. Deze 4 punten zijn de hoekpunten van een rechthoek.

Vraag 9. Bereken exact de oppervlakte van deze rechthoek.

Hoogste punt $y = 1$ geeft: $\sin 2t = 1 \rightarrow 2t = 0{,}5\pi + 2k\pi$ dus o.a. $t = 0{,}25\pi$ geeft punt $(\sqrt{2}, 1)$

De grafiek is symmetrisch dus de vier punten zijn: $(\sqrt{2}, \pm 1)$ en $(-\sqrt{2}, \pm 1)$

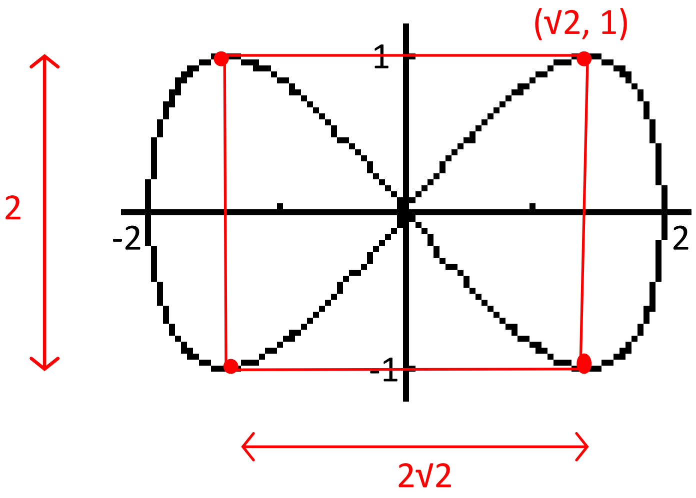
De rechthoek heeft dus breedte en hoogte

2008-I Achtkromme

Getekend is de kromme k voor $0 \leq t \leq 2\pi$:

$$x = 2 \cos t$$
$$y = \sin 2t$$

Deze kromme is symmetrisch t.o.v. de x-as en de y-as.
De kromme heeft 4 punten waarin de raaklijn horizontaal loopt. Deze 4 punten zijn de hoekpunten van een rechthoek.



Vraag 9. Bereken exact de oppervlakte van deze rechthoek.

Hoogste punt $y = 1$ geeft: $\sin 2t = 1 \rightarrow 2t = 0{,}5\pi + 2k\pi$ dus o.a. $t = 0{,}25\pi$ geeft punt $(\sqrt{2}, 1)$

De grafiek is symmetrisch dus de vier punten zijn: $(\sqrt{2}, \pm 1)$ en $(-\sqrt{2}, \pm 1)$

De rechthoek heeft dus breedte $2\sqrt{2}$ en hoogte 2

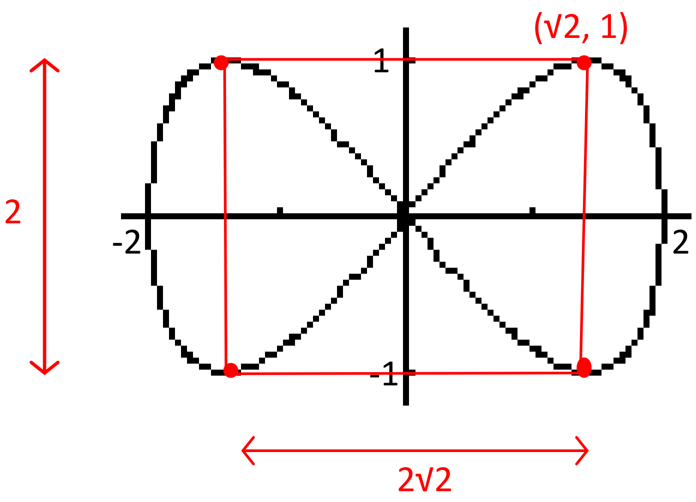
en de oppervlakte van de rechthoek is:

2008-I Achtkromme

Getekend is de kromme k voor $0 \leq t \leq 2\pi$:

$$x = 2 \cos t$$
$$y = \sin 2t$$

Deze kromme is symmetrisch t.o.v. de x-as en de y-as.
De kromme heeft 4 punten waarin de raaklijn horizontaal loopt. Deze 4 punten zijn de hoekpunten van een rechthoek.



Vraag 9. Bereken exact de oppervlakte van deze rechthoek.

Hoogste punt $y = 1$ geeft: $\sin 2t = 1 \rightarrow 2t = 0{,}5\pi + 2k\pi$ dus o.a. $t = 0{,}25\pi$ geeft punt $(\sqrt{2}, 1)$

De grafiek is symmetrisch dus de vier punten zijn: $(\sqrt{2}, \pm 1)$ en $(-\sqrt{2}, \pm 1)$

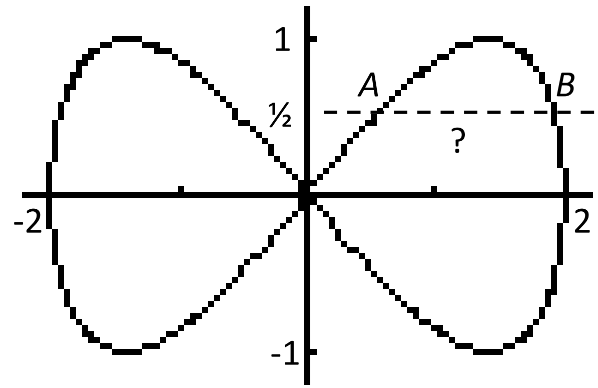
De rechthoek heeft dus breedte $2\sqrt{2}$ en hoogte 2

en de oppervlakte van de rechthoek is: $2\sqrt{2} \times 2 = 4\sqrt{2}$

2008-I Achtkromme

Getekend is de kromme k voor $0 \leq t \leq 2\pi$:

$$x = 2\cos t$$
$$y = \sin 2t$$



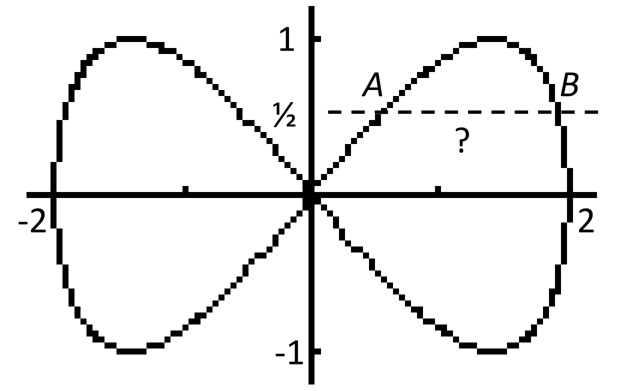
Er zijn 2 punten met positieve x waarvan $y = \frac{1}{2}$ is.

Vraag 10. Bereken hoever die punten van elkaar liggen.

2008-I   Achtkromme

Getekend is de kromme k voor $0 \leq t \leq 2\pi$:

$$x = 2 \cos t$$
$$y = \sin 2t$$



Er zijn 2 punten met positieve x waarvan $y = ½$ is.

Vraag 10. Bereken hoever die punten van elkaar liggen.

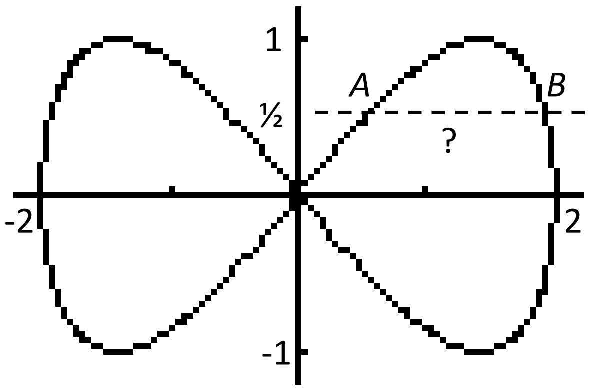
Uit $y = ½$ volgt: $\sin 2t = ½$ dus

geeft:

2008-I Achtkromme

Getekend is de kromme k voor $0 \leq t \leq 2\pi$:

$$x = 2\cos t$$
$$y = \sin 2t$$



Er zijn 2 punten met positieve x waarvan $y = ½$ is.

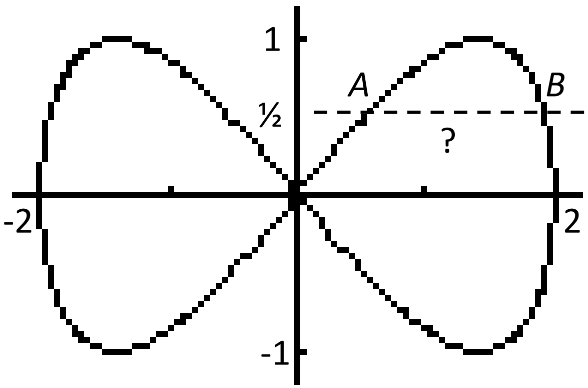
Vraag 10. Bereken hoever die punten van elkaar liggen.

Uit $y = ½$ volgt: $\sin 2t = ½$ dus $2t = \frac{1}{6}\pi$ of $2t = \frac{5}{6}\pi$ geeft:

2008-I Achtkromme

Getekend is de kromme k voor $0 \le t \le 2\pi$:

$$x = 2\cos t$$
$$y = \sin 2t$$



Er zijn 2 punten met positieve x waarvan $y = ½$ is.

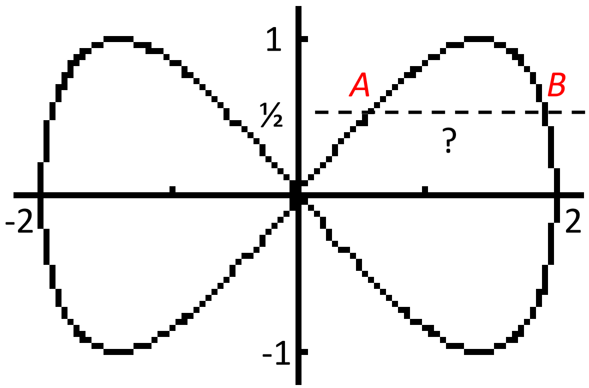
Vraag 10. Bereken hoever die punten van elkaar liggen.

Uit $y = ½$ volgt: $\sin 2t = ½$ dus $2t = \frac{1}{6}\pi$ of $2t = \frac{5}{6}\pi$ geeft: $t = \frac{1}{12}\pi$ of $t = \frac{5}{12}\pi$

2008-I Achtkromme

Getekend is de kromme k voor $0 \leq t \leq 2\pi$:

$$x = 2\cos t$$
$$y = \sin 2t$$



Er zijn 2 punten met positieve x waarvan $y = ½$ is.

Vraag 10. Bereken hoever die punten van elkaar liggen.

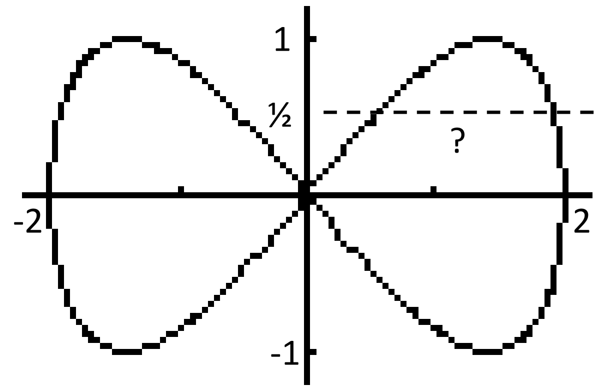
Uit $y = ½$ volgt: $\sin 2t = ½$ dus $2t = \frac{1}{6}\pi$ of $2t = \frac{5}{6}\pi$ geeft: $t = \frac{1}{12}\pi$ of $t = \frac{5}{12}\pi$

Met GR: $x_A = 1{,}932$ en $x_B = 0{,}518$ dus $AB = 1{,}414$

2008-I Achtkromme

Getekend is de kromme k voor $0 \leq t \leq 2\pi$:

$$x = 2\cos t$$
$$y = \sin 2t$$



Er zijn 2 punten met positieve x waarvan $y = ½$ is.

Vraag 10. Bereken hoever die punten van elkaar liggen.

Uit $y = ½$ volgt: $\sin 2t = ½$ dus $2t = \frac{1}{6}\pi$ of $2t = \frac{5}{6}\pi$ geeft: $t = \frac{1}{12}\pi$ of $t = \frac{5}{12}\pi$

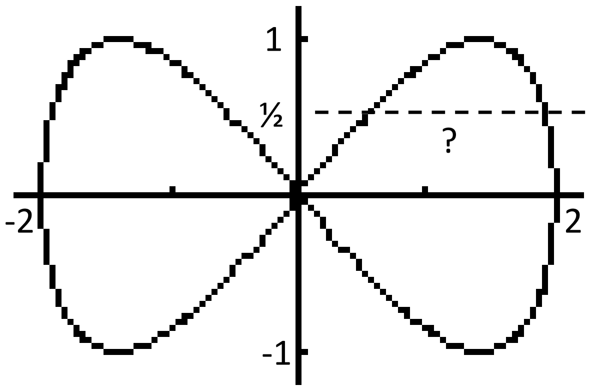
Met GR: $x_A = 1{,}932$ en $x_B = 0{,}518$ dus $AB = 1{,}414$

Vraag 11. Bereken de lengte van kromme k.

2008-I Achtkromme

Getekend is de kromme k voor $0 \leq t \leq 2\pi$:

$$x = 2\cos t$$
$$y = \sin 2t$$



Er zijn 2 punten met positieve x waarvan $y = ½$ is.

Vraag 10. Bereken hoever die punten van elkaar liggen.

Uit $y = ½$ volgt: $\sin 2t = ½$ dus $2t = \frac{1}{6}\pi$ of $2t = \frac{5}{6}\pi$ geeft: $t = \frac{1}{12}\pi$ of $t = \frac{5}{12}\pi$

Met GR: $x_A = 1{,}932$ en $x_B = 0{,}518$ dus $AB = 1{,}414$

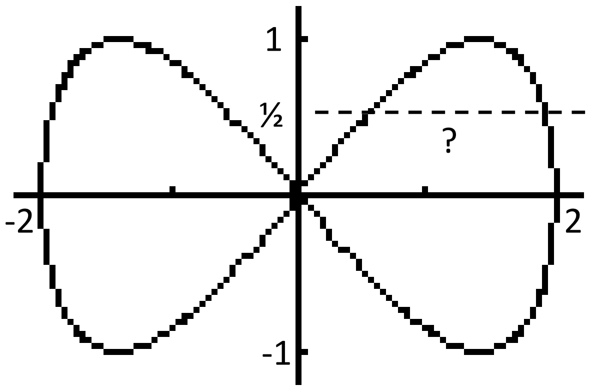
Vraag 11. Bereken de lengte van kromme k.

Formule: lengte k is $\int_0^{2\pi} \sqrt{(x')^2 + (y')^2}\, dt$

2008-I Achtkromme

Getekend is de kromme k voor $0 \le t \le 2\pi$:

$$x = 2\cos t$$
$$y = \sin 2t$$



Er zijn 2 punten met positieve x waarvan $y = ½$ is.

Vraag 10. Bereken hoever die punten van elkaar liggen.

Uit $y = ½$ volgt: $\sin 2t = ½$ dus $2t = \frac{1}{6}\pi$ of $2t = \frac{5}{6}\pi$ geeft: $t = \frac{1}{12}\pi$ of $t = \frac{5}{12}\pi$

Met GR: $x_A = 1{,}932$ en $x_B = 0{,}518$ dus $AB = 1{,}414$

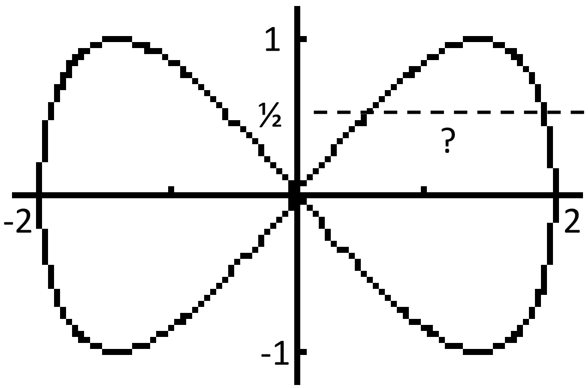
Vraag 11. Bereken de lengte van kromme k.

Formule: lengte k is $\int_0^{2\pi} \sqrt{(x')^2 + (y')^2}\, dt$ met $x' = -2\sin t$ en $y' = 2\cos 2t$

2008-I Achtkromme

Getekend is de kromme k voor $0 \leq t \leq 2\pi$:

$$x = 2\cos t$$
$$y = \sin 2t$$



Er zijn 2 punten met positieve x waarvan $y = ½$ is.

Vraag 10. Bereken hoever die punten van elkaar liggen.

Uit $y = ½$ volgt: $\sin 2t = ½$ dus $2t = \frac{1}{6}\pi$ of $2t = \frac{5}{6}\pi$ geeft: $t = \frac{1}{12}\pi$ of $t = \frac{5}{12}\pi$

Met GR: $x_A = 1{,}932$ en $x_B = 0{,}518$ dus $AB = 1{,}414$

Vraag 11. Bereken de lengte van kromme k.

Formule: lengte k is $\int_0^{2\pi} \sqrt{(x')^2 + (y')^2}\, dt$ met $x' = -2\sin t$ en $y' = 2\cos 2t$

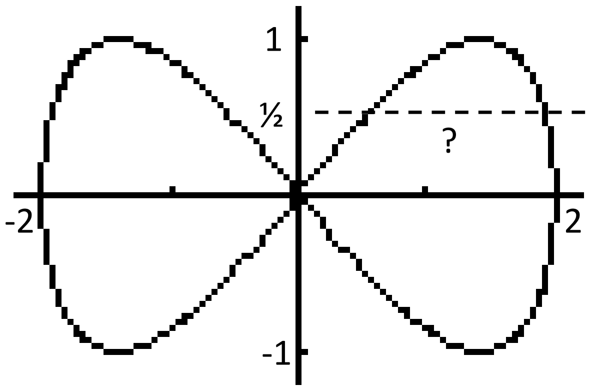
Dus lengte = $\int_0^{2\pi} \sqrt{4\sin^2(t) + 4\cos^2(2t)}\, dt$

Met de TI-84:

2008-I Achtkromme

Getekend is de kromme k voor $0 \leq t \leq 2\pi$:

$$x = 2\cos t$$
$$y = \sin 2t$$



Er zijn 2 punten met positieve x waarvan $y = ½$ is.

Vraag 10. Bereken hoever die punten van elkaar liggen.

Uit $y = ½$ volgt: $\sin 2t = ½$ dus $2t = \frac{1}{6}\pi$ of $2t = \frac{5}{6}\pi$ geeft: $t = \frac{1}{12}\pi$ of $t = \frac{5}{12}\pi$

Met GR: $x_A = 1{,}932$ en $x_B = 0{,}518$ dus $AB = 1{,}414$

Vraag 11. Bereken de lengte van kromme k.

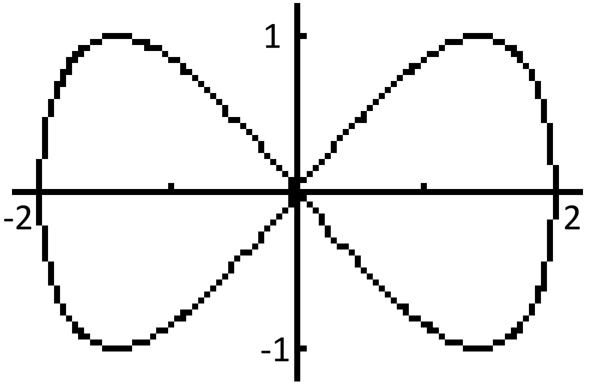
Formule: lengte k is $\int_0^{2\pi} \sqrt{(x')^2 + (y')^2}\, dt$ met $x' = -2\sin t$ en $y' = 2\cos 2t$

Dus lengte = $\int_0^{2\pi} \sqrt{4\sin^2(t) + 4\cos^2(2t)}\, dt$

Met de TI-84: fnInt (√(4(sin (X))² + 4(cos(2X))²), X, 0, 2π) = 12.194

2008-I Achtkromme

Getekend is de kromme k voor $0 \leq t \leq 2\pi$:

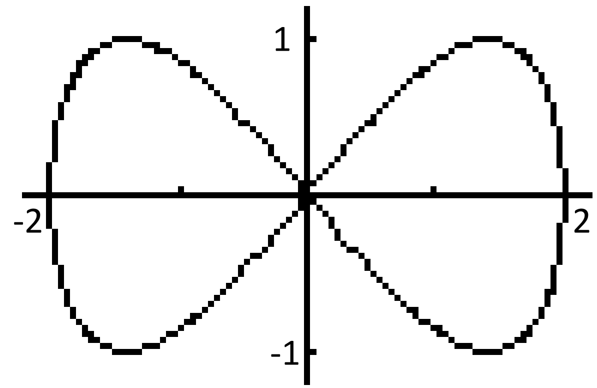


$$x = 2\cos t$$
$$y = \sin 2t$$

Vraag 12. Toon aan dat voor de punten van k met $0 \leq t \leq \frac{1}{2}\pi$ geldt: $y = x \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4}x^2}$

2008-I Achtkromme

Getekend is de kromme k voor $0 \leq t \leq 2\pi$:



$$x = 2\cos t$$
$$y = \sin 2t$$

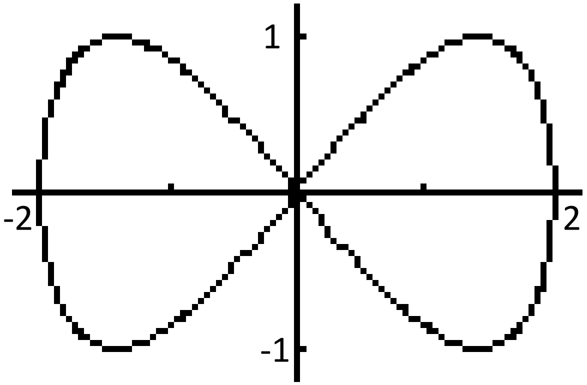
Vraag 12. Toon aan dat voor de punten van k met

$0 \leq t \leq \frac{1}{2}\pi$ geldt: $y = x \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4}x^2}$

Invullen $x = 2\cos t$ geeft:

2008-I Achtkromme

Getekend is de kromme k voor $0 \leq t \leq 2\pi$:



$$x = 2\cos t$$
$$y = \sin 2t$$

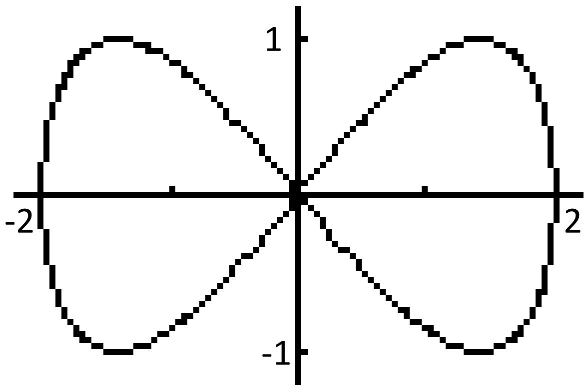
Vraag 12. Toon aan dat voor de punten van k met $0 \leq t \leq \frac{1}{2}\pi$ geldt: $y = x \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4}x^2}$

Invullen $x = 2\cos t$ geeft:

$y = 2\cos t \cdot \sqrt{(1 - \frac{1}{4} \cdot 4\cos^2 t)} =$

2008-I Achtkromme

Getekend is de kromme k voor $0 \leq t \leq 2\pi$:



$$x = 2\cos t$$
$$y = \sin 2t$$

Vraag 12. Toon aan dat voor de punten van k met $0 \leq t \leq \frac{1}{2}\pi$ geldt: $y = x \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4}x^2}$

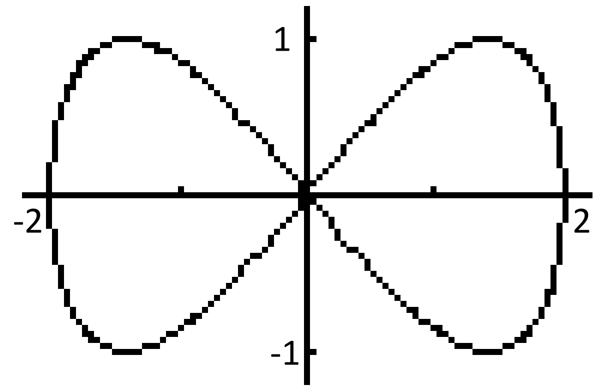
Invullen $x = 2\cos t$ geeft:

$$y = 2\cos t \cdot \sqrt{(1 - \tfrac{1}{4} \cdot 4\cos^2 t)} =$$

$$2\cos t \cdot \sqrt{(1 - \cos^2 t)} = \longleftarrow \quad \text{gebruik } \sin^2 t + \cos^2 t = 1 \text{ (Pythagoras)}$$

2008-I   Achtkromme

Getekend is de kromme k voor $0 \leq t \leq 2\pi$:



$$x = 2 \cos t$$
$$y = \sin 2t$$

Vraag 12. Toon aan dat voor de punten van k met $0 \leq t \leq \frac{1}{2}\pi$ geldt: $y = x \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4}x^2}$

Invullen $x = 2 \cos t$ geeft:

$$y = 2\cos t \cdot \sqrt{(1 - \tfrac{1}{4} \cdot 4\cos^2 t)} =$$

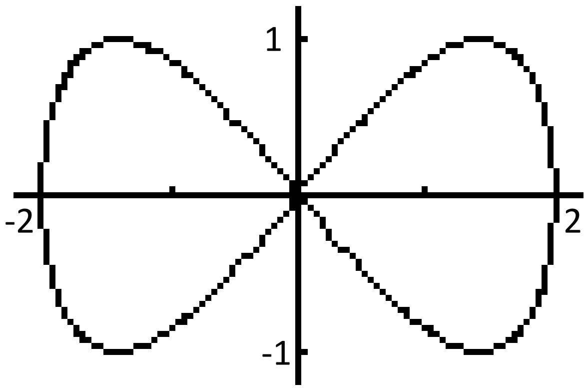
$$2\cos t \cdot \sqrt{(1 - \cos^2 t)} =$$

$2\cos t \cdot \sin t =$ ⟵ gebruik $\sin 2t = 2\sin t \cos t$ (verdubbelingsformule)

2008-I Achtkromme

Getekend is de kromme k voor $0 \le t \le 2\pi$:

$$x = 2\cos t$$
$$y = \sin 2t$$



Vraag 12. Toon aan dat voor de punten van k met $0 \le t \le \frac{1}{2}\pi$ geldt: $y = x \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4}x^2}$

Invullen $x = 2\cos t$ geeft:

$$y = 2\cos t \cdot \sqrt{(1 - \tfrac{1}{4} \cdot 4\cos^2 t)} =$$

$$2\cos t \cdot \sqrt{(1 - \cos^2 t)} =$$

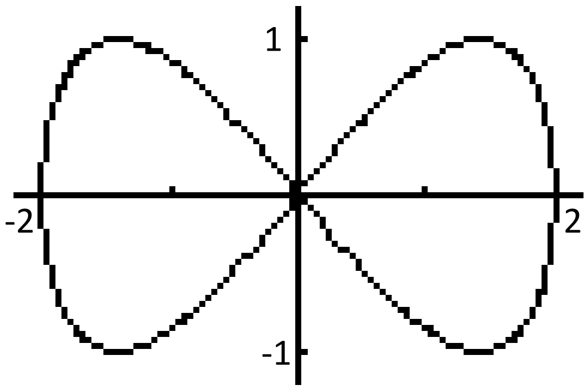
$$2\cos t \cdot \sin t =$$

$$\sin 2t$$

2008-I Achtkromme

Getekend is de kromme k voor $0 \le t \le 2\pi$:

$$x = 2\cos t$$
$$y = \sin 2t$$



Vraag 12. Toon aan dat voor de punten van k met $0 \le t \le \tfrac{1}{2}\pi$ geldt: $y = x \cdot \sqrt{1 - \tfrac{1}{4}x^2}$

Invullen $x = 2\cos t$ geeft:

$$y = 2\cos t \cdot \sqrt{(1 - \tfrac{1}{4} \cdot 4\cos^2 t)} =$$

$$2\cos t \cdot \sqrt{(1 - \cos^2 t)} =$$

$$2\cos t \cdot \sin t =$$

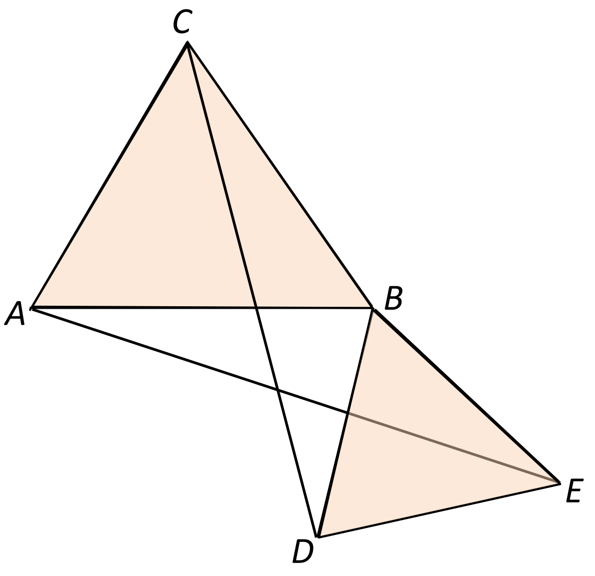
$$\sin 2t$$

En dit is gelijk aan y .

2008-I Gelijkzijdige driehoeken

De driehoeken *ABC* en *BDE* zijn gelijkzijdig.

Vraag 19. Bewijs dat $AE = CD$

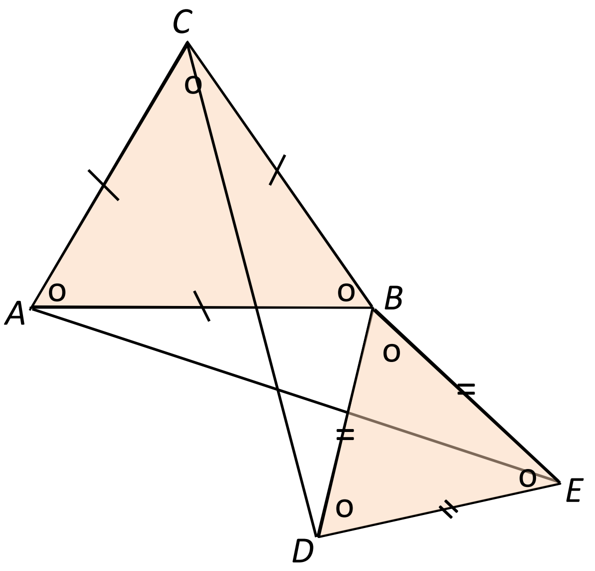


2008-I Gelijkzijdige driehoeken

De driehoeken *ABC* en *BDE* zijn gelijkzijdig.

Vraag 19. Bewijs dat $AE = CD$

Zie de gelijke lijnstukken en gelijke hoeken (60^o).



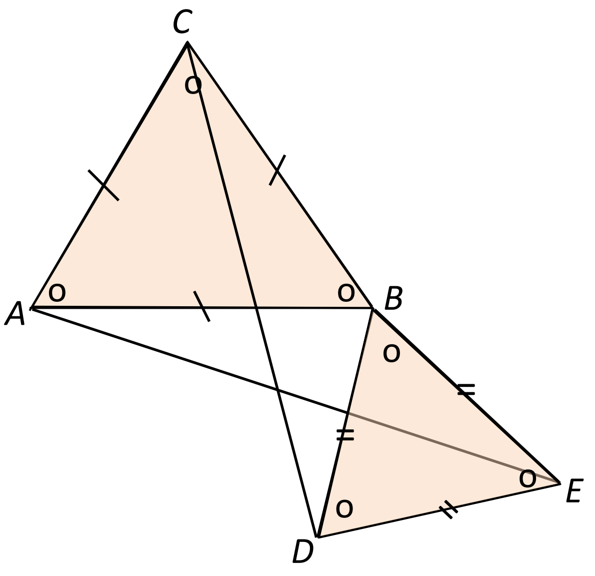
2008-I   Gelijkzijdige driehoeken

De driehoeken *ABC* en *BDE* zijn gelijkzijdig.

Vraag 19. Bewijs dat $AE = CD$

Zie de gelijke lijnstukken en gelijke hoeken (60^o).

Twee driehoeken zijn congruent, namelijk:



2008-I Gelijkzijdige driehoeken

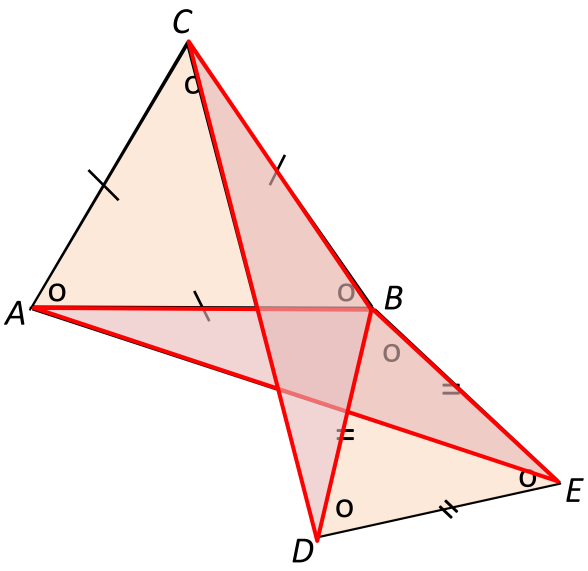
De driehoeken *ABC* en *BDE* zijn gelijkzijdig.

Vraag 19. Bewijs dat *AE* = *CD*

Zie de gelijke lijnstukken en gelijke hoeken (60^{o}).

Twee driehoeken zijn congruent, namelijk:

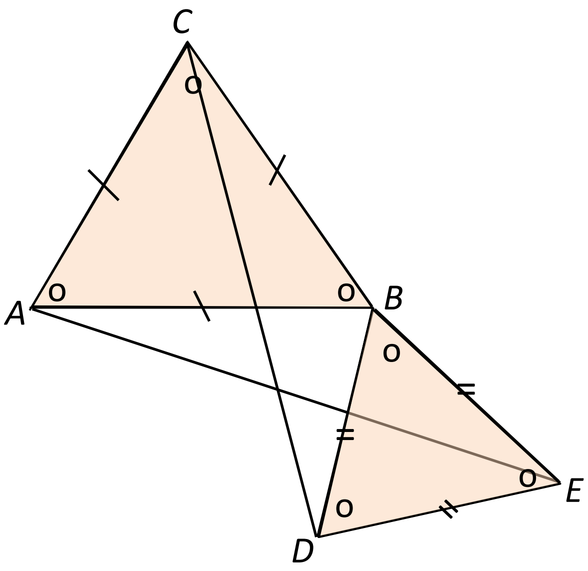
ΔAEB en ΔCDB, volgens congruentiegeval:



2008-I Gelijkzijdige driehoeken

De driehoeken *ABC* en *BDE* zijn gelijkzijdig.

Vraag 19. Bewijs dat $AE = CD$



Zie de gelijke lijnstukken en gelijke hoeken (60^o).

Twee driehoeken zijn congruent, namelijk:

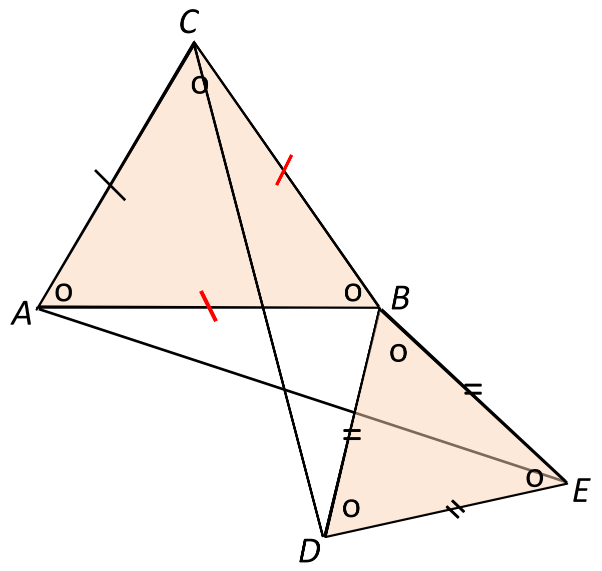
ΔAEB en ΔCDB, volgens congruentiegeval: *ZHZ*

want:

2008-I Gelijkzijdige driehoeken

De driehoeken *ABC* en *BDE* zijn gelijkzijdig.

Vraag 19. Bewijs dat *AE* = *CD*



Zie de gelijke lijnstukken en gelijke hoeken (60^o).

Twee driehoeken zijn congruent, namelijk:

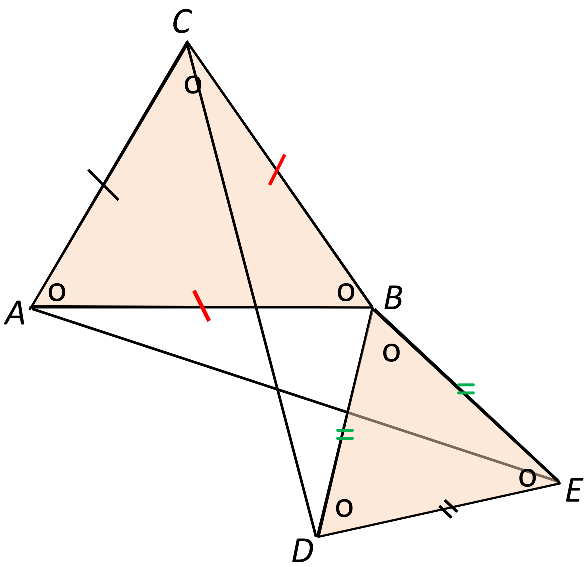
ΔAEB en ΔCDB, volgens congruentiegeval: *ZHZ*

want: *AB* = *CB* (*Z*)

2008-I Gelijkzijdige driehoeken

De driehoeken *ABC* en *BDE* zijn gelijkzijdig.

Vraag 19. Bewijs dat $AE = CD$



Zie de gelijke lijnstukken en gelijke hoeken (60^o).

Twee driehoeken zijn congruent, namelijk:

ΔAEB en ΔCDB, volgens congruentiegeval: *ZHZ*

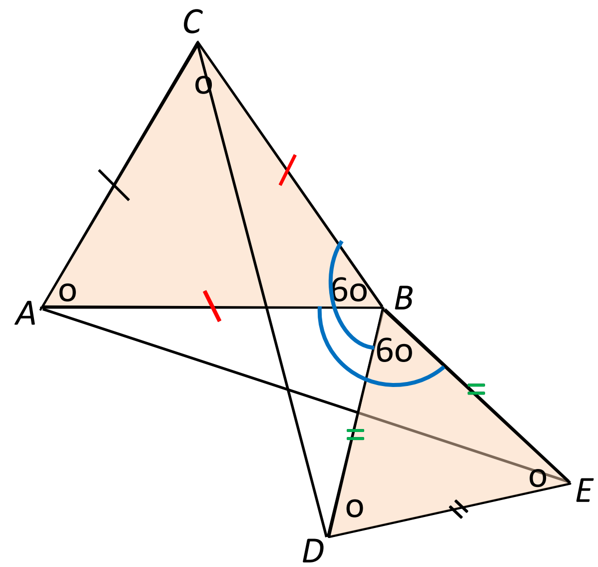
want: $AB = CB$ (*Z*)
$BE = BD$ (*Z*)

en:

2008-I Gelijkzijdige driehoeken

De driehoeken *ABC* en *BDE* zijn gelijkzijdig.

Vraag 19. Bewijs dat $AE = CD$



Zie de gelijke lijnstukken en gelijke hoeken (60^o).

Twee driehoeken zijn congruent, namelijk:

ΔAEB en ΔCDB, volgens congruentiegeval: *ZHZ*

want: $AB = CB$ (*Z*)

$BE = BD$ (*Z*)

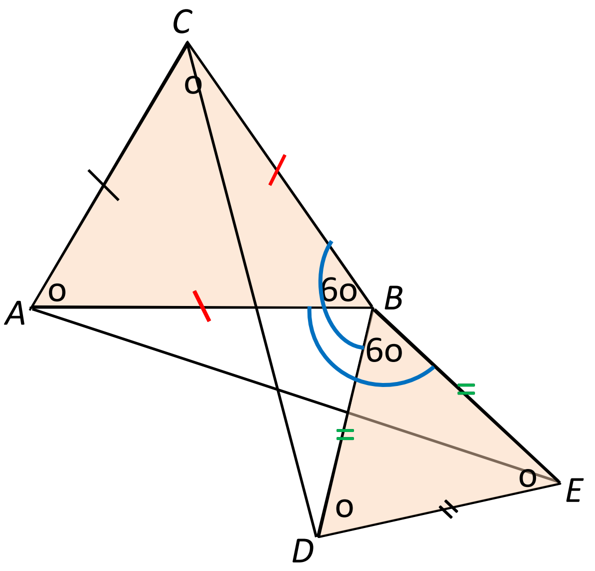
en: $\angle ABE = \angle CBD$ (*H*)

immers:

2008-I Gelijkzijdige driehoeken

De driehoeken *ABC* en *BDE* zijn gelijkzijdig.

Vraag 19. Bewijs dat $AE = CD$



Zie de gelijke lijnstukken en gelijke hoeken (60^o).

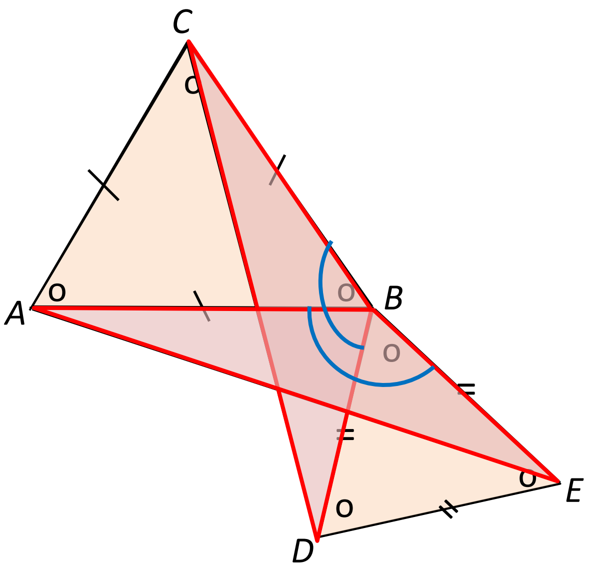
Twee driehoeken zijn congruent, namelijk:

ΔAEB en ΔCDB, volgens congruentiegeval: *ZHZ*

want: $AB = CB$ (*Z*)
$BE = BD$ (*Z*)
en: $\angle ABE = \angle CBD$ (*H*)
immers: beide hoeken zijn $60^o + \angle ABD$

Conclusie:

2008-I Gelijkzijdige driehoeken



De driehoeken *ABC* en *BDE* zijn gelijkzijdig.

Vraag 19. Bewijs dat $AE = CD$

Zie de gelijke lijnstukken en gelijke hoeken (60^o).

Twee driehoeken zijn congruent, namelijk:

ΔAEB en ΔCDB, volgens congruentiegeval: *ZHZ*

want: $AB = CB$ (*Z*)

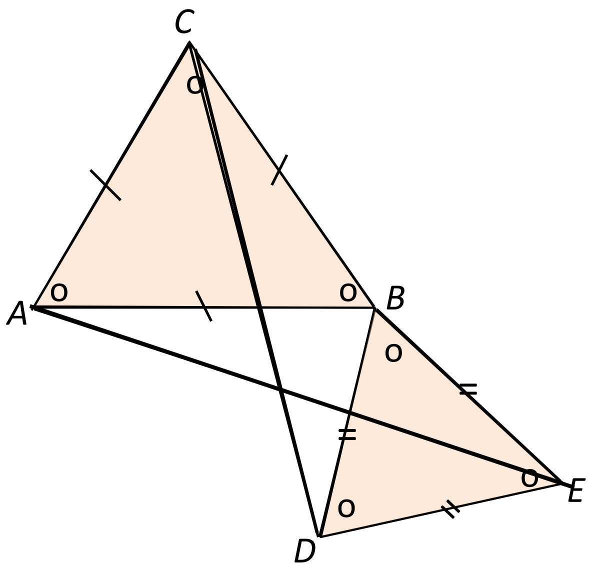
$BE = BD$ (*Z*)

en: $\angle ABE = \angle CBD$ (*H*)

immers: beide hoeken zijn $60^o + \angle ABD$

Conclusie: de andere zijden zijn ook gelijk:

2008-I Gelijkzijdige driehoeken



De driehoeken *ABC* en *BDE* zijn gelijkzijdig.

Vraag 19. Bewijs dat *AE* = *CD*

Zie de gelijke lijnstukken en gelijke hoeken (60^o).

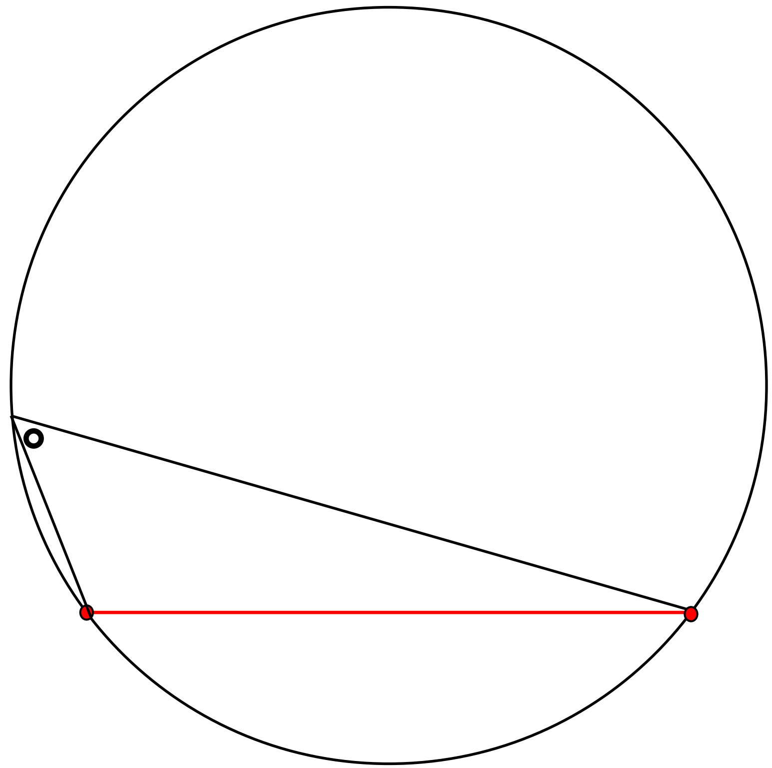
Twee driehoeken zijn congruent, namelijk:

ΔAEB en ΔCDB, volgens congruentiegeval: *ZHZ*

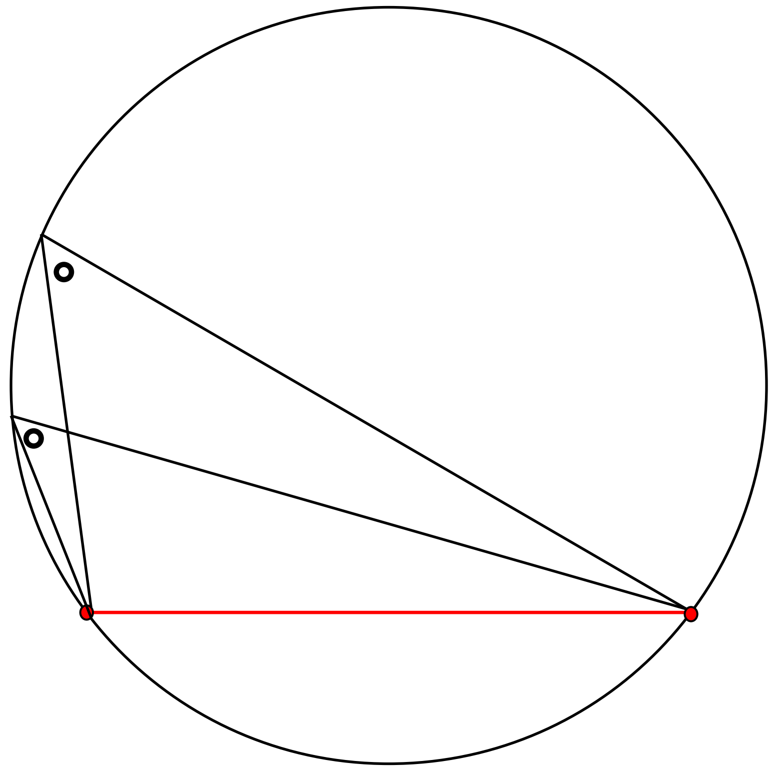
want: $AB = CB$ (*Z*)
$BE = BD$ (*Z*)
en: $\angle ABE = \angle CBD$ (*H*)
immers: beide hoeken zijn $60^o + \angle ABD$

Conclusie: de andere zijden zijn ook gelijk: ***AE* = *CD***

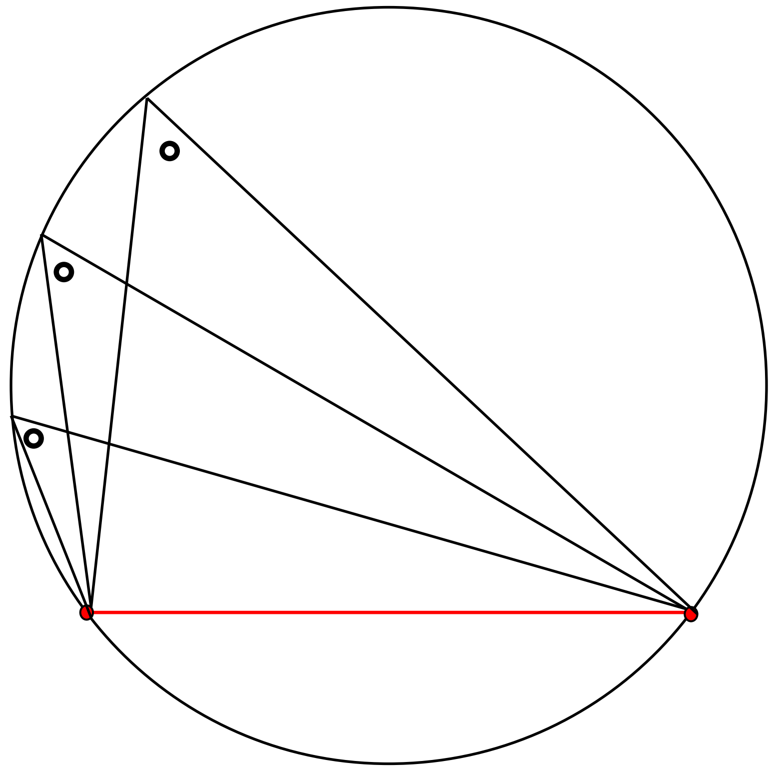
De stelling van de constante omtrekshoek



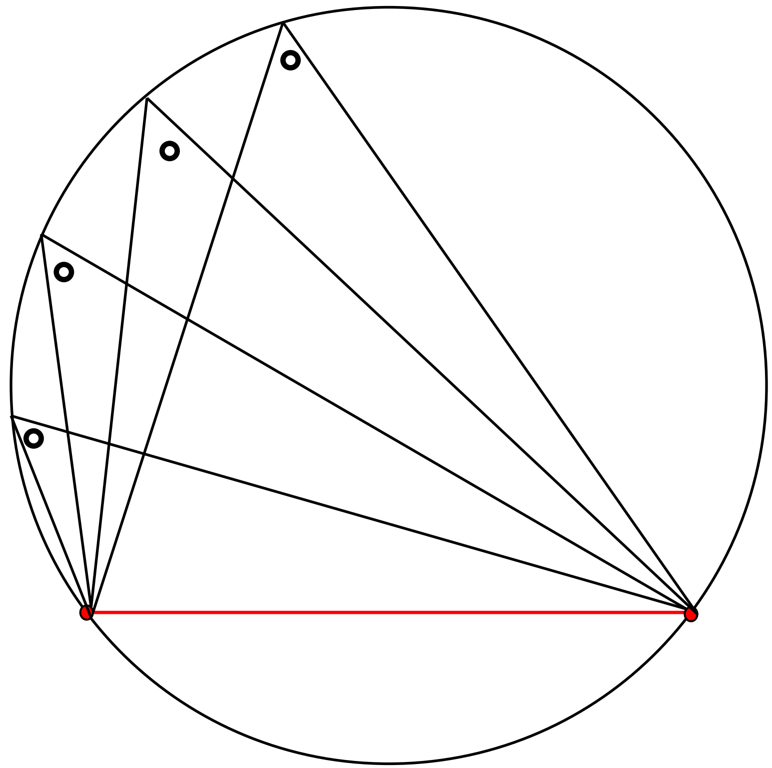
De stelling van de constante omtrekshoek



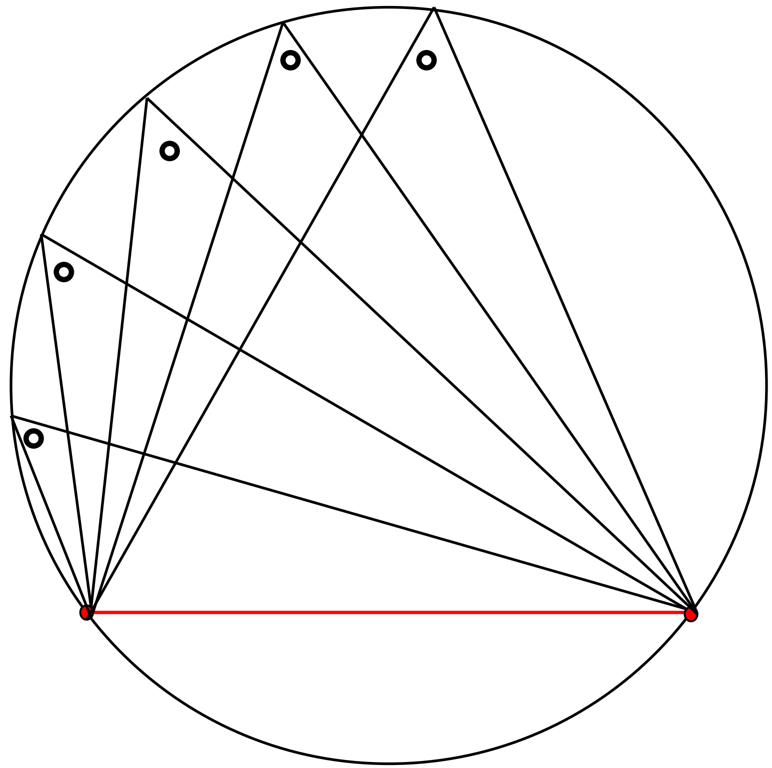
De stelling van de constante omtrekshoek



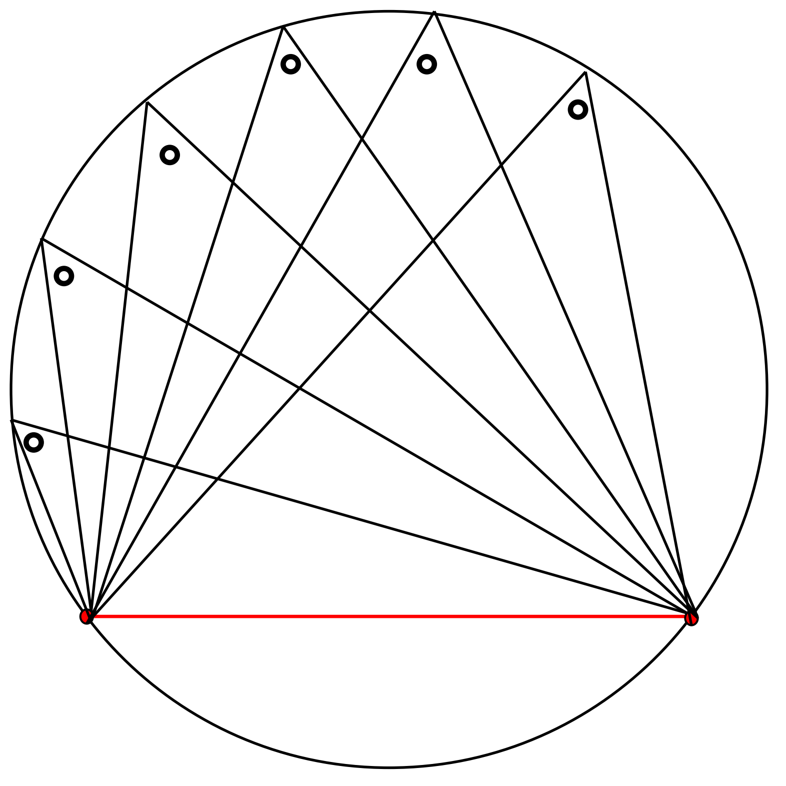
De stelling van de constante omtrekshoek



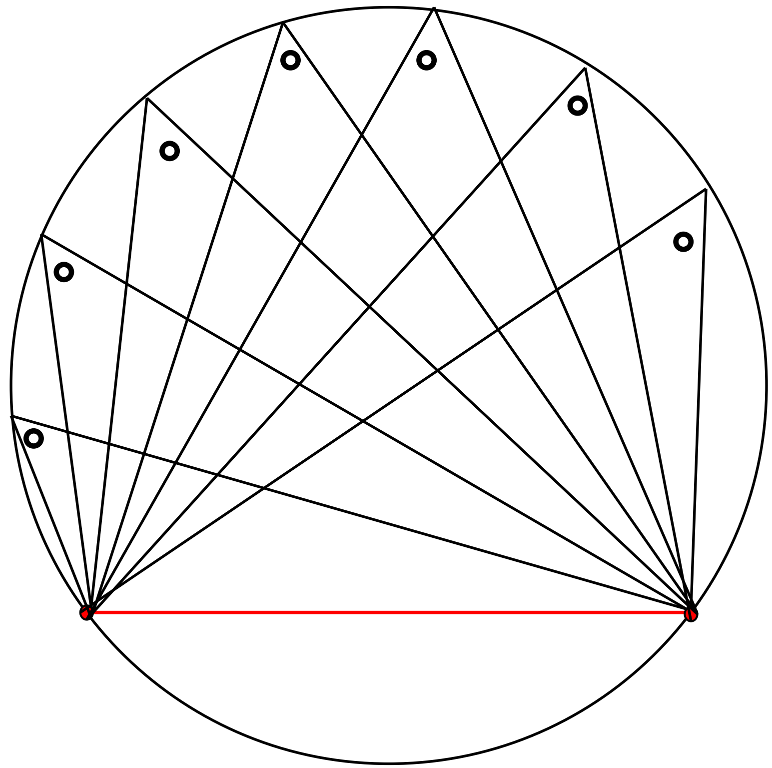
De stelling van de constante omtrekshoek



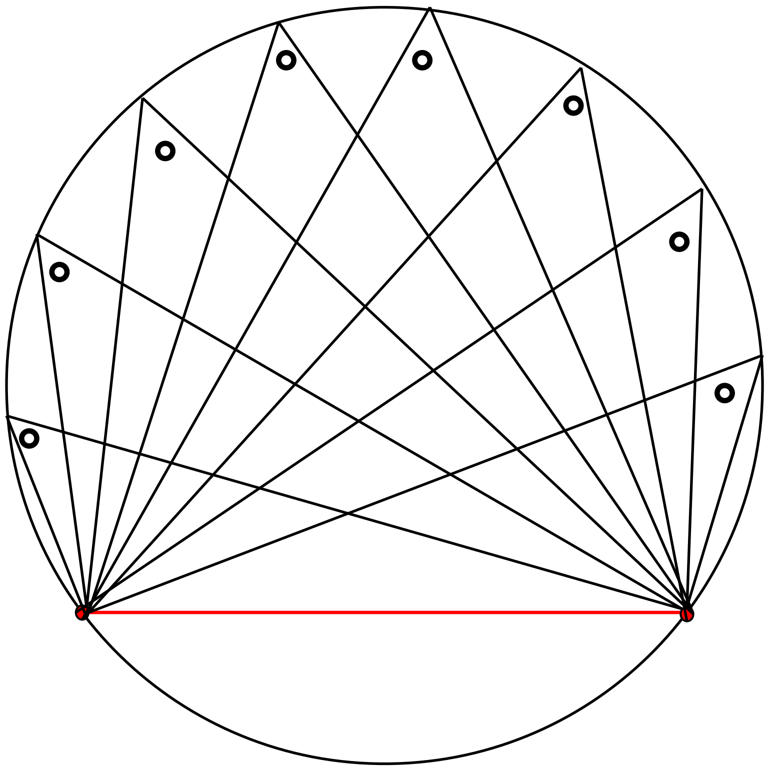
De stelling van de constante omtrekshoek



De stelling van de constante omtrekshoek



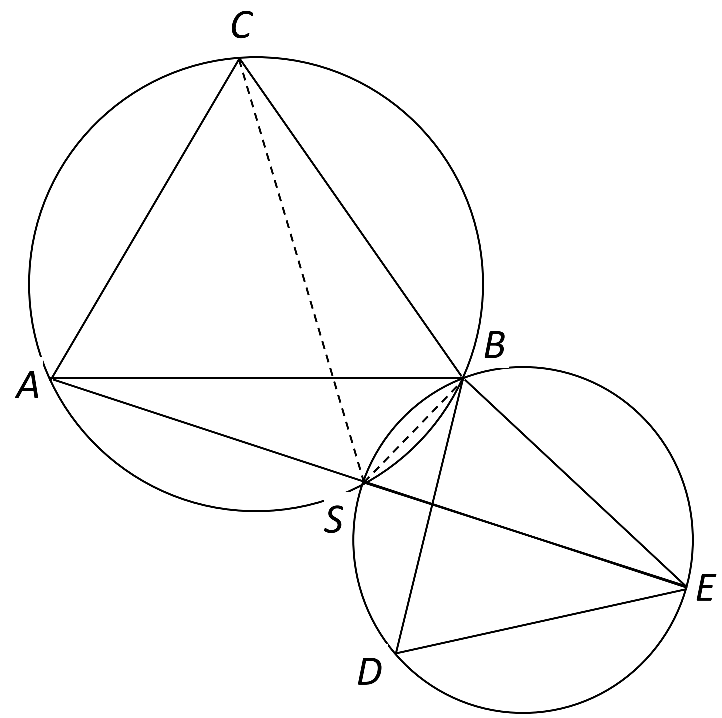
De stelling van de constante omtrekshoek



2008-I Gelijkzijdige driehoeken

Van de gelijkzijdige driehoeken *ABC* en *BDE* zijn de omgeschreven cirkels getekend. *S* = tweede snijpunt.

Vraag 20. Bewijs dat hoek *ASE* een gestrekte hoek is.

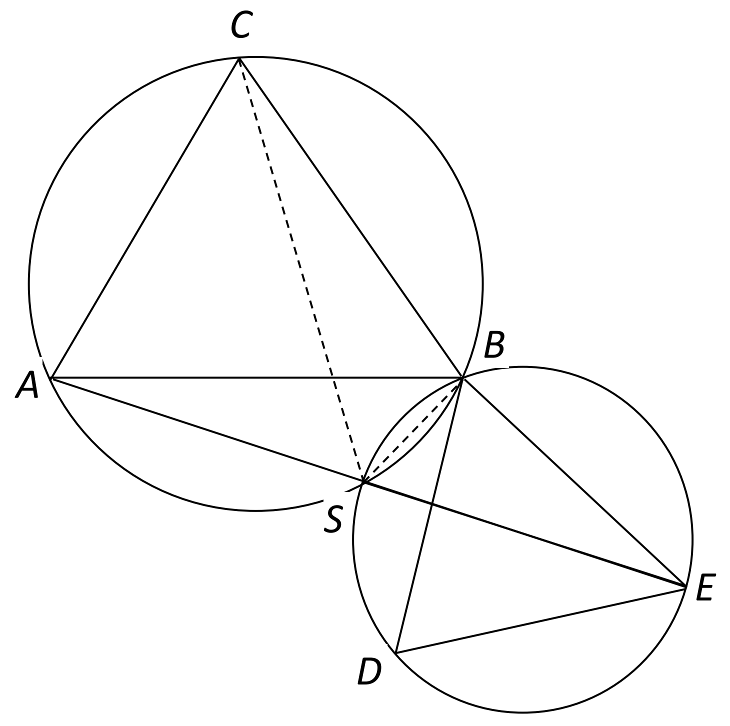


2008-I Gelijkzijdige driehoeken

Van de gelijkzijdige driehoeken *ABC* en *BDE* zijn de omgeschreven cirkels getekend. *S* = tweede snijpunt.

Vraag 20. Bewijs dat hoek *ASE* een gestrekte hoek is.

Trek *CS* en *SB*.



2008-I Gelijkzijdige driehoeken

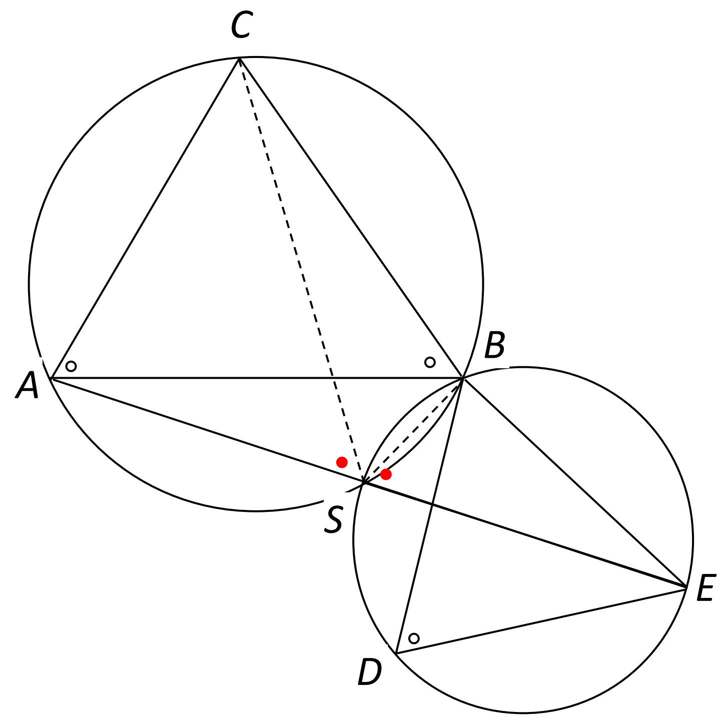
Van de gelijkzijdige driehoeken *ABC* en *BDE* zijn de omgeschreven cirkels getekend. *S* = tweede snijpunt.

Vraag 20. Bewijs dat hoek *ASE* een gestrekte hoek is.

Trek *CS* en *SB* en gebruik de stelling van de constante hoek en gelijke hoeken van 60°.

De hoeken met een stip (○) zijn gelijk (60°).

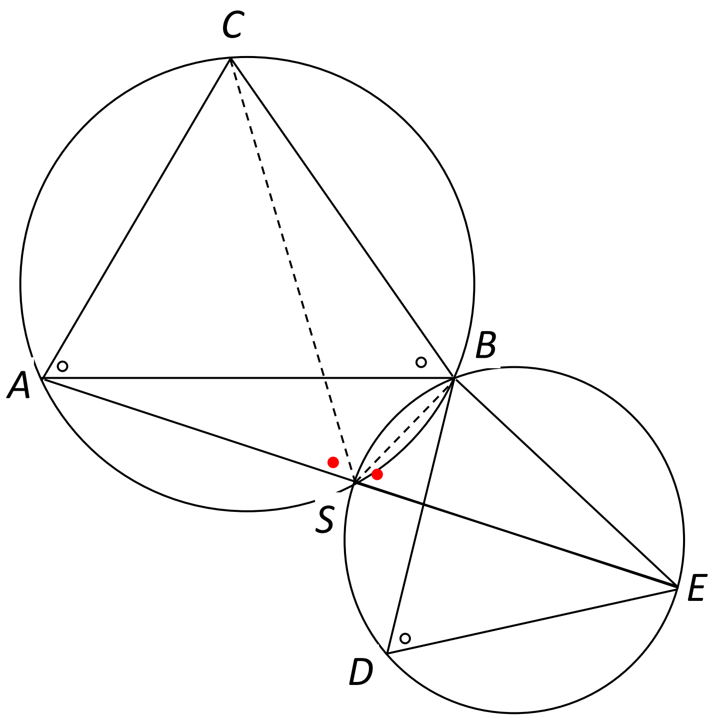
De hoeken met een rode stip (●) staan op eenzelfde koorde en zijn dus ook 60°.



2008-I Gelijkzijdige driehoeken

Van de gelijkzijdige driehoeken *ABC* en *BDE* zijn de omgeschreven cirkels getekend. *S* = tweede snijpunt.

Vraag 20. Bewijs dat hoek *ASE* een gestrekte hoek is.



Trek *CS* en *SB* en gebruik de stelling van de constante hoek en gelijke hoeken van 60^o.

De hoeken met een stip (○) zijn gelijk (60^o).

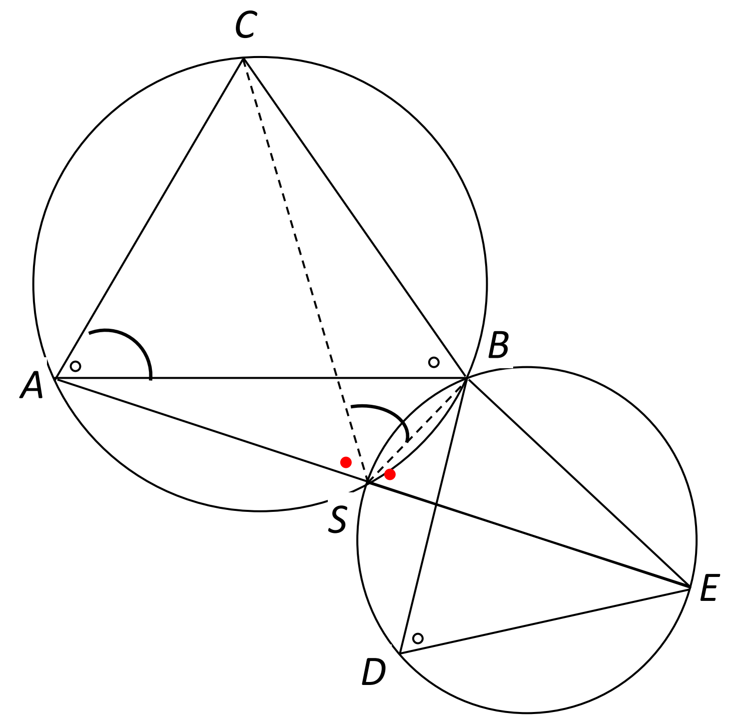
De hoeken met een rode stip (●) staan op eenzelfde koorde en zijn dus ook 60^o.

$\angle CBA = \angle CSA$ (staan beide op koorde *AC*)
$\angle BSE = \angle BDE$ (staan beide op koorde *BE*)

2008-I Gelijkzijdige driehoeken

Van de gelijkzijdige driehoeken *ABC* en *BDE* zijn de omgeschreven cirkels getekend. *S* = tweede snijpunt.

Vraag 20. Bewijs dat hoek *ASE* een gestrekte hoek is.



Trek *CS* en *SB* en gebruik de stelling van de constante hoek en gelijke hoeken van 60^o.

De hoeken met een stip (○) zijn gelijk (60^o).

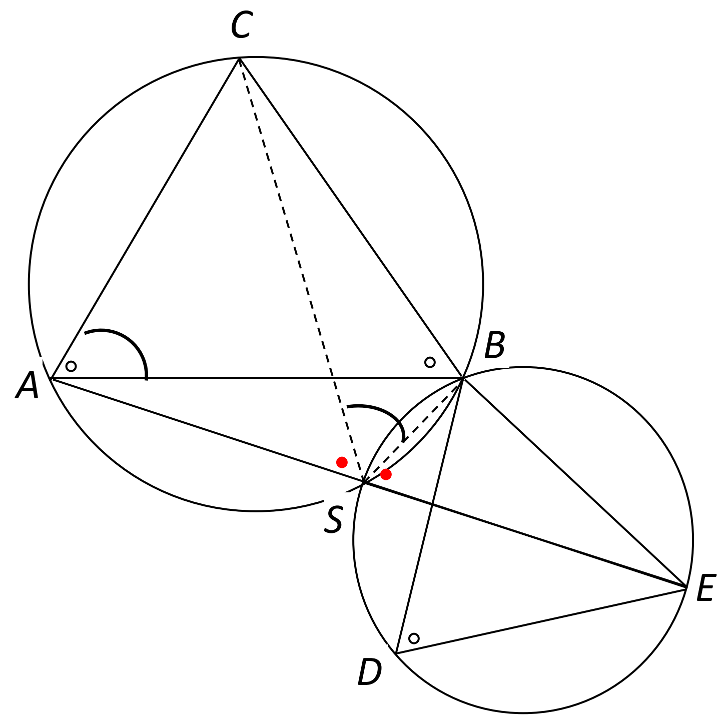
De hoeken met een rode stip (●) staan op eenzelfde koorde en zijn dus ook 60^o.

$\angle CBA = \angle CSA$ (staan beide op koorde *AC*)
$\angle BSE = \angle BDE$ (staan beide op koorde *BE*)
$\angle CSB = \angle CAB$ (staan beide op koorde *BC*)

2008-I Gelijkzijdige driehoeken

Van de gelijkzijdige driehoeken *ABC* en *BDE* zijn de omgeschreven cirkels getekend. *S* = tweede snijpunt.

Vraag 20. Bewijs dat hoek *ASE* een gestrekte hoek is.



Trek *CS* en *SB* en gebruik de stelling van de constante hoek en gelijke hoeken van 60°.

De hoeken met een stip (○) zijn gelijk (60°).

De hoeken met een rode stip (●) staan op eenzelfde koorde en zijn dus ook 60°.

$\angle CBA = \angle CSA$ (staan beide op koorde *AC*)
$\angle BSE = \angle BDE$ (staan beide op koorde *BE*)
$\angle CSB = \angle CAB$ (staan beide op koorde *BC*)

Dus $\angle ASE = 60^{o} + 60^{o} + 60^{o} = 180^{o}$
is een gestrekte hoek.